56 — 9.

Honing

31
10-G
2

6
26 N
35

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

31-10.G, 12

31-1. F. 21

26-3-I.4-

59.
8
19.

31-10-G-19

59.1.19.

PETRI NONII SALACIENSIS DE ARTE ATQVE RATIONE NAVIGANDI

LIBRI DVO.

EIVSDEM in theoricas Planetarum Georgij Purbachij annotationes, & in Problema mechanicum Ariſto telis de motu nauigij ex remis annotatio vna.

EIVSDEM de erratis Orontij Finœi Liber vnus.

EIVSDEM. de Crepuſculis Lib. I. Cum libello Allacen de cauſis Crepuſculorum.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA

CONIMBRICÆ,
In ædibus Antonij à Marijs, Vniuerſitatis Typographi. Anno 1573.
Cum facultate Inquiſitoris.

SEBASTIANO
PRIMO INVICTISSIMO REGI AC DOMINO NOSTRO, *ANTONIVS MARIS* TYPOGRAPHVS CONIMBRICENSIS, PERPETVAM OPTAT FOELICITATEM.

CVM in libros, dė ratione nauigandi, præſtátiſsimi viri Petri Nonij, incidiſſem, planè admiratus ſum, quantum licentiæ habeat noſtra audacia in clariſsimorum autorum opera. Erat ſanè liber adeo deprauatus, vt certum naufragium facturus eſſet, qui ea ratione nauigaret. Deerant non pauca, alia fuerunt temere ſubſtituta, omnia ita ĩmutata, vt autor ipſe partũ non agnoſceret, imo iuſto dolore cõmotus librum mendis vndiq; ſcatenté, infamaret, ac exponeret. Quo circa ne cõtigat, viros (quos raró natura gignit, ad opera reipublicæ ſalutaria facienda) deterreri ab ſtudio edédi ea, quæ multis vigilijs & diuino prope cõſilio cõſecuti ſunt, timentes librariorũ inſcitia facilè corrũpi poſſe, & adulterari. In animũ induxi meũ, meis ſumptibus, prelo cõmittere idé opus, ab omnibus erroribus, vitijs, ac infamia vindicatũ & in priſtinũ decoré reſtitutũ; & quo maior acceſsio fieret, addendũ putaui eiuſdé autoris libros, de Erratis Orontij Finæi, & de crepuſculis iam olim apud nos editos, & ob eãdem vtilitaté ac doctrinam nũc maxime deſyderatos. Qua in re nec diligentię, nec ſumptibus, in deliniandis figuris Geometricis, peperci, ſperãs fore, vt labor hic meus, bonis omnib⁹ non ſit ingratus. Cũ verò opus abſolutum viderẽ & magno patrono opus eſſe, intelligerem: non multum dubitaui, quin celſitudini tuæ conſecraré: ſi enim aduerſariorũ potentia eſſet formidanda, quem te fortiorem vlla vnquam vidit ætas? ſi periti artis eiuſdem, de qua in libris agitur, audacia timenda eſt, quis te his artibus inſtructior? ſi deniq; merces aliqua huius laboris iure expectari debet, quis te magnificentior? Acceſsit autoris dignitas & excellentia inter omnes huius ætatis mathematicos. Cuius rei quando & admirabilis demonſtrandi facilitas & plena eruditionis opera, fidem non facerent, efficax argumentum eſſet, quòd patrui tui, huius regni principes (quibus nihil non magnũ placuit) eo præceptore vſi ſunt, & tu tandẽ, Rex inclyte, eiuſdẽ doctriná probes, ac mathematica præcepta libenter audias. Quare nec defenſioné recuſare, nec laboré hunc meũ fruſtra ſuſceptũ arbitrari debes. Deus Optimus Maximus maieſtatem tuam diù incolumem ſeruet. Conimbricæ Pridie idus Auguſti. anno à CHRISTO domino nato 1573.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS AD LECTOREM.

PAVCVla quædam afferemus candide Lector de nauigandi ratione, quo facilius ea quæ in hoc Cōmentario continētur, percipere poſsis. Intelligamus igitur in ſphæra cœleſti quatuor circulos maximos per punctum ſupra verticem venientes. Vnus eorum meridianus ſit, alius verò verticalis, qui eum ſecat ad rectos angulos, & per puncta interſectionū æquinoctialis & horizontis tranſit. His enim duobus circulis horizontis circumferentia in quadrantes diuiditur. Reliqui duo ij ſunt, qui per medium ſecant ipſos quadrantes. Communes autem ſectiones eorundem circulorum & plani horizontis, rectæ quædam lineæ ſunt in centro coincidentes. Nautica verò arcus vbicunq; fuerit deportata cum ſit horizonti æquidiſtās, huiuſmodi rectas lineas virtute magnetis repræſentat: & proinde eas horizontis partes ad quas ipſę tendunt. Hiſpani porrò eas lineas cōmuni nomine rumbos appellant. Cęterùm medianam proprio nomine rumbum dicunt Septentrionis & Auſtri, eam verò quę hác ſecat ad rectos angulos ſuper ipſo centro rumbum Leſtis & Oeſtis: Subſolanum enim dicūt Leſtem, Fauoniū verò Oeſtem. Reliquarum verò duarum quę quadrantem Orientalem Borealemque, atq; oppoſitum bifariam ſecat, rumbus eſt Nordeſtis & Sudoëſtis. Nordeſtem enim dicunt punctum medium inter Septentrionem & ortum Solis æquinoctialem, Sudoëſtem verò punctum ei oppoſitum: ſed quæ denique Occidētalem quadrantem Borealēq;, atq; ei oppoſitum in duas ęquales partes diuidit, rumbus Noroëſtis & Sueſtis appellatur. Prętera attendēdum nobis eſt, quòd nautæ cū è portu ſoluunt, ita curſum inſtituunt, vt continuis profectionibus acus nauticę adminiculo ad eaſdem horizōtis partes nauis prorā perpetuo intendant: quando autem oportet, ad aliam poſitionē diuertūt. A Leſte enim in Oeſtem nauigare dicuntur, qui dum prora nauis intenta eſt in Oeſtem, ſpatiū aliquod conficiunt: & de alijs quoq; nauigationibus idem habendum eſt iudicium. Regulares autem definimus, non irregulares. Nam ſi nauis prora defixa ſit

in Nordeſtem: ipſa tamen nauis propter aquarum decurſus, aut ventorum impulſum, vel ob aliud quidpiam, per meridianum tranſuecta fuerit, neq; nauigaſſe dicetur ad Nordeſtem, neq; ad Septentrioné. Eas porrò curuas lineas, quas naues ad eum modum currendo in ſuperficie maris deſcribunt, rũbos etiam appellát. Vt ſi (exempli gratia) ſub meridiano ad alterum polorum nauigatum fuerit, deſcripta linea rũbus dicetur Septentrionis & Auſtri: ſin autem ad punctum medium inter Septétrionem & ortum æquinoctialem, rũbus appellabitur Nordeſtis & Sudoëſtis: & ſimiliter in cæteris. Quarũ quidem linearũ aliæ circulares ſunt, aliæ ex circularibus compoſitæ. Nam ſi ad alterũ polorum ſub vno itur meridiano, vel ab ortu æquinoctiali ad Occaſum ſub ipſo circulo ęquinoctiali: maximorum igitur circulorum circumferentias ita deſcribi in terræ mariſq; ſubiecto globo, negabit nemo: ſed ſi aliter, deſcriptas lineas ex exiguis quibuſdam ſegmentis maximorum quorundam circulorum cõpoſitas eſſe neceſſe eſt. Nauis enim eo modo ſuper ęquora conſtituta eſt, vt per dorſum carinamúe, centro mũdi ſuo pondere innitatur. Quare ſi per ipſum dorſum à prora in puppim ſecundum nauis longitudinem planũ venire intellexeris, huius itaq; plani & marini globi communis ſectio maximus erit circulus in horizontem incidens, quemadmodũ ex primo libro Geometrię Theodoſij manifeſtè liquet: & proinde nauis locus arculus quidam erit ipſius maximi circuli: nihil enim refert ſi in tanto circuitu latitudo aliqua reperiatur. Iam igitur ſi nauim vel vẽto, vel remis è loco pellas, quo prora ſpectat, ſitum variari neceſſe eſt: propterea quòd mutato loco impares fiãt anguli poſitionũ, triangulorum ſcientia id indicante. At qui ſuppoſuimus ſimilem ſeruari ſitũ inter nauigandum: igitur priuſquàm in ipſa poſitione inclinationeúe notabilis differẽtia fiat, diuertit nauis à prio ri circulo in alium maximũ: quapropter deſcripta linea non erit vna circularis, ſed ex circularibus compoſita. Quoniã verò nautis per difficile erat, ſimiles harũ lineas in globis ducere, opuſeť iã impeditum: planã igitur quandã orbis deſcriptionem Mathematici excogitauerunt, nauigandi arti quam exercent non ſolũ conuenientem, ſed facillimã quoq;. In ea enim quęcunq; rectæ lineę pro rumbis poſitę eiuſdem nominis: quoniã ęquidiſtantes ſunt, cũ omni linea meridiana rumbo'ue Septẽtriõis & Auſtri ęquos angulos efficiũt. Idcirco ſimilis notabitur ſitus velut in globo, quanquam à legitima planiſpherij ratione haud parum deficere videatur, quemadmodũ partim in hoc Cõmentario, partim in alijs quos fortaſsè breui edemus, explicabitur à nobis

bis. Igitur quotiescunq; inter nauigandum in altũ prouecti quo in loco ſint cognoſcere cupiunt, id ſtatim ex inuẽta altitudine poli, & qualitate itineris, ideſt ex cognito rumbo, quem ſequuti ſunt deprehendunt, vel ex ſola itineris qualitate, & quantitate. Rumbũ enim acus nautica demonſtrat: longitudinem verò confecti ſpatij quibuſdam coniecturis expendunt. Interdũ etiam ignorata itineris qualitate, ex ipſius duntaxat quantitate deprehenſa. in primis altitudine poli, quo in loco ſint cognoſcunt. Enim verò in triangulo rectangulo præter angulum rectum, quinq; ſunt, tria videlicet latera cum duobus angulis acutis: ex ijs autem ſi duo quæuis cognita fuerint, reliqua tria innoteſcent: latitudinẽ porrò radicalis loci vnde ſoluerunt, cognitam ſemper ſupponimus. Et quia huiuſmodi triangula in ipſo planiſphærio, quo vtuntur, vel explicata reperiuntur, vel facilè deſcribi poſſunt ductione æquidiſtantium: nil propterea opus habent Geometricæ artis peritia, ſed ſolo circino ſingula, & quęcunq; ex his volunt, experiuntur. Iam verò ſi ſub vno meridiano nauigatio fit, aut ſub vno parallelo, facillimum eſt eis ſitum loci, in quo ſunt inuenire. Nam ſi ſub vno eunt meridiano, diſtantiam à circulo æquinoctiali in primis inuentam in eodem ſupputãt meridiano verſus mundi polum. At ſi ſub vno parallelo verſantur, confectum ſpatium æſtimatione metiuntur: idipſum deinde in eodem ſupputant parallelo ab eo loco vndè ſoluerunt, & ad eam mundi plagã aut Orientalem, aut Occidentalem verſus quam nauigarunt: ad finem enim eiuſmodi diſtantiæ ſe receptos eſſe affirmant. Cæterùm quia omnes æquidiſtantes æquales faciunt, conſequẽs eſt eidem ſpatium tot gradus comprehendat in maiore circulo, quot in minore, quod eſt abſurdum. Sed de his aliàs.

PRAECIPVAE SENTENciæ prioris libri.

CIRCVLVS meridian⁹ via eſt Septētrionis & Auſtri, æquinoctialis verò via Leſtis & Oeſtis. Reliquæ autē viæ quas Hiſpani rumbos appellant, circuli non ſunt, ſed exiguis maximorum circulorum ſegmentis conſtant in Præfatione.

Quamuis circulus ille verticalis, quem recta linea Leſtis & Oeſtis in plano horizontis repræſentat, per puncta ortus & occaſus æquinoctialis veniat: non eſt tamen ob id ipſum ſuſpicandum, vt qui ſub ipſo circulo globū terræ mariſq́; circuiuerit, nauigaſſe dicatur ad Leſtem, aut Oeſtem.

Quamuis nauis proram in ortum aut occaſum æquinoctialem perpetuò diligamus: fieri tamen non poterit, vt ad ipſa æquinoctialia pūcta vnquam perueniamus, ſed potius eo modo nauigando, circulus quidam deſcribatur æquinoctiali æquidiſtans.

Quando porrò ea arte nauigamus, per ambitus maximorum circulorum tranſuehimur, ſimul & currimus ſub æquinoctialis parallelo: diuerticulis tamen quibuſdam quæ ſenſum omnem effigiunt.

Præter æquinoctialem circulum, nullus alius ex æquidiſtantibus Leſtis & Oeſtis via verè dici poteſt.

Quanta ſit loci latitudo oſtenditur, vbi Verticale ſydus oritur ad Nordeſtem, occidit verò ad Noroeſtem.

Qui ſub maximo circulo iter fecerit pręter meridianum & æquinoctialem, neceſſe eſt vt ſæpiſsimè viarum inclinationes commutet, propter variam atque inconſtantem angulorum ſitus inæqualitatem à nouis meridianis ſub ortam. Aliter enim fieri non poterit, vt directo itinere progrediatur.

Nautæ igitur cum ad eandem mundi partem perpetuò tendunt, ſimili ſeruato ſitu, directas vias percurrere non poſſunt.

Cur orbis loca perperàm poſita ſint in nautarum planiſphærio?

PRÆCIPVAE SENTENTIAE poſterioris libri.

REctilineum illud planiſpherium, quo noſtri nautæ vtuntur, tametſi veram orbis imaginem præbere non poſsit: arti tamen nauigādi quam ipſi exercēt, valde conueniens eſt.

Vnum atque eundem Ptolemæum fuiſſe arbitror, qui vtrumque opus Aſtronomicum nēpe & Geographicum compoſuit.

Eadem ipſa arte, qua noſtri nautæ vtuntur, ad inueniendum quanta ſit differentia inter meridianos duorum locorum, olim Ptolemæus vſus fuit.

Modus ille examinatur quo Ptolemæus vſus fuit, vt longitudinis differentiam inueniret inter Coruram & Palurā in pelago Indico.

Quoniam Ptolemæus locorum diſtantias in quauis inclinatione contrahit ad rectitudinem capiendam, conſultius & cautius id facit, quàm noſtri nautæ. Hi enim ſpatium, quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt.

Adaucta ea linea quæ rectum ſubtendit angulum,

lum, neceſſe dſt vt in eadem quoque ratione locorum latitudines atque longitudines vltra metam ſint extenſæ.

Cur nautæ interuallum ab Hiſpania in Indiã vltra proprios fines producunt?

Modus inueniendi locorum longitudines ex eclipſibus omnium certiſsimus.

Quonammodo locorum lõgitudines ex eclipſibus cognitæ in nautarũ planiſphærio ſint collocandæ.

Quánam arte ea loca collocanda ſint in nautarum planiſphærio, quæ ſub vno parallelo nauigantibus offeruntur.

Meridianus norma quædam eſt aliarum poſitionum.

Non quæuis poſitio, inclinatioúe loci ad locũ, quæ in nautarum planiſphærio explicata reperitur, pro vera accipienda eſt, ſed ea dũtaxat ſub qua ab vno ad alterum nauigatũ fuerit aliquando.

Nautæ ſepiſsime decipiuntur eas locorum poſitiones ſequuti, quas marina charta oſtendit, & quomodo cauſas ignorent.

Errant marinarum chartarum artifices, quod locorum longitudines ex ipſis chartis depromptas non alia arte in globo, quam ſtellas fixas collocant.

Littora maris Mediterranei in ipſa marina charta non veras habent altitudines poli: & vnde tantus error prouenerit.

Cur tantus appareat in marina charta Iſthmus ille qui inter Mediterraneum & Arabicum ſinum?

Deſcriptionis rectilinei planiſphærij Ptolemæi emendatio, alterius etiam planiſphærij facilior demonſtratio.

Si ſupponamus in terreſtri circuitu ſecundum maximum circulum Leucas Hiſpanicas eſſe 6000. Leuca vna vni Schoeno æqualis erit.

Sub eadem maximi circuli ad meridianum inclinatione non erit per omnem tractum atque in vniuerſum eadem longitudinis differentia, neque eadem habebitur viatoria diſtantia inter duo data loca. Nam ſi primus locus ad ſecundum, & tertius ad quartum eãdem habuerint poſitionem: diſtantiæ tamen à manifeſto polo inæquales fuerint, viatoriæ diſtantiæ & longitudinis differentiæ inter ipſa loca inæquales erunt, & reliqua huiuſmodi.

Longitudinis differentia duorum locorum interdum in marina charta contrahitur. interdum verò producitur.

Longitudinis differentia duorum locorum, quomodo ex marina charta verè concludi poſsit.

Tabula inclinationis maximi circuli ad meridianum ſeptem differentes poſitiones continens.

Quoniam nauis via præter meridianum & æquinoctialem anguloſa eſt: idcirco incertum pro certo ſtatuere interdum oportet & reliqua.

Non poteſt fieri reditus declinationis Solis ad eadem minuta: etiam adhibita æquatióne.

Quomodo cognoſci poteſt, quonam die Sol declinatione caret.

Ioannes Lucidus perperam Alphonſum reprehendit.

Ioannes de Monteregio à tẽporis ſpatio, quòd in tabulis Alphonſi inter Nabonaſarum & Chriſtum reperitur vnam detraxit diem, eandemq; ei ſpatio quod inter Chriſtum & Autumnale æquinoctium à Ptolemæo obſeruatum adiecit.

Fidem adhibendam non eſſe libello de Inerrãtium ſtellarum ſignificationibus à Nicolao Leonico è Græco translato.

Pridie quàm Chriſtus Redemptor orbis conciperetur fuit Vernum æquinoctium Romæ, celebrabatur tamen 25. die Martij iuxta Cæſaris inſtitutum.

Obſeruationes ſtellarum fixarum à Ioãne Vernero, Copernico, & Cardano eodem ferè tẽpore factæ, diſsident inter ſe.

Alberti Pighij Campenſis in Geometria error aperitur.

Alberti Pighij Sophiſma quoddam circa declinationem eclipticæ fixæ diſſoluitur.

Marcum Beneuentanum, quoniam tantam putauit eſſe eclipticæ fixæ declinationem, quantam Ptolemæus mobilis eclipticæ declinationem inuenit, caput autem Arietis eclipticæ nonæ anno 1519. in Grad. 28. minuto. 8. Piſcium poſuit, ſecum pugnare oſtenditur.

Ioannis de Monteregio ſententiam de æquinoctijs cur recipere nolimus.

Caput Arietis à quo in tabulis Alphonſi calcu luſmotus aſtrorum initium ſumit, ſectionē Vernam eſſe.

Obſeruatio à nobis facta Conimbricæ labente anno à Chriſto nato 1555. in æquinoctio Autumnali.

Deductio declinationis partium eclipticæ in vnum planum tradita à Vitruuio, & à nobis demonſtrata.

Fabrica atque vſus cuiuſdam circularis inſtrumenti, quo in plano horizontis iacente, Solis altitudines capiuntur.

Fabrica atque vſus Aſtronomici radij, & Ioannis Schoneri lapſus notatur.

Hieronymi Cardani error aperitur, qui putauit ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem, cuiuſcunque ſyderis, & quacunque hora altitudinem à centro terræ inueniri poſſe.

Hieronymus Cardan⁹ perperam Vitellionem reprehendit, in quo inſigniter deceptus eſt: cum inquirit ad quantam altitudinem à terra vapores aſcendere poſsint.

Arcus occultationis Solis in circulo altitudinis arcui diſtantiæ ipſius à puncto exortiuo æqualis eſſe non poteſt, niſi in ijs locis quæ ſub æquinoctiali poſita ſunt: & quando Sol ſub ipſo circulo æquinoctiali decurrit.

Expoſitio cuiuſdam loci obſcuri ſeptimo capite primi libri Geographiæ Ptol.

Declinationem polaris ſtellæ tempore Hipparchi repertam non conuenire cum calculo Ptolemæi de Motu fixorum ſyderum.

Auguſtini Ricij argumentatio ſoluitur, qui putauit erraſſe Ptolemæum gradu vno, minutis ſex in locis Solis & Lunæ & ſtellarum fixarum.

Hieronymus Cardanus inconſiderate in libello de Temporum reſtitutione aſſerit, inter duas obſeruationes Ptolemæi Autumnalis æquinoctij octo præciſe ſolares annos interceſsiſſe.

Canones, quibus nautæ ad inueniendum altitudinem poli vtuntur, per altitudinem polaris ſtellæ extra meridianum exiſtentis, generales eſſe non poſſunt ad omnia climata.

Ad inueniendum altitudinem poli per meridianas Solis altitudines & ſtellarum fixarum recens canon noſter.

Petri Appiani modus examinatur, quo in Coſmographia vſus eſt ad inueniendum altitudinem poli per horam cognitam.

Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per diſtantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.

In omni loco poſito inter æquinoctialem & circulum Cancri, quando Sol vicinior eſt polo mundi Arctico, quàm verticale punctum, gnomonum vmbræ citra miraculum retrocedunt.

Ex cognita poli eleuatione duorum locorum, & ſitu quem eorum diſtantia ſeruat ad alterum meridianum, non poteſt in vniuerſum cognoſci, quanta ſit ipſa diſtantia, neque meridianorum differentia: quanquam hæc Ptolemæus iactet ſe inueniſſe per organum Meteoroſcopium, & Ioannes de Monteregio idem polliceatur problemate 46. tabulæ primi mobilis.

Cur per ea quæ vel Appianus cognita ſumit, vel Zieglerus altitudo poli cognoſci non poſsit.

Propoſitionem decimamtertiam primi libri Menelai de Triangulis ſphæricis veram nō eſſe in vniuerſum: quemadmodum ea propoſita eſt.

Poſteriorem partem octauæ propoſitionis capitis 14. primi libri Reuolutionum Nicolai Copernici, in quo de triangulis ſphæricis agit, veram non eſſe.

Et quod vndecima propoſitione docet, error eſt.

Et ſimiliter lapſus eſt ipſe Copernicus propoſitione ſexta de rectilineis triangulis.

Neque minus lapſus eſt in duodecima.

De varia Solis habitudine ad verticale punctū in differentibus locis terræ, ante meridiem, & poſt.

Ioannis Stofleri error oſtenditur, qui putauit eo die quo Sol per Zenith eorum hominum trāſit, qui inter tropicos poſiti ſunt, vmbram matutinam eoſdem habere rectam in occaſum Solis eiuſdem paralleli proiectam: pomeridianam verò rectam in ortum ad horizontis punctum extendi, ſuper quo Sol oriebatur.

Quomo-

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, quando meridiani ſitus datur cognitus.

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, etiam ſi meridiani ſitus ignoretur.

Quomodo inueniatur altitudo poli per radios Solis, ſitu meridiani & ſolis declinatione ignoratis.

Rurſus quomodo Solis declinatione & meridiani ſitu ignoratis, altitudo poli inueniatur, idq; in plano vnius circuli.

Fabrica horologij horizontalis quo vtræq; Solis diſtantiæ a meridiano cognoſcuntur, ea videlicet quæ per æquinoctialē, & illa quæ per horizontem.

Vmbram rectam, gnomonem & vmbram verſam in continua proportione proportionales eſſe.

Romæ latitudo ex ratione vmbræ ad gnomonem, quam Vitruuius ſcribit, elicita, non conuenit cum ea quam per Aſtrolabiū Ioānes de Monteregio inuenit.

De radijs ſolaribus quinam eorum ſint æquidiſtantes, & quinam concurrant, & quinam æquidiſtantes appareant.

Eratoſtenis obſeruatio quam in Alexandria fecit ad inueniendum, quantus eſſet totus terreni globi circuitus examinatur.

Gnomonum vmbras æquidiſtantes non eſſe, ſed apparere, & quorſum concurrant, oſtenditur.

Data latitudine duorum locorum cum differētia lōgitudinis, eorum intercapedo quomodo inueniatur multiplex modus.

Quomodo in ſuperficie globi eæ lineæ duci debeant, quas noſtri nautæ rumbos appellant, ſimiles ijs quas cum nauigamus, in ſuperficie maris nauis ſuo curſu deſcribit.

De habitudine ipſarum linearū tum inter ſe, tum ad mundi polos.

Vnius atq; eiuſdem rumbi ſegmenta quam habitudinem inter ſe habeant.

De vſu illius globi, in quo eiuſmodi deſcriptio facta fuerit.

In plobema mechanicum Ariſtotelis de Motu nauigij ex remis Annotatio vna.

PRAECIPVA EX IIS QVAE IN THEORICAS PLANETARVM Georgij Purbachij annotauimus.

SI arcus Zodiaci quem Sol apparenti motu in dato tẽpore percurrit, per æqualia ſectus fuerit à linea mediæ longitudinis, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.

Quantouis temporis ſpatio dato, arcum zodiaci reperire quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, paretq; faciat in eodẽ tempore æqualem motum & apparentem.

Ioannis Baptiſtæ antiqui expoſitoris error aperitur, de loco maximæ æquationis centri Lunæ.

Punctum illud eccentrici Geometricè inuenitur, in quo maxima fit æquatio centri in ipſa Luna, & quantum ab auge diſtet ipſum punctum.

Quanta ſit maxima centri æquatio numeris oſtenditur, & quanta etiam ſit diſtantia epicycli à centro mundi in eo ſitu.

Ioannis Baptiſtæ ſententia de minutis proportionalibus refellitur.

Quando in vno atque eodem ſitu epicycli inæqualibus argumentis pares reſpondent æquationes, plus diſtat à fine argumenti maximæ æquationis illius ſitus finis argumenti minoris, quàm finis maioris.

In ſolo Marte axis orbis deferentis epicyclum axem zodiaci ſecat, non in Ioue, neque in Saturno. Contrarium docet Purbachius.

Maximæ æquationis centri in tribus planetis ſuperioribus demõſtratio, in qua error aperitur Eraſmi Reinnoldi, & alterius etiam Eraſmi, & antiqui expoſitoris.

Aequationes argumẽtorum in ipſis tribus planetis ſuperioribus ad ſitum mediocris remotionis centri epicycli à terra ſupputatas eſſe, non autẽ ad medias longitudines à Georgio Purbachio definitas.

Inter ſitum augis & oppoſiti augis ſemel tantum centrum epicycli Veneris atque Sol in eodem loco zodiaci verè ſunt ſecundum lõgitudinem, quando videlicet diſtantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit ſemidiametro deferentis.

Celerius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, videlicet ſi per centro deferentis: tardius autem circa oppoſitum augis, demonſtratur.

Aequationes argumentorum quæ in tabulis Mercurij ſcribuntur, ſunt quæ contingunt dum centrum epicycli à centro mundi diſtat interuallo a quali ſemidiametro deferentis: ſed huiuſmodi diſtantia mediocris diſtantia centri epicycli à centro mundi dici non poteſt, niſi valde impropriè loquaris vt Georgius Purbachius.

Quanto arcus motus argumẽti vicinior fuerit oppoſito augis veræ epicycli, tanto æquationem ipſius motus argumenti maiorem fieri.

Maior quantitas epicycli cauſa non eſt, vt ſtationum puncta viciniora ſint oppoſito augis veræ, ſi cætera ponantur paria.

Fieri quidẽ poteſt, vt in minore epicyclo ſtationum puncta minus diſtent à perigæo ipſius epicycli, in maiore verò longius diſtet.

Tarditas motus argumenti, ideſt tardior motus planetæ in epicyclo verè cauſa eſt, vt pũcta ſtationum magis inuicem appropinquent.

Gebri & Ioannis de Monteregio argumentatio aduerſus Ptolemæum ſoluitur, qua contẽdũt fieri poſſe vt in eiſdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales ſint ſtationum arcus.

Diſcrimen quod notauit Eraſmus Reinnoldus inter Mercurium & tres planetas ſuperiores, atque Venerem, de proportionibus quæ relinquũtur, vt cauſas aſsignaret diuerſitatis ſtationum atque retrogradationum ipſorum planetarum, ſufficiens non eſt.

In motu verò Solis ſit tranſitus à minori in maius, ſed non per æqualia.

Arcus eclipticæ ſemicirculi aſcendentis in climatibus Borealibus rectè deſcendere, oſtenditur.

Quod Ioannes Baptiſta ait, Piſces & Arietem maximas habere deſcenſiones in ſphæra obliqua, allucinatio eſt.

Sunt quædam loca Borealia, in quibus rectius deſcendit Sagittarius quàm Aries.

Niſi tardior deſcenſus maiorem poſtulauerit Solis occultationem, quanquã longius intra noctem terminetur: cauſa non erit, vt Luna poſt coitum citius appareat. Contingit enim æquales zodiaci arcus inæquales habere deſcenſus. Cæterùm maiori deſcenſui minorem occultationem reſpondere.

Nonageſimum gradum eclipticæ ab aſcendente in circulo maximo ſemper eſſe per zenith & eclipticæ polos veniente, demonſtratur.

Tantam eſſe diſtantiam inter nonageſimum gradum eclipticæ ab aſcendente & meridianum, ſecundũ diuiſiones horizontis, quanta eſt amplitudo ortus aſcendentis, demonſtratur.

Lucida enarratio Theoricæ latitudinis triũ planetarum ſuperiorum.

AEquationes motus acceſſus & receſſus octauæ ſphæræ inæqualibus crementis creſcunt.

Reliqua accidentia motus octauæ ſphæræ, tam ſecundum Alphonſum quàm ſecundum Thebit demonſtrantur.

FINIS.

¶Errata.

Pag.8.col.2.li.7.lege Troglodytica. & li.9.lege Taprobana.

Pag.33.col.2.li.21.lege anguli ad punctum e.recti.

Pag.106.col.2.li.42.lege receſſus à parallelo.

In libro de erratis Orontij finæi.

Pag.26.in altera extremitate ſemicirculi ibi deſcripti pone c.& inter c.& k. pone l.

Figura nautici inſtrumenti, quod Hiſpani acum appellant.



PRæclarus vir Martinus Alphonſus à Soſa anno ſalutis 1530. iuſſu regis noſtri inuictiſsimi cum claſſe quadam verſus occaſum ſolis hyemalem nauigauit, ad argẽteum fluuium. Rediẽs autem in Luſitaniã tertio ſuæ nauigationis anno, retulit mihi quàm accurate, quamquè diligenter locorũ ſitus perueſtigarat, cæterùm nõnulla reperiſſe, quæ illi fuerant admirationi. Primùm ſe in diebus æquinoctij ſolem obſeruaſſe in exortu, atq; in occaſu, inſpexiſſeq; ad Leſtem exoriri, occidere verò ad Oeſtẽ. Interrogauit igitur atq; efflagitauit à me, cur quandiu inter nauigandum curſum tenemus ad Leſtem, ſub vno atq; eodem verſamur parallelo, ad ęquinoctialem verò circulum peruenire nũquam poſſumus, in quem ita nauigando prorã nauis perpetuò intendimus? Aiebat præterea ſe perueniſſe ad latitudinem auſtralem graduum 35. cum ſol principium Capricorni teneret, eũq; orientem vidiſſe ipſa die brumæ ad Sueſtem cum quarta Leſtis, occidentem verò ad Sudoeſtem cum quarta Oeſtis, cuius quidem rei cauſam ignorare fatebatur. Nam talis deberet eſſe exortus in regionibus Auſtralibus, cum per auſtralia ſigna ſol incedit, qualis in borealibus cũ per borealia, at ſub latitudine boreali graduum 35. cum eſt in initio Cancri oritur ad Nordeſtẽ cum quarta Leſtis. in latitudine igitur auſtrali eorundem graduum 35. cum eſt in initio Capricorni, ſimiliter exoriri deberet ad Nordeſtem cum quarta Leſtis. Hæc igitur cur ita fierent, ſciſcitabatur à nobis, cauſas tunc illi tradidimus coràm vt potuimus, ſcriptis deinde mandauimus annis ab hinc triginta, commentario vno edito de ea re Luſitano ſermone. quem denique hoc tempore, vt non ſolum à Luſitanis, ſed etiam ab alijs hominibus legi, atq; intelligi poſsit, in Latinum vertere voluimus.

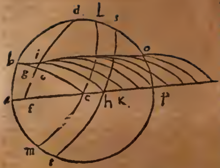
❡ DE DVOBVS PROBLEMATIS circa nauigandi artem Petri Nonij Salacienſis, Liber vnus.

PRINCIPIO igitur ita rem ſe habere in vniuerſum, quemadmodum quibuſdam in locis Martinus Alphonſus ſe deprehendiſſe ait, accipiamus oportet. Vbicunque nempe ſimus exoriri ſolem ad Leſtem, occidere autem ad Oëſtem, cũ æquinoctialia puncta ingreditur. Ducta enim per horizontis cẽtrum recta linea meridiana, velut docuit Vitruuius, ſi ſuper ea ab ipſo centro in eodem plano rectam lineam ad rectos angulos excitaueris, ipſe circulus horizontis his duabus rectis lineis in quadrantes diuiſus erit. Quarum prior quæ meridiana eſt, rumbus eſt Septentrionis & Auſtri, poſterior verò rumbus Leſtis atq; Oëſtis Hiſpanicè dici ſolet. Hoc autem repræſentat nauticum illud inſtrumentum, quod vulgò acum appellant, & quæuis eius imago in nautarum planiſphærio depicta. Quoniam verò ex circulis parallelis ſolus æquinoctialis eſt, qui vnà cum meridiano horizontem in quadrantes ſecare poſsit, quod accidere neceſſe eſt ijs circulis qui a Leſte in Oeſtẽ producuntur, nullus idcirco præter æquatorem parallelus Leſtis & Oëſtis rumbus eſſe poteſt. Sed circulum quendam maximum cœleſtis ſphæræ intelligemus, meridianum in verticali puncto ad rectos angulos ſecantem, & per horizontis atque æquinoctialis interſectiones venientem, quæ ortus & occaſus æquinoctiales dicuntur. Erit profectò recta illa linea Leſtis & Oeſtis communis ſectio plani huius verticalis circuli atq; plani horizontis: quod ex vndecimo libro elementorum Euclidis facile poteſt oſtendi. Si quis igitur eandem Leſtis & Oeſtis lineã ſequutus fuerit, quamdiu rectà proceſſerit, tandiu in ipſo verticali circulo erit ortus atq; occaſus æquinoctialis: vertex etiam ſub eiuſdem circuli circumferentia verſabitur. Quòd ſi de vero illo horizonte ageremus, qui ex maximis circulis ſphæræ eſt, vnam tantum rectam lineã Leſtis atq; Oeſtis affirmaremus eſſe, eamq; recto horizonti communem, in qua certè communis ſectio fit omnium horizontum cum verticalibus. Cæterùm eſt alius horizon qui à nobis vſurpatur, per ſuperficiem terræ tranſiens, non per centrum, vero illi centralique horizõti parallelus, ab eoquè parum diſtans, quippe

qui cœli ferè dimidium nobis oſtendat. In huiuſmodi itaq; horizonte habet vnuſquiſq; locus propriam ſibi peculiaremq́; Leſtis & Oeſtis lineam, in ortum atq; occaſum Solis æquinoctialem vtrinq; productam.

Sed quamuis prædictus circulus maximus verticaliſq́; quem Leſtis & Oeſtis linea repræſentat, in ortum tēdat æquinoctialem, adeò vt qui ſub eo terræ mariſq́; globum circuiuerit, ipſum punctum exortiuum vertice ſuo perſtringat: non eſt tamen ob idipſum ſuſpicandum, vt qui ad eum modum illuc tranſuectus fuerit, nauigaſſe dicatur ad Leſtem. Nam cū longiuſculum ſpatium confecerit, nauis proram aliò tendere videbit, non in Leſtem. Quapropter gubernator clauum tenens, tametſi cauſam ignoret, cum ſub vno parallelo in plagam orientalem contendit, rectæ nauigationi proſpiciēs ſtatim à principio eum præcauet errorē. Enim verò ſi nauigando nauis proram intenderemus in Leſtem, tum verò gubernaculum ita cōſtringeremus, illigaremuſq́;, vt nihil vacillare poſſet, mari autem trāquillo placidoq́; vteremur, ventus inſuper ſecundus ad noſtrum flaret arbitrium, qui quò prora tendit eo aſpiraret, ſi ad eum, inquam, modum curſum teneremus, & aliquanto iam ſpatio confecto in acum nauticā reſpiceremus, nauis proram aliorſum inclinatā eſſe comperiremus, alioq́; tendere, non in Leſtem. Cauſa eſt quòd in eo loco de quo proficiſcimur, meridianus cum verticali rectos efficit angulos. Cæterùm vt ab eo diſcedimus, ſub ipſo verticali perducti, in nouum protinus horizontem, nouumq́; incidimus meridianum. Nouus itaq; meridianus cum verticali prioris loci pares angulos non efficit, velut antea, ſed potius impares. Quorum alter exterior eſt in ſphærico quodam triangulo ex ipſis meridianis & eodem verticali conſtituto, poſitionis angulus ſituſuè à Geographis appellatur: alter verò interior eſt ei oppoſitus qui ad verticem prioris loci, quò nam tenderemus indicabat. Quoties autem circulus maximus ſub quo ducimur, alius eſt quàm æquinoctialis, ipſe exterior angulus interiori oppoſito eſt inæqualis: interdum maior, interdum minor, iuxta variam cognominationem aut borealē, aut auſtralem partium orbis, ad quas, & per quas ſub ipſis maximis circulis ducimur. Ita enim res ſe habet in his triangulis, quanquam in rectilineis exterior interiore ei oppoſito ſemper ſit maior. Sed redeamus ad inſtitutum. Si itaque ad eum modum nauigatum fuiſſet, errore deprehenſo, opus eſſet emendatione, rurſuſq́; ad prioris latitudinis parallelum reuocato curſu regredi oporteret. Cæterùm non ita nauigare conſueuit qui in Leſtem intendit, ſed oculis in acum nauticam defixis, ita temonem mouet, regitquè ſemper, ita denique curſum inſtituit, vt nauis prora eò tendat, quò Leſtis linea. Sic igitur errorem præcauet, vitatq́;, vt in latitudine nullus ſit lapſus, aut imperceptibilis. Nauis itaq; prora in ortum æquinoctialem ſemper eſt intenta, quia à verticali puncto partibus diſtat nonaginta, ſed ad ipſum æquinoctialis punctum peruenire nunquam poteſt. Quinimo ſub vno atque eodem verſatur parallelo, quod dignum videtur admiratione. Porrò cum ad eum modum omnia loca perluſtremus, quæ ſub eodem poſita ſunt parallelo, ipſos propterea parallelos receptum eſt a Leſte in Oeſtem produci, ſed non verè. Nullus enim præter æquinoctialem, rumbus aliquis eſſe poteſt eorum qui in acu nautica vel iam ſunt expreſſi, vel in ea intelligi poſſunt. Sed eſt nihilominus à quouis loco ad quemuis locum æqualis altitudinis poli propria quædam ac certiſſima via, qua iter faciendum erit, ſine iis diſpendiis, quæ neceſſario faciunt, qui per circulum parallelum ducuntur. Eſt inſuper alia commoditas in huiuſmodi profectione, nempe quod poſſimus omni die certiſſimo calculo confectum ſpatium perueſtigare, & quo in loco ſimus planè cognoſcere. Quod nullo modo conſequi poſſunt qui à Leſte in Oeſtem nauigando, perplexè admodum, anxiequè ſub parallelo verſantur. Et proinde longitudinis locorum cognitio, quæ quidem inuentu difficillima eſt, quod ad nauigationem attinet, magna ex parte ſuperuacanea erit.

Ad demonſtrationem verò ſupradictorum circulus d a p, meridianus intelligatur eius loci qui verticem habet ad b, horizon ſit l c m, Aequinoctialis a c p, verticalis quadrans b c, angulus igitur qui ad b, rectus eſt, cui in horizonte reſpondet quadrans c m, velut etiam in ipſa nautica acu quæ horizontem repræſentat, recta linea Leſtis & Oëſtis atque meridiana vnum quadrantem ſuſcipiunt. Quapropter ſi ſolueremus è loco b, ad Leſtem nauigaturi, nauis proram vnà cum Leſtis linea dirigeremur ad c, exortum Solis æquinoctialem. Tum verò ſi vel ven-



to, vel remis impellentibus, per ipſum verticalem tranſueheremur ad e, iam in ipſo loco e, in aliam mundi partem nauis proram inclinatã, non in Leſtem, acus nautica indicaret. Nouus ſiquidem notaretur meridianus d e f, qui cum circulo b e c, angulum ſitus efficeret f e c, recto minorem: aliaq́; haberetur latitudo priore minor, cum ſit arcus e f, minor ipſo a b, quemadmodum alibi demonſtratum eſt. At quoniam curſus ad Leſtem inſtitutus eſt, fieri non poterit vt ita nauigando excurramus in e, ſed labimur in g. in quo loco latitudo minor eſt priore inſenſibiliter: receſſus etiam proræ nauis à recta linea Leſtis & Oeſtis eſt imperceptibilis, ſtatim enim à principio nauim flectentes in Leſtem errorem nota dignum præcauemus. Ab ipſo autem g, curſum dirigimus ad i, intentaq́; ſemper propra in Leſtem per quadrantem currimus g i h. in horizonte s h r, in quo punctũ h, eſt orrus æquinoctialis, ad quod linea Leſtis & Oeſtis vergit. Variatis enim horizonte atque meridiano pũctum exortiuum variari neceſſe eſt. At in ipſo g i h, parum progreſsi, confeſtim tranſuolamus in alium verticalem per K, ductum, & ab eo rurſus in alium incidimus. Toties q́; per varios verticales nouos ſubimus horizontes, nouosq́; meridianos, nihil vnquam quod ſenſui pateat, à Leſte recedentes, donec appellimus ad o, cuius loci latitudo æqualis eſt priori. Per ambitus igitur maximorum circulorum tranſuehimur, ſimul & currimus ſub parallelo, diuerticulis quibuſdã quæ ſenſum omnem effugiunt. Quod autem videamur ſub parallelo examuſsim verſatos eſſe, cauſam eſſe puto, quòd hi circuli verticales per quos ducimur, meridianos ſecant ad rectos angulos ad ea puncta, in quibus parallelum contingunt. In vicinis igitur punctis receſſus ab eo admodum eſt exiguus: rectus enim ferè incidit verticalis in propinquos meridianos circa idem punctum contactus. Quare non protinus ſi currimus per verticalem, à parallelo diſcedimus ſenſibili differentia. Ita fit vt cum initium ſigni Cancri ab Aequatore declinet gradibus viginti tribus cum ſemiſſe, quintus tamen aut ſextus gradus eiuſdem ſigni, ijsq́; compares ad Geminorum finem, declinationem habeant ſex tantum aut ſeptem primis minutis ipſa maxima declinatione minorem: atq; id puto per magni momenti eſſe ad hunc nodum explicandum. Eſt adhuc alia ratio, quòd circulus tangit circulum in puncto tantum, quãdo citra latitudinem intelliguntur. Sed circuli illi per quos ducimur latitudine non carẽt: quapropter ipſorum contactus in quodam diuiſibili erit, non in puncto. Et proinde cum per maximos traducimur circulos, quodam modo minorem tranſcurrimus. Sic igitur puto priorem interrogationem diſſoluiſſe. Tantum verò ad ampliorem explicationem id in memoriã reuocemus oportet, quod inter omnes conſtare puto, nempe neminem eſſe adeò inſcium, adeoq́; literarum expertem qui non norit, æquinoctij tempore cum videlicet Sol æquinoctialem circulum percurrit, ſexta hora antemeridiana oriri, ſextaq́; occidere pomeridiana. Atqui in horizontalibus horologijs linea horæ ſextæ quæ Leſtis & Oeſtis eſt meridianam ſecat ad rectos angulos. Idcirco velut principio ſtatueramus, dubium non eſt quin Sol oriatur ad Leſtem, occidat verò ad Oeſtem, cum æquinoctialem circulum percurrit. Vt poſteriorem verò diluamus ambiguitatem, illud idem quod ſuperius explicare cœpimus, quali nempe via ducantur qui parallelum tranſcurrunt, expediamus oportet. Aduertendum igitur cenſeo, quod quanquam parallelus omnis rectos angulos efficiat cum omni meridiano, quod etiam accidere neceſſe eſt ijs rumbis qui à Leſte in Oeſtem producuntur, nullus tamen parallelus præter Aequatorem rumbus Leſtis & Oeſtis dicetur eſſe. Non deerunt fortaſsè qui ſuſpicentur huiuſce rei cauſam eſſe angulorum inæqualitatem. Cum enim Solſtitiorum colurus, qui officio & ipſe fungitur meridiani, à polis veniat æquinoctialis, à polis etiam zodiaci, rectos

angulos efficit cum circulo Cancri, & vnà cum ecliptico ad vnum idemq́; punctum. Nil igitur mirum ſi Sophiſtica quadam ratione inducti rectum angulum putauerint recti anguli partem eſſe, & proinde minorem. At non eſt ita. Nam omnes recti anguli æquales inuicem ſunt, ſiue fiant ex concurſu maximorum circulorum cum maximis, ſiue cum minoribus, quemadmodum alibi demonſtratum eſt à nobis. Pro certo autem credendum eſt nullum parallelum præter Aequatorem rumbum eſſe Leſtis & Oeſtis, neq; quẽquam alium, eorum omnium quos acus nautica vel iam oſtẽdit, vel adhuc in ea intelligi poſſunt. Cauſam porrò & rationem tunc attinges, cum inſpexeris rumbos omnes rectilineos itinerum demonſtratores per centrum horizontis duci, communesq́; ſectiones eſſe maximorum quorundam circulorum, & plani horizontis, cuius quidem acus nautica (velut ſuperius diximus) figura eſt. Cum igitur paralleli omnes (excepto Aequatore) circuli minores exiſtant, ipſum idcirco horizontem ſi qui ſecant, per inæqualia ſecabunt, & præter commune cẽtrum horizontis & ipſius acus, & proinde nullo modo fieri poterit vt alicuius rumbi officio fungantur, quemadmodũ in ſubiecta apparet figuratione. In qua quidẽ circulus a b c d, tam horizontem quàm acum nauticam repræſentat: recta verò a c, communis ſectio eſt meridiani & horizontis, rumbusq́; rectilineus eſt Septentrionis & Auſtri, recta

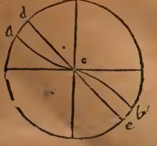


autem b d, communis ſectio horizontis & eius verticalis qui ad meridianum rect⁹ eſt, & proinde rectilineus rumbus dicetur eſſe Leſtis atq; Oëſtis, recta verò f g. communis ſectio eſt horizontis & eius verticalis, qui quadrantes ad, & b c, per medium ſecat, rumbusq́; appellatũr rectilineus Nordeſtis & Sudoëſtis, reliqua h y, ad eundem modum in reliquis quadrantibus ducta rumbus rectilineus eſt Noroeſtis & Suëſtis. Mediæ denique poſitiones horum rumborum quas nautæ medias appellant profectiones, & eorum quartæ, ſimiliter ſunt intelligendæ. Porrò à circulo æquinoctiali ad gradus vſq; 45. latitudinis, parallelus per verticem trãſiens interſecat horizontem, reliquorum verò ad manifeſtum polũ nullus interſecare poteſt. Ipſe porrò parallelus graduum 45. horizõtem in vno puncto contingit. Igitur verticalia ſydera à circulo æquinoctiali vſq; ad eundem parallelum Gr. 45. qui totius latitudinis medius eſt, per vniuerſum quadrantem orientalem a d. ortum habent. Secat autem parallelus horizontem ſuper recta linea f h, id eſt, verticale ſydus oritur ad f, occidit verò ad h, in eo loco in quo quadratum ſinus recti altitudinis poli dimidium eſt quadrati ſinus recti altitudinis Aequatoris. Quapropter numerorum proportionalium adminiculo ipſa loci latitudo innoteſcet. Geometricæ autem ſic. Recta linea h f producatur vſque ad m, vt fiat K m, æqualis circuli a b c d, ſemidiametro: præterea à centro e, ad m, recta ducatur e m, quæ circũferentiam ſecet in l. Erit igitur arcus d l, latitudo loci in quo id accidit: ſydus nempe verticale orietur ad Nordeſtẽ, occidet verò ad Noroeſtem, vbi diſtantia verticis ab æquinoctiali æqualis fuerit ipſi arcui d l.

Fatemur equidem quæuis duo loca orbis certam quãdam ad ſe inuicem habitudinem ſitus habere, quæ euntibus ab vno ad alterum obſeruanda erit, quod etiam commune eſt iis quæ ſub vno poſita ſunt parallelo. Cęterum eiuſmodi via circulo aliquo ex minoribus diffinienda non erit, ſed potius maximo quodam, qui per duo concepta loca vel ea arte ducendus erit qua vſus eſt Theodoſius, vel alia quapiam faciliore. Arcus autem ipſius maximi circuli inter eadem loca comprehenſus minor eſt eo paralleli arcu, qui eiſdem duobus locis interiacet, quemadmodum euidenti ac neceſſaria ratione ex Geometricis principiis cõcludi poteſt. Hęc igitur accedit commoditas, quòd per eum proficiſcentibus breuior via ac compendiaria ſit. At oportere ſciat qui eam ingreſſus fuerit, non ſemel tantum, ſed ſæpiſsime rumbos commutet: idq; propter variam atq; inconſtantem angulorum ſitus inæqualitatem à nouis meri-

dia

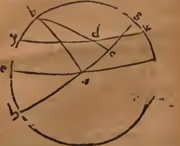
dianis ſubortam. Cuius quidem rei ſubtilis ad-
modum eſt inueſtigatio, atq; in eo conſiſtit, vt
ſcilicet intelligamus quantum creſcant, aut de
creſcant huiuſmodi anguli per eum tractum.
Quicunq; autem ita progreſſus fuerit, rectà du
cetur. Neq; fieri poterit vt quiſquam directo
itinere progrediatur, ſi vnum atq; eundem rū-
bum præter meridianum & æquinoctialē, per-
petuò ſequutus fuerit. Quin oportebit toties
eum commutare, quoties directus curſus poſtu
lare videbitur. Quæ cum ita ſint, cur igitur
nautarum planiſphærium tortuoſas illas fra-
ctasq́; rumborum lineas rectas oſtentat? easq́;
ſub æquali ſitu? Hæc enim (velut ex ſupradi-
ctis patet) ſimul ſtare nō poſſunt. Nautæ enim
tali arte nauim detorquent, atq; deflectunt, vt
perpetuò eam cogant vnà cum ipſa acu, eoſ-
dem angulos efficere cū recta linea Septentrio
nis & Auſtri. Neq; aduertunt rectas quaſcun-
q; lineas eius planiſpherij, quo vtuntur ſectio
nes communes eſſe maximorum circulorum
horizontum. At cum ad eandem mundi par-
tem perpetuo tendant, ſimili ſeruato ſitu, fie-
ri nullo modo poteſt vt directas vias percur-
rāt. Sed ipſi nihilomin' eiſdem rectis lineis ad-
hibito calculo, locorū ſitus perinde quæritant,
ac ſi directum curſum tenuiſſent. Ita fit vt or-
bis loca perperam poſita ſint in ipſo planiſphæ
rio. Quin aſſeuerare audeo nullum eorum iu-
ſta longitudine conſtitutum eſſe, errorem ve-
rò non eſſe exiguum, ſed notabilem. Ea tamen
ſemper excipio, quæ nauigantibus à Septen-
trione in Auſtrum, aut è contrario ab Auſtro
in Septentrionem obuia fuere. Quod autem at
tinet ad decurſi ſpatij longitudinem, propter
itinerum obliquitates, atq; anfractus, longius
quàm putent progrediuntur, præſertim vbi lo
corum intercapedo magna eſt, & rumbus ille
curuilineus anguloſior fuerit, quēadmodū in
ſubiecto ſchemate intueri licet. Quoties verò
ignorata altitudine poli, ex explorata itinerū
dimenſione locorum ſitus perquirunt, longitu
dinem propterea vltra metam extendunt, quo
niam id quod natura flexuoſum eſt, atq; obli-
quum, in rectum proijciunt. Sed ſi ex deprehē
ſa altitudine poli quam rarò exquiſitā habent,
quo in loco ſint expendant, lōgitudinem plus
iuſto interdum producunt, interdum contra-
hunt. Rumbus Nordeſtis & Sudoeſtis quem
putant ſequutos fuiſſe, eſt in hac figura linea
d c e, cæterum deſcribunt a c b, quæ neq; recta
eſt, neque vnà circularis. Quiſquis itaq; hæc



inſpexerit, expenderitq́;, facilè concipiet fie-
ri poſſe, vt ex erroribus nautarum, falliſq; eo-
rum relationibus, quamuis ipſa loca non adea-
mus, veritas eliciatur. Præſtaret tamen ad loco
rum ſitus cognoſcēdos, arte quadam, ac metho
do, nauigare. Quæ profectò ars vtriuis duorū
modorum rem expedire poterit. Prior eorum
permittit eundem curſum perpetuò teneri in-
ter nauigandum, qui ſemel fuerit inſtitutus, ve
lut hodie nautæ obſeruant. Cæterùm locorū
ſitus perueſtigādus eſt in curuilineo aliquo pla
niſphærio, cuius rumbi eam figuram præſe fe-
rant, quam in hoc ſchemate rumbus Nordeſtis
& Sudoeſtis, non autem in rectilineo nautarū.
Poſterior admonet maximum ſequi ſphæræ
circulum, ea curſuum varietate, quam mutatio
exigit meridianorum. Et proinde locorum ſi-
tus inquirendus erit in ipſis maximis circulis,
aut in rectilineo aliquo planiſphærio, quod
eoſdem maximos circulos aliter repræſentet,
quàm vulgatū illud idem nautarum. In quo ta
metſi rectilinei rumbi ſectiones communes po
nantur eſſe maximorū circulorū verticalium
& plani horizontis, non poterunt tamen huic
negotio inſeruire, ꝓpterea quòd ob eorū æqui
diſtātiā pares angulos perpetuò cū meridianis
efficiūt. Quanquam verò globus, vt decet, deli
niatus ſit quouis planiſphærio vtriq; modo ac
cōmodatior, priorē nihilominus exequi poſſe
mus, ipſo nautarū rectilineo aliquaten' immu
tato. Sed vnde digreſſi ſum' reuertamur. Quo-
tieſcūq; igitur quoſnā ſit' duo data loca ītet ſe
inuicē habeāt, cognoſcere operæ pretiū fuerit,
maxim' circul' ꝑ ambo ducēd' erit. Arc' enī
horizōtis prioris loci ipſo maximo circulo &
æquinoctiali cōprehēſus, quó nā poſterior ver
gat īdicabit. Vt ſi, exēpli gratia, ipſe arc' hori-
zōtis grad' habuerit 45. oriētalis atq; Borealis
quadrātis, diſtabit poſterior loc' à priori ad nor

 deſtem:

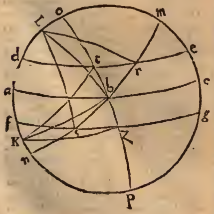
deſtem: ſimiliterq; in alijs res ſe habebit. Hoc
autem in ſubiecta figuratione videre licet: in
qua quidē b, & d, ſunt duo loca Borealia quo-
rum ſitus alterius videlicet ad alterum cognoſ
cere libet. Orientalis horizon loci verticem
habentis ad b, ſit g a h. Parallelus eius loci qui
verticem habet ad d, eſto y d K, ſit autem b d
c, quadrans maximi circuli ducti per b, & d.
Quadrans verò b a, meridianum loci b, ad re-
ctos angulos ſecet. Angulo igitur a b c, reſpon
det in horizonte arcus a c, qui ſi graduū 45.
inuentus fuerit, ipſum maximum circulum du
ctum per b, & d, a Sudoeſte in Nordeſtem ve-
nire pronuntiabimus. Hinc manifeſtum eſt



quòd trium locorum ſub vno atq; eodem pa-
rallelo poſitorum, primus ad medium alium ſi-
tum habet quàm ad poſtremum: adeò vt eo-
rum vnuſquiſq; ad quemuis alium diuerſam
habeat habitudinem poſitionis. Quòd enim
quando à Leſte in Oeſtem nauigamus, ea om
nia perluſtremus, eſt de hoc alia ratio a nobis
iam explicata. Quæcunq; igitur loca poſita
ſunt in b c, vergunt ad Nordeſtem. & quæcū-
q; in alio quadrante qui eſt ante b, conſtituta
ſunt, vergunt ad Sudoeſtem, omnia namq; cō-
feruntur cū b. Cæterùm ſi recurrendo ſitum
loci b, velis referre ad d, ſcito ipſum b. ad Su-
doëſtem non vergere, ſed multo aliam inclina
tionem habere inter Nordeſtem & Septen-
trionem, ſiquidem poſuimus Borealiorem eſ-
ſe b quàm d. At ſi poſueris æquales habere al-
titudines poli, quoniam d, collatus ad b, ver-
git ad Nordeſtem, b, igitur relatus ad d, verget
ad Noroëſtem. Sed ſi ponamus d Borealiorē,
& diſtare nihilominus a loco b, verſus Norde-
ſtem, poterit profectò hoc accidere duobus lo-
cis pares habentibus altitudines poli, quæ inæ-
qualiter tamen diſtabunt ab ipſo b. Quapropter
ter ſi idem locus b, referatur ad propinquiorē,
inclinatus repetietur ad pūctum quoddam ho

rizontis inter Oeſtem & Sudoëſtem, ſed ſi ad
diſtantiorem comparationem feceris, ad ſimi
le punctum vergere affirmabis in Boreali occi
dentaliq; quadrante horizontis inter Oëſtem
& Noroeſtem, æquali nempe interuallo diſta-
bunt illa duo puncta ab Oeſte. Docet hæc triā
gulorum ſphæralium ſciētia, quæ vel in globo,
vel in tabulis Aſtrolabij experiri licebit. Ex
his intelliges varios haberi in diuerſis locis ter
ræ orientis Solis reſpectus. Nam cum eſt in ini
tio Cancri conſtitutus, ijs qui Sienem inhabi
tant, ijſq; omnibus qui ſub ipſo circulo Can-
cri poſiti ſunt, oritur ad Leſnordeſtē tribus gra
dibus cum ſemiſſe additis verſus Nordeſtē, cū
ſit latitudo ortus graduum 26. At eodem tem-
pore duodecima nēpe die menſis Iunij, ijs qui
habitāt ſub æquinoctiali ad Leſnordeſtem ori
tur, vno tantū addito gradu: habet enim latitu
do ortus gradus 23. cū dimidio. Incolētib⁹ por
rò plagam noſtram Borealē, ſub altitudine po-
li graduū 35. oritur ad Leſnordeſtem cum di-
midio ferè vnius quartæ Nordeſtē verſus, quia
latitudo ortus gradus habet 29. In horizōte ta
men Olyſſiponēſi vbi polus Boreus eleuatur
gradibus ferè 39. oritur ad Nordeſtem addita
quarta vna & gradibus duobus cum ſemiſſe ver
ſus Leſtē: habet enim latitudo ortus gradus 31.
Latitudinem ortus Solis Aſtronomi dicunt ar
cum horizontis inter æquinoctialem & ipſum
Solem exorientem. Ex his autē intelliges qui-
bus in locis occidat horizontis ipſo eodem die
Cancri, ſimiliter vbi oriatur & occidat, quādo
eſt in tropico hyberno. Hæc verò ex eo patēt,
quoniā ſinus rectus complementi altitudinis
poli ad ſinum totum, & ſinus declinationis So
lis ad ſinum latitudinis ortus eandem habēt ra
tionē. Propterea ſi ſit tibi ac⁹ nautica quæ exa
ctè ſitum meridiani oſtendat, vel quouis alio
modo eum exploratum habeas, ex obſeruato
Solis exortu, altitudinem poli ſupra horizon-
tem certiſsimo calculo deprehendes. Quodqui
dem nos quouis diei tempore inuenire ſolem⁹,
ignorata hora, ſitu etiam meridiani ignorato.
Nautæ verò & nauium magiſtri adeò ſunt iner
tes, vt cum multis modis poſſent ipſam poli
ſublimitatem inuenire, tempore duntaxat me
ridiano eandem perquirunt. Et quoniam ſæ-
pe numero accidit, radios Solis impediri eo
tempore, ſola tunc æſtimatione, quæ non ra-
ro eos fallit, quo in loco ſint expendunt. Quen
dam enim vidimus, qui in Indiam plu'quàm
decies nauigauerat, poſtea tamē cū ſciētiæ præ
ſidio

ſidio deſtitutus eſſet, non paucos dies Solis declinationem tum detraxit, quando erat adijcienda, tum adiecit, quando erat detrahenda. Sed vt finem imponamus huic tractationi, vel ex ipſa Ptolemæi demonſtratione, vel ex propriſsimis principijs ſciẽtiæ triangulorum conſtare arbitramur, Sole æqualiter recedente à circulo æquinoctiali, ſiue ad Boream, ſiue ad Auſtrum, æquales haberi arcus latitudinis ortus. Atqui in omnibus horizontibus ijdem rumbi ad eaſdem partes pertinent, in duobus prætetea locis quorum vnus borealis eſt, alter auſtralis æqualis altitudinis poli, æquales facit Sol latitudinis ortus, & ad eandem horizontis partem. Igitur cum in principio Cancri fuerit conſtitutus, ijſdem duobus locis æquali orietur inclinatione. Oritur autem cum eſt in tropico Capricorni ad Sueſtẽ, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita verſus Leſtem, ijs qui borealem altitudinem habẽt graduum 35. Quapropter & ijs etiam qui æqualem altitudinem auſtralis poli habent, orietur eodem tempore ſimiliter ad Sueſtem, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita verſus Leſtem: æquales enim relinquuntur arcus quadrantis orientalis auſtraliſq; in vtroq; horizonte. Quicũq; enim animaduertit acus nauticæ Leſtem vbiq; locorum in ortum æquinoctialem tendere, ſanè quoniam Sol ab æquinoctio autumnali vſq; ad vernum declinat ab Aequatore verſus Auſtrum, protinus intelliget in toto terrarum orbe per idem tempus ad eos rumbos oriri, qui ad quadrantem pertinent Orientalem Auſtralemq;, quemadmodum in ſubiecta figura apparet, in qua circulus a p c o, meridianum repreſentat duorum locorum ſub l, & k, poſitorum, quæ quidem loca pares habent latitudines ad differentes mũdi partes l, ad Boream K, ad Auſtrum. Sit a b c æquinoctialis, circulus Cancri ſit d e, Capricorni verò f g. Horizon loci l, ſit m b n, loci autem K, ſit o b p. Quoties igitur Sol Cãcrum fuerit ingreſſus exorietur ad r, in horizonte Borealis loci, at in horizonte loci auſtralis exorietur ad r. Et quoniam duo arcus b r, & b r, quadrantum orientalium borealiumq; b m, & b o, æquales ſunt: Sol igitur ijs qui ſunt ad l, & ijs qui ſunt ad K, ſimiles faciet exortus. Sũt autem b l, & b K, eorum verticalium circulorum quadrantes qui Leſtem oſtendunt, quadrantes verò l r, & K r, eorũ verticalium ſunt, qui Solis exortus in ipſa die Cancri oſtendunt: ipſis igitur circumferentijs b r, & b t, æquales anguli reſpondent b l r, & b K t, ad vertices l, & K. Quoties autem Capricornum Sol ingreſſus fuerit, ijs qui ſunt ad l, exorietur ad s, ijs verò qui ad K, exorietur ad z. Et quoniam circũferentiæ b s, & b z, æquales ſunt, vtrobiq; igitur ſimiles faciet exortus in ipſis quadrantibus Orientalibus atq; Auſtralibus. At verò quoniã hæ omnes rumborum circumferentiæ æquales inuicem ſunt, liquet igitur tanto ſolem exoriri ſupra Leſtem cum eſt in Cancro, quanto infra Leſtem cum eſt in Capricorno. Vt ſi quadrans l r, eat ad Nordeſtem eorum qui ſunt ad l, quadrans igitur l s, tendet ad Sueſtem. Sic igitur vtramq; ſoluimus ambiguitatem. illud tamen ſupereſt explicandum, nempe Martinũ Alphonſum (vt ſuperius diximus) in loco quodam Auſtrali gradibus 35. ab æquinoctiali diſtante Solis ortum obſeruaſſe cum initiũ Capricorni teneret, eumq; orientem vidiſſe ad Sueſtem, quarta vna addita verſus Leſtem: noſter tamen calculus vltra quartam vnam dimidium ferè adiecit vnius quartæ, nec mirum: Quo enim Sol ipſa orietur die, non potuit exactiſsimè & ſine vllo errore ſola acu nautica deprehendi, ſed operæ pretium erat quidpiam aliud ſuperaddere eidem inſtrumento, quemadmodum alio in loco admonuimus, & ea de cauſa medietas ferè vnius quartæ omiſſa fuit. Enimuerò ex data poli ſublimitate, atque ex gradu Solis cognito, nullius inſtrumenti adminiculo, quin & ipſo etiã ſole non viſo, euidenti ac neceſſaria ratio-



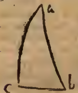
ne concludimus gradus 29. circumferentiæ horizontis eodem ipſo die contineri inter punctum exortiuum & Leſtis punctum. Atqui Sueſtes cum quarta Leſtis gradus comprehendit 33. & 45. differentia igitur quę gradus continet 4. cum minutis 45. dimidium ferè eſt vniꝰ quartæ, eſt enim aliquanto minor. Et proinde ſol cũ eſt in initio Capricorni cõſtitutꝰ, iis qui altitudinem poli habent graduum 35. ad Sueſtẽ oritur cum quarta vna & dimidio ferè quartæ verſus Leſtem. Quoniam verò in nauticis inſtrumentis conſuetis vltra dimidij quadrantis quartam nihil præterea adnotatur, non potuit idcirco ſola acu nautica hoc exactè deprehendi. Geometrica porrò demonſtratio euidenter oſtendit, Solem in tropico hyberno iis duntaxat exoriri ad Sueſtem cum quarta Leſtis, qui altitudinem poli habẽt graduum 44. in noſtra verò hac habitatione ad Sueſtem cũ quarta Leſtis, duobus gradibus & minutis 45. additis verſus Leſtem, quoniam latitudo ortus graduum eſt 31. Quæcunque igitur ſuper his rebus à nobis ſcripta ſunt, citra omnem ambiguitatem recipi debent, quum demonſtratione mathematica nihil ſit certius, nihil euidentius, cui quidem nemo unquam refragari poterit.

¶PETRI NONII SALAcienſis de regulis & inſtrumentis, ad varias rerum tam maritimarũ, quam & cœleſtium apparentias deprehendendas, ex Mathematicis diſciplinis. Liber. II.

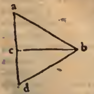
¶De carta marina nautarumue planiſphærio. Cap. 1.

LVſitanorum nauigationes hoc ſæculo factas admirabiles eſſe nemini incompertũ eſt. Luſitani enim Oceanũ tranſnatare auſi ſunt: nouas repererunt inſulas antiquitati prorſus incognitas, noua littora, noua maria, nouos atq; nunquam viſos populos. Nõ eos perterruit ingẽs calor exuſtæ zonæ, neq; immodicum frigus gelidę, quin continuis profectionibus tandiù nauigarent, donec vltra æquinoctialem ingens illud Aphricæ promontorium, quod bonæ ſpei caput appellant, præteruecti, iterumq; in Borealem plagam ſe recipientes, Aethiopicum mare quod in Troglodytica eſt, Arabicum, Perſicum, tranſgreſsi in Indiam tandem appulerint. Inde verò vltra Gangem, vltra Taprobanam, in regionẽ Sinarum, atq; in inſulas ad orientem Solem maximè ſpectantes peruenerunt. Hæc verò ab eis nec temerè quæſita, nec caſu reperta fuerũt. Geſtabant enim Aſtronómica inſtrumenta ad aſtrorum obſeruationes, tabulasq; motus Solis & Lunæ, à Mathematicis numeris atq; certa ratione deſignatas: illud præterea viuum diuinumq; organum priſcis hominibus incognitum, quod acum nauticam appellant. Cuius quidem circumferentia quæ Horizontem repreſentat, in partes æquales 32. diuiſa mũdi cardines oſtendit. Huius inſtrumenti beneficio terras relinquere auſi ſunt, & in altum prouehi à littoribus procul, adeò vt acciderit aliquãdo Luſitanorum naues poſt menſes ſex in Indiam appellere, nulla interim viſa inſula, nulloq; viſo continente. Priſci verò nautæ cum eo organo carerent, mirandum non eſt quòd tantum prope oras nauigarent. Ipſũ verò rectilineum orbis planiſphærium quo hodie vtuntur, quã quam ob parallelorum quam facit æqualitatẽ, veram orbis imaginem præbere non poſsit, arti tamen nauigandi quam ipſi exercent, valde conueniens eſt. Nam quòd inſula vna, aut terræ tractus quiuis, longior appareat in eo, quàm verè ſit, parum referre videtur ad nauigantium vſum, dummodo locorum diſtantiæ ſecũdum partes maximi circuli, aut ſtadia, aut miliaria, aut alias quaſcunq; menſuras cognoſcantur. Claudius enim Ptolemæus præſtantiſsimus mathematicus quum in primo libro Geographiæ diſtantiam inter Cori promontorium & Sinã inueſtigare vellet, & inter alia quædam loca quæ in Gangetico ſinu ſunt, rectas lineas æquidiſtantes pro meridianis accepit, rectas etiam æquidiſtantes pro circulis parallelis. Triangulis itaq; rectilineis pro ſphæricis vſus eſt, quod rurſus facit in magna aſtrorum compoſitione libro quinto, quum eos angulos inquirit, qui ex concurſu fiunt zodiaci & meridiani, atq; diuerſitatem aſpectus Sólis & Lunæ. Nec dubitamus eundem fuiſſe Ptolemæum qui vtrunq; opus Aſtronomicum & Geographicum compoſuit,

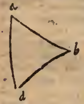
poſuit,cum in ſecundo libro magnæ compoſitionis Geographiam a ſe editam commemoret, rurſus verò in octauo Geographiæ ipſum opus Aſtronomicum, in vtroque autem opere ſub eadem fere ponitur quantitate maxima Solis ab æquinoctiali circulo declinatio. At vt conſtare poſsit quonam modo & quibus in locis, rectis lineis pro circularibus ſit vtendum, vnū ſequemur exemplum primi libri. Nauigationē à Corura in Paluras vſq; (ex traditione Marini ait) ad ortum hyemalē eſſe ſtadiorum 9450. à quibus propter curſus inæqualitatem tertiam partem adimit, ſtadia nempe 3150. & relinquētur 6300. pro directa diſtantia. Horū verò ſextum aufert, & relinquētur idcirco ſtadia 5250. ideſt gradus 10. Sc. 30. pro diſtantia meridianorum eorundem locorum. Eſto enim Corura a, Palura b, meridianus per a, ſit a c, parallelus per b, ſit b c, diſtantia inter a, & b, cum nauigationis inæqualitate ſtadiorum ſit 9450. detracto autem vno tertio, erit arcus a b, ſtadiorū 6300.



directum nempe interuallum inter a, & b, arcus verò a c, differentia latitudinis erit eorundem locorum, at b c, longitudinis differentia in circulo parallelo æquinoctiali, angulus igitur qui ad c, rectus erit, ſed qui ſub b a c, acutus ſitum demonſtrat loci b, reſpectu a. Et quoniam ſupponit Paluras diſtare a Corura ad exortum hybernum, vnde Eurus ſpirat: diuiſo igitur auſtrali orientaliq; quadrante in tres æquales partes pro antiqua vētorum diſtinctione, ipſe poſitionis angulus b a c, duas earum comprehendet. Quapropter ſi pro ſphęrico triāgulo rectilineum ſumamus a b c, reliquus acutus angulus c b a, tertia pars erit vnius recti, ipſa verò a b, recta linea trianguli a b d æquilateri latus erit, & recta a c,



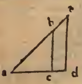
eius dimidiū, b c, cathetus. Quadratū itaq; ex a b, ad quadratū ex b c, ſeſquitertiā habebit rationē. Et quoniā quadratorū ratio dupla eſt quàm laterū, ratio igitur a b, ad b c, erit ferè ſeſquiquinta, vt ſi a b, partium æqualium ſex ſubijciatur, eius quadratum erit 36. quadratum igitur ex b c, erit 27. cuius latus aliquanto maius erit quàm quinq; , craſsiore itaq; computo eā Ptolemæꝰ ſupponit quinq; , vt ratio a b, ad b c, ſit ſeſquiquinta. Quapropter ex ipſa a b, cognita, vno detracto ſexto, nota relinquetur b c, ſtadiorū videlicet 5250. Et quia parallelus loci b, parum aut inſenſibiliter differt à maximo circulo, cum ſit æquinoctiali viciſsimus, computatis igitur quingentis ſtadijs pro quolibet ipſius paralleli gradu, differentia longitudinis inter b, & c, decem comprehendet gradus cum vnius gradus dimidio. Vides igitur hunc modum nihil differre ab eo quo nautæ noſtri temporis vtuntur. Qui multo tamen exactius ſuppoſita quantitate anguli poſitionis, diſtantiā meridianorum ex tabula quadam numerorum eliciūt, quā ad ſingulas poſitiones ſupputatam habent. Quoniam enim Ptolemæus rationē a b, ad b c, ſicut ſex ad quinq; poſuit, ducenta idcirco, & amplius ſtadia ea ſupputatione ſunt omiſſa, quibus equidem reſpondent plus quàm duæ quintæ partes vnius gradus. Hoc autem facilè experieris in hunc modum. Quoniam enim a c, dimidium eſt a b, ſtadia igitur continet 3150. cuius quadratū ſi auferas à quadrato lateris a b, relinquentur 29767500. quadratum nempe lateris b c: ipſum igitur latus b c, ſtadia ferè comprehendet 5456. quibus gradus vndecim ferè reſpondent. Illud præterea eſt aduertendum, itineris diſtantiam inter Coruram & Paluram æſtimatione cognoſci potuiſſe, cæterùm ignoratis eorundem locorum latitudinibus, angulus poſitionis vnius ad alterum cognoſci non potuit, niſi fortaſſe notato ſitu atq; diſtātijs ad quempiam alium locum. Ex corura enim cōſpici Paluras eſt incredibile, ſed ſi a d, ſit arcus meridiani cognitus inter a, Coruram & locum alium qui ſit d, diſtantia verò ipſius d, à Palura b, & ea quoq; quæ inter a, & b, fuerint cognitæ,



angulus idcirco ſitus d a b, à Corura in Palurā cognitus erit. Modus tamen parum exactus eſt præſertim in tāto interuallo, & maritima profectione. Iam verò ſi ſubijcias tādiù nauigatum fuiſſe verſus exortum brumalem, eadē perpetuò ſeruata inclinatiōe, donec ad Paluras peruērū fuerit, qui ꝑfectò modꝰ à recētioribꝰ nautis acus nauticę adminiculo obſeruari ſolet, manifeſtò apparet ex ijs quæ diximꝰ in ſupiori libro, cōfectū iter directū nō eſſe: & ꝓide directā

 diſtan

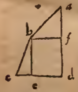
diſtantiam eorundem locorum aliam habere poſitionem ad Coruræ meridianum. Quòd ſi latitudines à circulo æquinoctiali cognitas ſupponat Ptolemæus, minimo certè negotio meridianorum differentiam cognoſcere potuiſſet, idq; neglecto poſitionis angulo, ſed ſublato tantum quadrato differentiæ latitudinis ex quadrato directæ diſtantiæ inter Coruram & Paluras: remanentis enim latus quadratum pro ipſorum meridianorum differentia accipiendum eſſet, quandoquidem rectis lineis pro circularibus vti voluit. Sed ſi exactius idipſum inuenire libeat, in ſphærico triangulo ex diſtantia locorum cognita, & complementis latitudinum etiam cognitis, eum angulum ſtatim cognoſcere poteris, qui ad polum mundi differentiam meridianorum ſubtendit. Vtcunque tamen poſitionis angulus cognitus fuerit, ex ſupradictis patet, eadem arte olim Ptolemæum vſum fuiſſe ad locorum longitudines inueniendas, qua nautæ hodie vtuntur. Quòd autem in quauis inclinatione locorum diſtantias contrahat ad rectitudinem capiendam, cõſultius & cautius id facit, quàm noſtri nautæ. Hi enim ſpatium quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt. Quare neceſſe eſt vt adaucta ea linea quæ rectum ſubtendit angulum, in eadem quoq; ratione locorum latitudines atq; longitudines vltra metam ſint extenſæ, quod in ſubiecta apparet figuratione. In ea enim ſicut a e, diſtantia ad a b diſtantiam, ſic a d, longitudinis differentia ad a c, longitudinis differentiam, & eandem quoq; rationem habent d e, & b c, latitudinis differẽtiæ. Quoniam verò in magnis ac diuturnis nauigationibus non raiò hoc committunt: nihil



igitur mirum ſi ab Hiſpania in Indiã interuallum vltra modum extendant. Idem enim ſine diſcrimine faciunt in quauis locorum inclinatione, quod quãdo ſub vno meridiano, aut ſub vno nauigant parallelo. Præterea quod Ptolemæus tantum facit in locis propinquis æquinoctiali, & in diſtantia mediocri, ipſi vniuersũ per totum orbem, & in quam maximis diſtantijs audacter pro ſphæricis triangulis rectilineis vtuntur. Sed nihilominus littorales orbis deſcriptiones eorundem nauigationibus confectæ multò certiores ſunt, quàm quæ traditæ ſunt à Ptolemæo: qui partim coniecturis, partim verò falſis quorundam hominum relationibus longitudinem atq; latitudinem habitati orbis dimẽſus eſt. Eclipſes enim Lunares neq; frequenter fiunt, neq; cum fierent, erant vbiq; Mathematici qui obſeruarent, præſertim apud barbaras nationes. Eſt enim modus inueniendi longitudines locorum ex Eclipſibus omnium certiſſimus, ſed qui à nautis negligitur, tametſi eorum tabulas habere poſsint in multos annos exaratas. Quod ſi contingat quempiam ab eis obſeruari, eum locum in quo facta eſt obſeruatio eadem prorſus arte in marina charta collocant, qua in globo, per gradus nempe longitudinis & latitudinis, in quo equidem errant. In primis enim differentia longitudinis in parallelo dati loci ſumpta in partes maximi circuli, vel in mẽſuras noſtras conſuetas conuertenda eſt, & per eas deinde in eadem marina charta ipſe locus collocandus. Ea porrò loca quæ extra circulum æquinoctialem ſub vno parallelo nauigantib⁹ offeruntur, quo nam modo collocari debeant in ipſa marina charta, non eſt facile definire. Quod vt planius intelligatur, duo concipiamus loca quæ æquales ferè latitudines Boreales habent, & ab vno in alterum quotidie nauigant Luſitani, ea autem ſunt Olyſsippo, & ea inſula ex occidentalibus Portugaliæ quam tertiam appellant. Habet enim Olyſsipo gradus ferè 39. latitudinis, ipſa verò tertia inſula gradus ferè 40. Diſtantiam porrò eorundem locorum explicat marina charta noſtrarum leucarum 262. circiter, æqualem videlicet quindecim gradibus meridiani, tantam enim noſtri nautæ ſæpiſsimè inueniſſe aiunt, non ſolum æſtimatione confecti itineris, cum à Leſte in Oeſtem nauigant ad eandem inſulam, ſed alio multò certiore calculo. Nauigatio enim ab Olyſsippone in inſulam quam Materiæ appellant, eſt ad Sudoeſtem: ab hac autem in tertiam inſulam eſt ad Noroëſtem. Et quoniam à Noroëſte in Sudoeſtem, ſimiliter & à Sueſte in Nordeſtem, tantum ſpatium comprehenditur inter meridianos quantum inter parallelos, ideſt tanta eſt differentia longitudinis quanta latitudinis, propterea quòd angulus poſitionis in vtraque nauigatione dimidio recti ſit æqualis, ipſa verò materiæ inſula latitudinem Borealem habet graduum 32, idcirco ſuppoſita ſtructura rectilinei planiſphærij quo nautæ noſtri temporis vtuntur, inter Olyſippone m & tertiam inſulam ſpatium

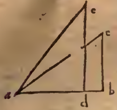
quin

quindecim graduum maximi circuli comprehendi neceſſe eſt, ſed ipſius paralleli graduū 39. aut 40. latitudinis plures erunt gradus in eodem ſpatio. Hac profectò arte vſus eſt Ptolemæus libro primo Geographiæ pro inueniendis locorum diſtantijs, Cæterùm illud ambiguitatis relinqui videtur. Enim verò ſi inter Olyſſipponem & inſulam tertiam ipſe arcus paralleli quadraginta graduū latitudinis quindecim gradibus maximi circuli eſt æqualis, cū in omni parallelogrammo latera oppoſita ſint æqualia: erunt igitur in ipſa marina charta quindecim gradus æquinoctialis comprehenſi in ipſo æquinoctiali inter eorundem locorū meridianos, quod quidem ex Theodoſio libro 2. impoſſibile eſſe liquet. Hanc tamen diſſolues ambiguitatē, ſi intellexeris fieri non poſſe vt vtræq; rectæ lineæ æquinoctialis parallelos ad rectos angulos ſecantes pro meridianis ponantur in ipſo æquinoctiali, aut in eis parallelis qui à prioribus plurimum diſtant, niſi ratio ſeruetur meridiani ad parallelum medium, quemadmodum Ptolemæus faciendum admonet in tabulis prouinciarum, ne ſenſibilis error committatur. Prætetea neminem perturbari velim, quod nauigationem ab Olyſsippone in inſulā Materiæ ad Sudoëſtem fieri dixi, ipſamq; inſulam ab Olyſsippone diſtare ad medium quadrantis Auſtralis Occidētalisq;, quod nullo modo fieri poſſe planè conſtat. Nam ſi ſoluētes ab Olyſſippone nauis proram dirigamus ad Sudoëſtē, tam diuq; nauigemus ſub ipſa eadem inclinatione, donec ad inſulam Materiæ perueniam*, alia inuēta erit poſitio quàm quæ dimidij quadrantis. Cæterùm hac etiam liberaberis difficultate, ſi animaduerteris in diſtantijs non admodum magnis parum aut nihil referre, ſi vel dixeris diſtare locum à loco ad Sudoeſtem, aut quandiu nauigamus ab vno in aliū ſemper proram dirigi ad Sudoëſtem. Ex prædictis idcirco elicies, qua nam arte ea loca collocanda ſint in nautarum planiſphærio, quæ ſub vno nauigantibus parallelo ſunt oblata. Conſtare etiam arbitror ex ijs quæ à nobis dicta ſunt hoc in loco, & in priori libro, quòd non ſolum cōtingat hallucinari circa ſitum multorum locorū quos marina charta ſub vno oſtēdit meridiano, ſed etiā in alijs diſtantiarum poſitionibus inclinationibusq́. Eſt enim meridianus norma quædam aliarum poſitionum: vbi igitur in ſitu meridiani erratum fuerit, in inclinationibus etiam reliquorum rumborum lapſum fieri neceſſe eſt, & proinde nō omnis poſitio inclinationis loci ad locum, quæ in marina charta explicata reperitur, pro vera accipienda eſt, ſed ea tantum ſub qua ab vno in alium nauigatum fuerit aliquando. Exempli gratia, ab Olyſsippone a, directa via nauigantibus verſus polum Auſtrinum offeratur locus d, ſub æquinoctiali circulo poſitus, ad Sudoëſtem verò nauigantibus ſub latitudine graduum 32. inſula materiæ b: recta igitur a d, in marina charta latitudo eſt loci a, perpendicularis b e, latitudo loci b, perpendicularis verò b f, diſtantia inter meridianos ipſorum locorum a, & b, in ipſius loci b, parallelo: notetur autem locus c, vltra e in recta linea c d, æquinoctialem repræſentante, qui & in globo, & in marina charta, vno atq; eodem numero graduum diſtet à loco d. Quatuor igitur loca a, b, c, d, rectè poſita ſunt in charta. Cæterum b, ipſo c, occidentalior eſt, conſtat hoc ex ſupradictis.



Quapropter perpendicularis b e, verum ſitum non habet meridiani, nec angulus e b c, poſitionem loci c, reſpectu b, demonſtrare poterit in ipſa marina charta. Cæterùm ſi eadem loca a, b, c, & d, eadem arte in globo collocarentur, ductis meridianis per a, & b, maximis etiam circulis ductis per a b, & per b c, haud dubiè veras inter ſe ſeruarent poſitiones. In eo enim ſi quædam loca per latitudines & longitudinis differētias collocaueris, quædam verò per latitudines & angulos poſitionum, omnia tandem inter ſe debitam habebunt poſitionis cōuenientiā, quod in marina charta multò aliter euenire ſolet. Id etiam in ea nauigatione quæ à noſtris in Indiā fit, intueri licebit. Enim verò promontorium illud Aphricæ trium cuſpidum latitudinis Borealis quatuor graduum cum dimidio, & inſulas Triſtani à Cugna quæ gradus 36. Auſtralis latitudinis habent, ſub vno atq; eodem meridiano marina charta demonſtrat: interuallum præterea inter eaſdem inſulas & promontorium bonæ ſpei quadringentas ferè leucas continere, quæ tamen ſimul ſtare non poſſunt. Nam ſi littora omnia à promontorio trium cuſpidū vſq; ad promontorium bonæ ſpei rectè deſcripta ſunt, & ipſum idem promōtorium trium cuſpidum cum eiſdem inſulis ſub eodem iacet me

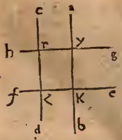
ridiano, neceſſe eſt igitur prædictam diſtantiã multò minorem eſſe, ſeruata graduum & parallelorum proportione. Sed ſi minor non eſt, fieri non poteſt vt eundem habeant meridianum cum ipſo trium cuſpidum promontorio, quinimo erunt occidentaliores. Hinc fit, vt ſæpiſsimè decipiantur nautæ cum ex vno loco alium petunt. eam poſitionem ſequuti quam oſtendit marina charta. Quem cum minime ea nauigatione reperiant, erroris cauſam putant eſſe, vel aquarum celerem in aliam partem defluxum, vel polorum magnetis à veris polis mundi declinationem, quanquam ob id ſolum fortaſsis errarunt, quòd quales poſitiones ea loca interſe haberent, cognitas nondum haberent. At non ſolum in eo decipiuntur, quòd marinam chartam exiſtiment omnium locorum ſitus referre poſſe, ſed quòd quotieſcunq; littora in globum tranſcribere volunt, habita tantum ratione ad numeros graduum longitudinis & latitudinis in ea repertos, id efficiunt, ac non aliter, quàm cum ſtellas fixas collocant. Ita fit vt non ſolũ ij committãt errores, qui neceſſariò prodeũt ex charta, quia plana eſt, ſed alij etiam quos euitare poterant, ſi quas diſtantias verè cognitas habent, in primis in gradus conuerterent, deinde verò ipſas locorum longitudines & latitudines ſequerentur. In littorum porrò deſcriptione maris mediterranei. quoniam aduertimus locorum latitudines multò maiores, quàm verè ſint, poſitas eſſe, opus eſt emendatione. Alexandria enim in qua Ptolemæus tam multas fecit aſtrorum obſeruationes latitudinem Borealem habẽs graduũ 30. cum mi. 58. ponitur in marina charta ſub latitudine graduum 36. Rhodi latitudo gradus tantum habet 36. Sed ponitur in eadem charta graduum 42. Romæ latitudo gradus ferè 42. comprehendit, in eadem tamen reperitur graduum 46. Venetiæ in medio quadrantis poliæ, & in quibus æquinoctij tempore par eſt vmbra gnomoni, nempe graduũ 45. latitudinis, quinquaginta videntur habere, & in reliquis ferè locis omnibus latitudines ſimiliter auctæ ſunt. Cuius erroris cauſam cum aliquando quæſiuiſſem, id mihi ſuccurrit, quòd propter anguſtiam maris mediterranei, & quia frequẽtes in eo fiũt nauigationes, locorum inuicẽ poſitiones & intercapedines exactè ſunt exploratæ, atq; compertæ, adeò vt nauigantib⁹ non ſit opus Aſtrolabijs, aut latitudinis cognitione. Quoniam enim omni die vel aliquam inſulam, vel continentem oculis cernunt nauigãtes, quo in loco ſint faciſe poſſunt agnoſcere. Superioribus etiam ſæculis Hiſpanicum mare, Gallicum & Germanicum, idcirco ſine inſtrumentis Aſtronomicis nauigabatur, quia oras iã tum luſtrabant, deinde verò quoniam recentioribus Luſitanorum nauigationibus maximæ orbis partes ſunt peragratæ, quod quidem ſine auxilio Mathematicarum artium effici non potuit: cœperunt itaq; nautæ locorum latitudines obſeruare, & in chartis annotare. Cum igitur vellent mediterraneum cum Oceano componere, vt vnà cohærerẽt, altiorem fortè ſitum ſortitum eſt quàm debuerat. Vel ſi iam rectè cõnexa cõtinuataq; ſunt, fuit fortaſſe erroris cauſa quòd diſtantiæ inter maritima loca mediterranei Italicis miliaribus fuerunt annotatæ, ſed littorum Oceani vel gradib⁹ vel Hiſpanicis leucis: marinarum verò chartarum artifices miliaria in gradus aut in leucas perperàm conuerterunt. Vel quod deniq; magis probo, vel littorum mediterranei poſitiones, vel diſtãtias, nautæ non ſatis notarunt, & proinde non ſolum latitudines, ſed etiam longitudines à veris declinaſſe neceſſe eſt. Eſto enim in marina charta recta a, b, rumbus Leſtis & Oeſtis, ſit a c, quiuis alius rumbus aliam oſtendens poſitionem, eam nempe qua itur a loco a, in c, recta verò b c, rectos efficiat angulos cum a b, in puncto b. Erit



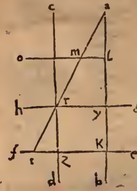
igitur ipſa recta a c duorũ locorum a, & c, intercapedo, b c, differentia latitudinis, a b, verò lõgitudinis. Intelligamus deinde vnã aliã poſitionẽ quæ angulo denotetur b a e, ſub æquali tamen intercapedine quæ ſit a e, differentia latitudinis inter loca a, & e, erit d e, priore maior at longitudinis differentia erit a d, priore minor. Deſcriptis enim circulis circa triangula rectangula a d e, & a b c, rectæ lineæ a c, & a e, inuicem æquales deſcriptorum circulorum diametri fient. Quapropter ipſos circulos æquales eſſe neceſſe eſt. Angulus autem d a e, maior ponitur quàm b a c. maior igitur erit arcus anguli d a, e, arcu anguli b a c, & proinde recta ſubtenſa d e, maior quàm b c. Eodem argumento quoniam angulus a e d, qui relinquitur ex duobus rectis minor eſt quam a c b, minor igitur erit a d, quàm a b. Hæc autem ad impoſsibile

ſaci

facile poteris demonſtrare ex primo Euclidis. Quòd ſi locorum inuicem poſitiones ſeruatæ ſunt, ſed diſtantiæ vltra proprios fines ſint extenſæ, vtraq; differentia longitudinis & latitudinis aucta erit. Quo nam igitur modo tantus acciderit lapſus dubium eſt, ſed latitudines veras non eſſe certò ſcimus. Ex quo fit vt longitudines quoque plerunque falſæ ſint. Fortaſſe tamen vniuerſa mediterranei longitudo à freto Herculeo ad ſinũ Iſsicum, quam marina charta oſtendit vera eſt, quanquam in partibus erratum fuerit. Id enim fieri potuit, ſi quantum longitudinis inter aliqua loca redundat, tantum in reliquis deficiat. Cæterùm latitudines falſas eſſe nemo ibit inficias, ſi præter ea quæ diximus eum Iſthmum qui inter mediterraneũ & Arabicum ſinum eſt, inſpexerit. Nam differentia latitudinis inter Peluſium & interiorẽ partem Arabici ſinus vbi olim Heroum ciuitas, paulò maior eſt vno gradu, quæ tamẽ in marina charta nõ minor eſt quinq; gradibus. Differentia longitudinis quæ propemodum nulla eſt, idcirco multò maior apparet, quoniam littoralis deſcriptio mediterranei ſecundum partes maximi circuli in eadem charta facta eſt, quæ tamẽ ſi ad partes graduſue ſui paralleli traduceretur in vetrouis Ptolemæi planiſphærio, iã Peluſium & receſſus intimus Arabici ſinus ſub vno ferè meridiano comprehendi viderentur. Hoc autem in globo quàm aptiſsimè fieri poſſet, non quemadmodum noſtri artifices facere conſueuerunt, qui eundum numerum graduũ in plana deſcriptione marinæ chartæ repertum ad globi parallelos transferunt, nulla obſeruata inæqualium circulorum ratione. Peluſium idcirco multò ante ſuos fines relinquitur, & mediterranei ac Arabici ſinus intercapedo in ipſo Iſthmo per quàm magna, niſi interim velint mare rubrũ vltra proprias metas producere ad id vitium occultandum. Aduertimus præterea (quemadmodũ ſuperius admonuimus) multa eſſe loca quæ cum longitudine differant, in marina tamen charta eundem videtur habere meridianum. Sint enim in ipſa marina charta rectæ lineæ a b & c d, æquidiſtantes pro meridianis poſitæ, rectæ verò e f, & g h, in eas perpẽdiculares parallelos repræſentent, videlicet e f, æquinoctialem, ſed g h, vnum aliũ ex æquidiſtantibus, recta verò a K, meridiani quadrantem. Duo autem loca y, & K, compertum fuerit ſub vno atq; eodem meridiano eſſe, à quibus duo alia loca r, & z, æqualibus diſtent in-

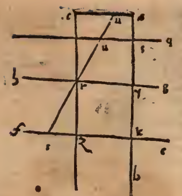


teruallis y r, & K z. Videbuntur igitur r, & z, eodem comprehendi meridiano: poſita enim ſunt in recta linea c d, at non eſt ita. Imo verò ſi eſt y, ipſo r, orientalior erit etiam locus z, eodem r, orientalior. Quoniam enim æqualia ſpatia ſubijciuntur K z, & y r, ſed maiorẽ parallelum repræſentat e f, quàm g h, pauciores igitur gradus ſui circuli continebit K z, quàm y r. Atqui circuli meridiani æqualem numerum graduum auferunt ex omnibus parallelis: diſtabit igitur z, à meridiano loci r, orientem verſus, niſi parallelorum differentia adeò ſit exigua vt alter alteri æqualis exiſtimetur. Sed ſi eum locum paralleli e f, cognoſcere cupis qui communem cum r, meridianum habet, ipſorum parallelorum ratio elicienda erit in primis vel ex tabula numerorum ad id confecta, vel ex inſtrumento inferius poſito, deinde verò ſpatium y r, multiplicabimus in numerum qui debetur parallelo e f: productũ tandẽ diuidemus per numerum paralleli g h, & proueniet ex partitiõe diſtãtia loci K, ab eo loco qui eundem habet meridianum, quem locus r. Ea igitur computetur, aut circini officio in parallelo e f, adnotetur, ſitq; exẽpli gratia K t, loca igitur r, & t, ſub eodem erunt meridiano. Vt ſi g h, parallelum per Rhodum repræſentet latitudinis nẽpe graduum 36. e f, verò æquinoctialẽ



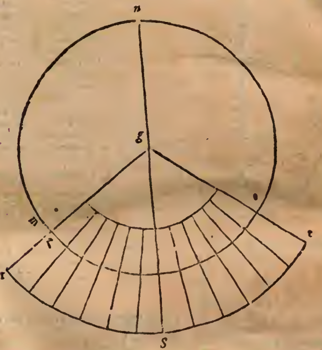
circulũ, eorũ ratio elicietur ex tabula, vel ex inſtrumẽto ferè ſicut 5. ad 4. ſpatiũ y r, 80. contineat ſtadia, quæ quidem multiplicabimus in 5. productum verò diuidemus per 4. & veniẽt

ex partitione ſtadia 100. Accepta igitur ex e f, recta K t, 100. ſtadiorum, duo igitur loca r, & t, ſub eodem dicemus eſſe meridiano. Cæterùm quanquam ita ſit, non eſt ob id ipſum ſuſpicandum, rectam lineam ductam per r, & t, meridianum repræſentare. Nam ſi recta linea t r, meridianum repræſentat, cum duo anguli ad K & t, ſint minores duobus rectis, producta igitur eadem t r, in rectum, concurret cũ a b. Non quidem ante a, nam fieri non poteſt vt aliquod punctum præter polum in duobus exiſtat meridianis, eſt enim a, polus. Neq; cõcurrere poteſt in ipſo a, polari puncto. Nam ſi concurrit, ducatur igitur linea recta l o, parallelum repræſentans latitudinis 60. graduũm, cuius ſectio cum a t, ſit in puncto m. Erit idcircò propter ſimilitudinem triangulorum a k t, & a l m, ſicut a k, ad a l, ſic k t, ad l m. Atqui recta a K, ad rectam a l, triplam habet rationem: tripla eſt igitur recta K t, rectæ l m. At verò circumſerentia æquinoctialis duobus meridianis comprehenſa dupla eſt eius circumferentiæ quæ in parallelo graduum 60. latitudinis eiſdem comprehenditur meridianis, ratio enim diametrorum eorundem circulorum dupla eſt. Quapropter recta K t, ad rectam l m, duplam habet rationem: oſtenſum eſt autẽ quòd & triplam, impoſsibile igitur. Et proinde ſi recta a t, meridianum repræſentat, nou concurret cum a K, in ipſo a, polari puncto. Sed ſi denique dicatur concurrere cum eadem a b, producta iu rectum ſupra a, ſecabit igitur polarem lineam a c, ſecet itaque in n, quemadmodum iit ſubiecta figura. Et quoniam circulorum circumſerentiæ & diametri eandem habent rationem, rectarum verò linearum ratio in infinitũ augeri poteſt, ex parallelis igitur vnum ſumemus in ſphærica ſuperficie ad quem æquinoctialis maiorem habeat rationem, quàm k t, ad rectam a n, eumq; in marina charta recta p q repræſentet, cuiuſquidem ſpatium inter duos meridianos a K, & t n, comprehenſum ſit recta s u. Recta igitur linea K t, ad rectam s u, eandem habebit rationem, quam æquinoctialis circulus ad aſſumptum parallelum ſeruat. Atqui eiuſmodi ratio maior poſita eſt quàm quæ rectæ k t, ad rectam a n, maiorem igitur rationem habebit k t ad s u, quàm ad a n, & proinde minor erit s u quàm a n. At faciſe demonſtrabitur maiorem eſſe, ducta perpẽdiculari a puncto n, in s u, quæ neceſſariò cadet inter u & s, quoniam angulus n u s, acutus

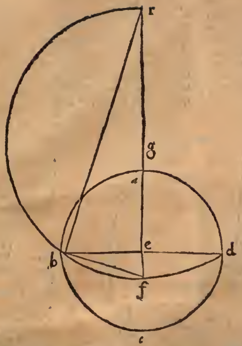


eſt: ſequitur igitur impoſsibile, & proinde recta linea t r, concurrere non poterit cum a k, ſi meridianum repræſentat. At neceſſe eſt cõcurrere per Euclidis poſtulatum: non repræſentat igitur meridianum ipſa t r, in marina charta, quod demonſtrandum ſuſcœpimus. Atque ex his intelliges planam illam orbis deſcriptionem, in qua quidem rectæ lineæ pro meridianis ponuntur, traditam à Ptolemæo in libro primo Geographiæ, parum conuenire cum ea quę in ſphærica ſuperficie facta eſt. In ipſa enim plana deſcriptione æquinoctialis ad parallelũ qui per Rhodum ſcribitur, rationem propemodum habet ſeſquialteram, nempe ſicut 115. ad 79. Quæ tamen ſeſquiquarta deberet eſſe, & idcirco ipſæ rectæ lineæ ijs duntaxat locis meridiani erunt, quæ in æquinoctiali & parallelo qui per Thylem tranſit, poſita ſunt: non ijs quæ in Rhodi parallelo. Aſſumit autem 4. gradus meridiani medij quos pro quinq; conſtituit in ipſo Rhodi parallelo, vt in eo ſaltem longitudn orbis habitati eam ſeruet rationem ad vniuerſam latitudinem, quam in ſphærica ſuperficie habet. Cæterùm conſtat hoc fieri nõ poſſe ea arte qua ipſe vſus eſt rectilineo cũ curuilineo minimè congruente. Quapropter multo melius id ad hunc modum efficies. Eſto k m n, ſemicurculus ipſius paralleli, qui per Rhodum tranſit, quem in 22. æquas partes ſecabimus, earumque ſumemus K m, ſeptẽ partium. Aequalis igitur erit ipſa circumſerentia K m ſemidiametro g k, per ea quæ demonſtrauit Archimedes de circuli dimenſione. Et erunt idcirco in eadem K m, gradus 79. medij meridiani, quos Ptolemæus ponit continere rectam g h.

g K. Ab ijs igitur ſeptem reijciantur, quos cõprehendat circumferentia m z, vndecima ferè pars ipſius k m, & relinquetur idcirco circũferentia K z, graduum 72. medij meridiani. Et quoniam in ſphærica ſuperficie gradus 72. meridiani gradibus nonaginta illius paralleli qui per Rhodum trãſit pares ſunt, ipſam igitur K z, in ſex ſpatia æqualia ſecabimus, & erit quodlibet eorum vnius horæ interuallum in ipſo eodem Rhodi parallelo.



Rectas itaq; ducemus lineas à puncto g, per ſingulas diuiſionum notas horariorum interuallorum vſq; ad æquinoctialem, & horarium interuallum (ſi libuerit) in tres æquales partes ſecabimus. Idemq; faciemus in circumferentia K o, quam æqualem conſtituemus ipſi K z, & reliqua deinde, quemadmodum admonet ipſe Ptol. Quòd ſi ipſum planiſphærium tali arte deſcribere libeat, vt extremi paralleli æquinoctialis nempe, atq; is qui per Thylem tranſit, eam ſeruent rationem inter ſe, & ad meridianos, quam in ſphærica ſuperficie habent: illud idem faciendum erit in æquinoctiali, quodmodò fecimus in Rhodi parallelo. Aequinoctialis enim ſemicirculus in 22. æquas partes ſecãdus erit, quarum quidem ſeptem ſemidiametro g s, ideſt gradibus 115. medij meridiani æquales erunt. Reiectis igitur gradibus 25. relinquentur tandem nonaginta, interuallum nempe ſex horarum. Quod quidem in ſex ſpatia ſecandũ erit, & rectæ lineæ ducendæ à centro g, reliquaq; (velut antea) peragenda. In alia verò plana orbis deſcriptione ipſius primi libri multis ſyllogiſmis inquirit, quanta ſit recta linea f g, in ſubiecta figura. Eſt enim g, commune centrum æquinoctialis & reliquorũ omnium parallelorum. Quod tamen poterat facillimo calculo atq; demonſtratione inueniri e. Nam quoniã e f, talium partium eſt 23. cum quinque ſextis qualium eſt b e, 90. & eſt g centrum circuli b f d, ſemicirculus igitur perficiatur f b r, & connectatur b r. Quapropter angulus f b r, ſupra diametrum in circumferentia exiſtens rectus erit, & idcirco ſicut e f ad e b, ſic ipſa e b ad e r, per 9. propoſitionem ſexti libri elementorum Euclidis. Multiplicabimus igitur e b, nonaginta nempe partes in ſe ipſas, productum verò quod eſt 8100. diuidemus per e f, partes habẽtẽ 23. cũ quinq; ſextis, & venient ex partitione partes quas habet e r, quibus addemus 23. cum quinq; ſextis quæ ſunt in e f & conflabitur f r, cuius quidem dimidium eſt f g. Vt cunq; tamen in plano orbem deſignauerit Ptolemæus,

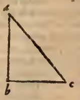


lemæus, eam rationem deſcribendi particulares prouintiarum tabulas, qua ipſe vſus eſt, magis probamus ad nauigandi artem. Quippe in quibus ratio meridiani ad parallelum medium ſeruetur. In eis enim propter meridianorum æquidiſtantiam pares perpetuò angulos efficit quæuis recta linea in ipſos incidẽs meridianos. Extremos autem parallelos non admodum à ſe inuicem diſtare oportet. Et ponenda eſt in omni tabula vniuerſa orbis longitudo, latitudo verò veluti per climata. Quamuis enim prouincia tota non in tabula vna integra reperiatur, ſed diuiſa, non admodum refert ad id inſtitutum. Hoc tamen admonemus, pauca aut nulla propemodum loca transferri debere ex conſueta marina charta ad has tabulas, ob incertitudinem longitudinis locorum in ea poſitorũ, multò autem minus ex tabulis Ptolemæi. Sed ijs tantum vtiles erunt huiuſmodi tabulæ, quibus in animo fuerit orbem denuò peragrare, atq; veros locorum ſitus examinare. Omnium tamen certiſsimus modus erit ſi tortuoſæ illæ atq; fractæ rumborum lineæ in globi ſuperficie ducantur, quas in priori libro diffiniuim⁹. Tũ verò ex deprehenſa in vtroq; diſtantiæ termino altitudine poli, & qualitate itineris, differentia longitudinis, & locorũ intercapedo cognita erit. Sed ſi ex confecti itineris longitudine hoc velis experiri, detrahẽdum erit in primis id quod propter viarum obliquitates redundat, quod noſtri nautæ nõ faciunt. Ex eclipſibus porrò longitudinis inuentio omniũ calculo comprobata eſt. Prætetea per motum Lunæ, aut eius congreſſum cum ſydere aliquo fixo: de qua quidem inueſtigatione in libro de erratis Orontij Finæi loquuti fuimus. Hæc de nautarum planiſphærio dixiſſe ſufficiat.

¶ De tabula illa numerorũ qua nautæ vtuntur, ad inueniendum quantum ſit directum interuallum, necnon longitudinis differentia inter quæuis duo loca in marina charta poſita.

Cap. 2.

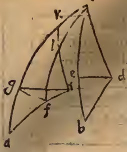
Habent præterea nautæ tabulam quandam numerorum à Mathematicis confectam, ex qua ipſi cognoſcere poſſunt quantum ſit directum interuallum, quod in vnaquaq; itineris inclinatione vnicuiq; gradui differentiæ latitudinis reſpondet, & quanta etiam ſit meridianorum differentia ſub eadem inclinatione. Ex qua rurſus tabula ſi directum itineris interuallum inter duo loca, & latitudinis differentia cognita ſubijciãtur, diſtantiam inter meridianos & ipſam etiam inclinationem eliciunt. In triangulo enim rectilineo rectanguloq; a b c, ſit a b, meridiani pars latitudinis differentia duorum locorum



corum a & c, ſitq; b c, differentia longitudinis eorundem locorum in parallelo loci c, recta verò a c, directum interuallum inter ipſa eadem loca. Dico quòd ſi præter angulum rectum vnus ex duobus acutis angulis cognitus fuerit, vel duorum laterum ratio cognita ſupponatur, reliqua omnia innoteſcent. Nam quoniam ſinus recti angulorum atq; ſubtenſa latera eodem ordine ſunt proportionalia, quod ſtatim intelliges deſcripto circulo ad menſuram a c, ſuper altero ipſius termino, ſi igitur angulus b a c, cognitus ſubijciatur, ratio ſinus totius ad ſinum rectum eiuſdem anguli nota erit. Et proinde ratio a c ad b c, cognita quoq; erit. Ex angulo autem b a c cognito reliquus a c b, illico innoteſcet. Et proinde ratio a c ad a b, ignorari non poterit. Quapropter ex proportione trium laterum trianguli cognita, ſi vnum eorum vel in partibus maximi circuli, vel in ſtadijs, aut quauis alia conſueta menſura cognitum fuerit, reliqua latera in eadem menſura patefient. Sed ſi nullus angulus præter rectum ſupponatur cognitus, duo tamen latera cognita fuerint, reliquum latus per 47. propoſitionem primi libri Euclidis ſtatim innoteſcet. Ex lateribus autem cognitis vterque acutus angulus per regulam numerorum proportionalium & tabulam ſinuum rectorum cognoſcetur. Quod ſi duorum laterum quæ cognita ſupponuntur alterum fuerit recto angulo ſubtenſum, tertium latus cognoſcere poteris abſque radicis quadratæ extractione, dummodo tabula vtaris ſinuum rectorum. Nam ſi ratio a c ad a b, cognita eſt, intelligatur a c, ſinus totus, & per regulam numerorum proportionalium recta a b, in partibus ſemidiametri cognita veniet. Quare arcus cui ipſa a b, tanquam ſinus rectus debetur cognitus erit, quo detracto ex quadrante arcus ille notus relinquetur cuius b c, ſinus rectus exiſtit. Cum igitur hac arte ratio a c ad b c, cognita fuerit, ſecundum eam menſuram qua cognita fuerit a c cognoſcetur & b c. Nos ad eum modum ipſam numerorum tabulam examinauimus, atq; multò exactiorem fecimus. Continet autem vnus gradus circuli maximi in terreſtri ſuperficie leucas 17. cum ſemiſſe vt Luſitani aiunt. Inter quos tamen ſunt qui arbitrantur ſedecim tantum comprehendere cum duabus tertijs vnius leucæ, vt ſint in toto circuitu leucæ 6000. Et quoniam ſecundum ſententiam Ptolemæi & Marini vni gradui

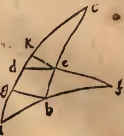
Inclinatio ad meridianũ per quartas.	Directũ interuallũ.	Differentia longitudinis.
	Leucæ.	Leucæ.
1	17 cum quinque octauis.	3 cum ſemiſſe.
2	19 cum tribus octauis.	7 cum vna quarta.
3	21	11 cum duabus tertijs.
4	24 cum dodrante.	17 cum ſemiſſe.
5	31 cum ſemiſſe.	26 cum vna quinta.
6	45 cum dodrante.	42 cum vna quarta.
7	89 cum dodrante.	88

dui maximi circuli quingenta reſpondent ſtadia, triginta verò ſtadia vnũ conficiunt Schœnum, erunt igitur in vno gradu Schœnoi 16. cũ duabus tertijs. Quapropter leuca vna vni Schœno æqualis erit. Quòd ſi ipſi Ptolemæo licuit, quemadmodum ſcribit in primo libro Geographiæ, ex cognita poſitione vnius loci ad aliũ, & diſtantia viatoria inter eadem loca, differentiam longitudinis metiri in rectilineo triangulo, non video cur ſimiliter non liceat eiſdem fundamentis differentiam latitudinis, & reliqua per omnem tractum atq; in vniuerſum inuenire. Quæ tamen ſi feceris, cum ijs pugnabũt quæ à nobis ſtatim demonſtranda erunt. Quoniam enim omnis nauigatio ſecundum maximorum circulorum circumferentias fit in exiguis quibuſdam legmẽtis, quemadmodum fuit à nobis in Præfatione primi libri explicatum: in mundo igitur multò aliter fiet ijs qui ſecundum maximos circulos iter fecerint. Nam ſi eadem ſeruata fuerit latitudinis differentia, & eadem quoq; maximi circuli ad meridianum inclinatio, minor idcirco reperta erit viatoria diſtantia, & minor ſimiliter longitudinis differentia inter loca quæ a manifeſto polo ſunt remotiora, dum ad ipſum accedimus polũ, quàm inter loca eidem polo propinquiora. Sint enim in mundo duo loca a & f, a manifeſto polo c remotiora, quàm duo alia b & d. cæterùm latitudinis differentiæ pares ponantur. Item maximi circuli ſcripti per a & f, & per b & d, pares faciant inclinationes ad meridianos a c & b c, ſub acutis angulis c a l & c b d, is autem qui venit ab a, ſub circumferentia maximi circuli a f, parallelum loci f, attingat in ipſo f, ſimiliter qui venit à b, ſub maximi circuli b d, circumferentia parallelum loci d attingat in ipſo d. Aio itaq; interuallũ viatorium b d, inter loca b & d, polo c manifeſto propinquiora maius eſſe a f, & differẽtiam quoq; longitudinis inter eadem loca b & d, maiorem eſſe differentia longitudinis duorum a & f. Super polo enim c parallelus deſcribatur per d, meridianum b c interſecans in e puncto, parallelus item per f meridianum a c, interſecans in g, & quoniam e g, maior eſt quàm e c, per hypotheſim, circumferentia igitur ſumatur g k, in g c, æqualis ipſi c e, aut c d & ſuper k, tanquam polo ad menſuram k g, circulus deſcribatur per g, qui per ſextam propoſitionem ſecundi libri Theodoſij parallelum f g, continget in ipſo g, & ex eodem ſumatur circumferentia g i, æqualis circumferentiæ d e: ſunt enim circuli æquales qui per d & per g, deſcribuntur ſuper polis c et k. Quapropter ſi maximus circulus ductus fuerit per k & i, maximus etiam fuerit deſcriptus per c & d, duo anguli a k i & b c d, inter ſe æquales erunt. Ducemus igitur maximum circulum per a & i, qui non erit alius quàm is qui venit per a & f. Nam ſi cadit intra triangulum a c f angulum diſpeſcens c a f, angulum idcirco faciet cum a k in puncto a, æqualem angulo c b d. per ſimilem propoſitionem quartæ primi libri Euclidis à Menelao demonſtratam libro primo de triangulis ſphæricis, & proinde angulo f a k æqualem, per communem ſententiam, partem toti æqualem, quod eſt impoſsibile. Simile haberetur incommodũ ſi extra idẽ triangulum caderet. Et propterea circulus maximus qui per a & i, deſcribitur, per f venit. Sic igitur interuallum a f, minus erit interuallo a i. At ipſum a i ipſi b d, eſt æquale: maius igitur eſt viatorium interuallum b d, inter loca b & d, manifeſto polo propinquiora, quàm viatorium interuallum a f, inter loca a & f, quæ quidem à manifeſto polo remotiora ſunt, pareſq; habent latitudinis differẽtias, quòd à nobis erat demonſtrandum. Porrò quòd & maior ſit longitudinis differentia, oſtẽdemus ſcripto per c & f, maximo circulo qui K I, in puncto l interſecet. Quoniam enim duo loca d & f, manifeſtum habent polum c circumferentiæ igitur c d & c l, minores ſunt quadrantibus, quapropter c l & k l, minores quadrantibus erunt, & idcirco in triangulo k l c, exterior angulus a k l, maior eſt interiore k c l. At æquales inuicem ſunt a i l & b c d, in duobus æquiangulis triangulis a k i & b c d: maior igitur erit angulus b c d ipſo k c l. Atqui his propoſitionales ſunt duo arcus æquinoctialis circuli, quorum vnus eſt differentia longitudinis duorum locorum b & d, alter verò duorum a & f: maior igitur



erit

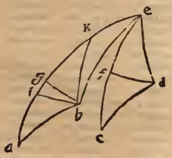
erit differentia longitudinis duorum locorum b & d, quàm duorum a & f, quod item demonſtrandum ſuſcepimus. Et ex hac demonſtratione apparet nihil referre ſiue duo loca a & b, polum c, manifeſtum habeant, ſiue occultum, dũmodo idem polus c loco d, ſit manifeſtus: loco verò f, minime ſit occultus. Sed vel illi planè ſit conſpicuus, vel in horizonte poſitus. Sũpſimus autem circulum g i, ſecare non poſſe eum circulum qui per a & f venit, inter a & f, ne ſequatur impoſsibile, partem videlicet ſuo toto maiorem, maximo circulo a K c extẽſo, donec ipſos circulos g i & g f, rurſus interſecet. Quòd ſi primi loci ad ſecũdum, & tertij ad quartum, eadem ſeruata fuerit magnitudo anguli poſitionis, & eadem quoque longitudinis differentia, fuerintq́; primus locus & ſecundus à manifeſto polo remotiores, quàm tertius & quartus, remotiorq́; primus ſecundo, & tertius quarto, maior erit viatoria diſtantia, & maior etiã latitudinis differentia inter primum & ſecundum, quàm inter tertium & quartum. Primus enim locus a, & ſecundus b, remotiores ſint à polo c, eis manifeſto, quàm d tertius, & e quartus. & poſitionis angulus c a b æqualis ponatur poſitionis angulo c d e. Differentia porrò longitudinis eadem, ſiquidem a & d, in eodem ſunt meridiano a c, ſimiliter b & e, in eodem meridiano b c, Latitudo autem loci b, excedat latitudinem loci a, differentia a g, latitudo verò loci e, excedat latitudinem loci d, differentia d K. Dico quod a b, interuallum viatoriũ inter a & b, maius erit d e, interuallo viatorio inter d & e, & differentiam latitudinis a g, maiorem eſſe differentia d K. Ducantur enim maximi circuli a b & d e, ad partes b & e, ſitq́; eorum concurſus in f, & quoniam duo acuti anguli c a b & c d e, æquales poſiti ſunt, duo igitur arcus d f & a f, congeſti vni ſemicirculo æquales erunt: at in triãgulo d f a latus a f, quia obtuſo angulo ſubtenditur a d f latere d f, maius eſt. latus igitur d f, minus erit quadrante, & d e, diſtantia viatoria inter d & e, multò minor quadrante.



Quoniã verò in triangulo c e d, ſicut ſinus rectus anguli c d e, ad ſinũ rectũ anguli d c e, ſic ſinus rectus lateris c e, ad ſinum rectũ lateris d e, ſimiliter & in triangulo a b c, ſicut ſinus rectus anguli b a c, ad ſinum rectum anguli a c b, ſic ſinus rectus lateris b c, ad ſinũ rectũ lateris a b, eandem porrò rationẽ habent ſinus recti angulorũ c d e & b a c, inuicẽ æqualiũ ad ſinum rectum anguli d c e, eandẽ igitur rationẽ habebunt ſinus rect' lateris c e, ad ſinũ rectum lateris d e. & ſinus rectus lateris b c, ad ſinum rectũ lateris a b. Quare per permutatam ſicut ſinus rectus c e, ad ſinum rectũ b c: ſic ſinus rectus d e, ad ſinum rectũ a b, Atqui minor eſt ſinus rectus c e, ſinu recto b c, quia arcus b c, poſitus eſt quadrante minor. Igitur minor eſt ſinus rect' d e, ſinu recto a b. Oſtẽſum fuit autem arcum d e, quadrante minorem eſſe, igitur minor eſt ipſe arc' d e arcu a b, quod erat primo demonſtrandum. Porrò quòd a g, latitudinis differẽtia locorũ a & b, maior ſit d K, differẽtia duorũ d & e, demonſtrabis per præcedentẽ facillima demõſtratione ad impoſsibile. Nã ſi ſunt æquales, maior igitur erit differentia longitudinis duorũ locorũ d & e, quàm duorũ a & b, & maior itẽ d e ipſa a b. At eandem poſuimus lõgitudinis differentiã, & maiorẽ oſtendimus a b ipſa d e, igitur impoſsibile. Sed ſi maiorẽ aſſeras d K, igitur multò maius videbis incõmodũ ſequi, ſi punctũ ſumpſeris ante K, quod tantũ diſtet à d quãtum g, diſtat ab a, circulũq́; æquidiſtantem duxeris quod d e, interſecet inter d & e. Oſtenſoria tamen demonſtratione id ipſum ad hunc modum demõſtrare libet. Quoniam enim in triangulo ſphærico a c b: maius eſt latus a c latere b c, maior igitur erit angulus a b c angulo b a c, angulus autem c b f, vnà cum ipſo angulo a b c, duobus rectis eſt æqualis: igitur idem angulus c b f, vnà cum angulo b a c, duob' rectis minor erit. At maior eſt ipſe angulus c b f, ipſo angulo c a b, quia duo latera a c & b c, congeſta ſemicirculo minora ſunt, locus enim a, per Hypotheſim polum c, manifeſtum habet, igitur ſinus rectus anguli c b f, maior erit ſinu recto anguli c a b. Quapropter ſin' rectus anguli a f d, maiorẽ habet rationem ad ſinum rectum anguli d a f, quàm ad ſinum rectũ anguli f b e. Atqui ſicut ſinus rectus anguli a f d ad ſinum rectum anguli d a f, ſic ſinus rectus lateris a d, ad ſinum lateris d f, in triãgulo ſphærico a d f, rurſus ſicut ſinus rectus eiuſdem anguli a f d, ad ſinum rectum anguli f b e, ſic ſinus rectus

lateris b e, ad ſinum lateris e f, in triangulo b e f. Igitur & maiorem rationem habebit ſinus lateris a d ad ſinum lateris d f, quàm ſinus lateris b e, ad ſinum lateris e f. Quapropter ſinus rectus arcus a d ad ſinum rectum arcus b e, maiorẽ habebit rationem quàm ſinus rectus arcus d f ad ſinum rectum arcus e f, per vigeſimam ſeptimã propoſitionem quinti libri Euclidis additã à Campano. Eſt autem arcus d f (quemadmodum ſuperius fuit demonſtratum) quadrãte minor. Igitur maior erit ſinus rectus ipſius d f, ſinu recto arcus e f, & proinde multò maior ſinus rectus arcus a d, ſinu recto arcus b e, & maior igitur arcus a d arcu b e. At æquales ſunt arcus b e & g K, inter duos parallelos comprehenſi. Maior igitur a d ipſo g K. Quapropter detracto communi d g maior relinquetur a g, quàm d K, ſic igitur patet maiorem eſſe latitudinis differentiam inter a primum locum & b ſecundum, quàm inter d, tertium & c, quartum, quod poſtremò erat demonſtrandum.

Sed ſi deniq; primus locus ad ſecundum, & tertius ad quartum, eandem habuerint poſitionem, & interualla viatoria æqualia quoq;, ſiue manifeſtus ſit, ſiue occultus in ipſis locis polus ille mundi ad quem accedimus, fueritq; primus locus ab ipſo polo remotior quàm tertius, maior erit differentia latitudinis inter primum & ſecundum, quàm inter tertium & quartum. Quòd ſi ſecundi loci & quarti ab ipſo eodem polo diſtantiæ coniunctæ ſemicirculo æquales fuerint, tanta erit longitudinis differentia inter primum & ſecundum, quanta inter tertiũ & quartum. Hoc autem fiet ſi euntibus nobis verſus partes poli Borealis, tanta fuerit ſecundi loci Auſtralis latitudo, quanta quarti Borealis. Cæterùm ſi ipſæ diſtantiæ coniunctæ ſemicirculo maiores fuerint, maior erit differẽtia longitudinis inter primum & ſecundum, quàm inter tertium & quartum, at ſi ſemicirculo minores, minor erit. Habeat enim locus primus a ad ſecundum b, eam poſitionem quã acutus angulus e a b, oſtendit, æqualemq; poſitionem habeat tertius locus c cum d quarto, & diſtantiæ viatoriæ a b & c d, ſint æquales. Polusq; ille mundi ad quem eundo accedimus ſit e. Ponaturq; locum a, diſtantiorem eſſe ab ipſo e polo, quàm c, dico differentiam latitudinis inter a & b, maiorem eſſe differentia latitudinis inter c & d, ſiue polus e, ad quem accedimus, ſit in ipſis locis manifeſtus, ſiue occultus, ſiue quibuſdam eorum manifeſtus, quibuſdam verò occultus. Parallelus enim loci d veniat per f, in quo loco interſecet meridianum loci c, & parallelus loci b, veniat per g in quo loco interſecet meridianum loci a, & quoniam maior poſitus eſt arcus a e arcu c e: reſecabimus igitur ex ipſo a e arcum a K, æqualem ipſi c e, & per pũcta b & K, maximum circulum deſcribemus b K. Quare cum anguli poſitionum b a K, & d c e, æquales poſiti ſint, & a b, c d, diſtantiæ via-



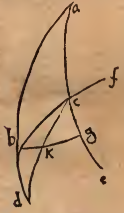
toriæ inuicem æquales, igitur æquales erunt d e & b k, ſphæricorum triangulorum a b k, & c d e baſes, anguli etiam d e c, & a K b, æquales inuicem erunt. Ipſe verò arcus b k, idcirco maior erit K g, quoniam duo latera b k & k e, triãguli ſphærici e b K, cõiũcta maiora ſunt quàm b e, & proinde maiora quàm e g, quare b K, maior relinquetur ipſo k g, per communem ſentẽtiam, vel per 25 propoſitionẽ ſecũdi libri Theodoſij: id ipſum demonſtrabis: ſuper puncto igitur K, tanquam polo ad menſuram K b, circulũ deſcribemus, qui meridianum a e, ſecabit inter a & g, ſecet itaq; in i. Erit igitur a i æqualis arcui c f, & erit idcirco c f, differentia latitudinis duorum locorum c & d, minor quàm a g, differentia latitudinis locorum a & b, quod imprimis erat demonſtrandum. Poſterior pars in eadem figura ita demonſtrabitur. Arcus b k æqualis eſt ipſi d e, diſtantiæ quarti loci à polo e. At b e, arcus meridiani eſt quo ſecundus locus diſtat ab eodem polo. In ſphærico igitur triangulo e b K, ſi duo latera b e & b k, congeſta ſemicirculo ſunt æqualia, æqualis erit exterior angulus a K b interiori b e K. Et propterea differentia longitudis locorum c & d, æqualis dif-

differentiæ longitudinis locorum a & b. Si verò fuerint ſemicirculo maiora, minor erit ipſe angulus a K b angulo b e K. Et proinde differētia longitudinis inter primum & ſecūdum maior differentia longitudinis inter tertiū & quartū. Sed ſi ſemicirculo minora fuerint maior erit angulus a k b angulo b e K, & idcirco minor erit differentia longitudinis inter primum & ſecundum differentia longitudinis inter ſecundum & quartum.

Adde quòd ſi à duobus locis ſub vno meridiano poſitis duo profecti fuerint, ſub æquali ſimiliue circuli maximi ad ipſum meridianū inclinatione, Borealior ad plagam Auſtralem, Auſtralior verò ad Borealem, tam diuq; pergāt donec parallelum attingant medium, præter circulum æquinoctialem, is qui ad partes poli fuerit ipſi medio parallelo vicinioris, maius ſpatium conficiet, lōgiusq́; diſtabit à radicali meridiano, quàm qui ad alterū polum. Sint enim poli mundi a & b, ſemimeridianus a b in quo duo loca c & d, parallelum medium, qui nō eſt æquinoctialis habeant e f g. Ad quem quidem à loco d, ſecundum inclinationem acuti anguli c d f, ſit iter d f, ad partes nempe poli a, ipſi medio parallelo e f g, vicinioris. Dico quòd ſi quis profectus à loco d, ſub eiuſmodi inclinatione ad f venerit, maius ſpatium conficiet, lōgiusq; diſtabit ab ipſo radicali meridiano a b,



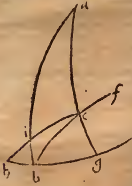
quàm qui profectus à loco c, ſub tanta inclinatione ad eundem venerit parallelum. Nam a pūcto g, circulum maximum h g k, excitabimus ad rectos angulos ipſi meridiano a g b, cuius interſectio cum d f ſit in K. Parallelum igitur e f g, continget in ipſo g puncto per quartam ſecundi libri Theodoſij. Per duo autem puncta c & K, circulū maximū deſcribem⁹ ipſū parallelū interſecātē in y. Quare cū duo latera c g & g k, duob⁹ laterib⁹ d g, & g K, ſint æqualia, & anguli ad pūctū g æquales, ſunt enim recti, baſes igitur c k & d K, ſphæricorū triāgulorū c g k & d g K, æquales inuicem erunt, & anguli g c K & g d K, inter ſe æquales. Quapropter ipſi maximi circuli c K & d K, inclinationes facient æquales cum ipſo radicali meridiano ad eadem loca c & d. Et quoniam c y minor eſt quàm c K igitur multò minor erit quàm d f. At qui profectus eſt à loco c, ad locum y, veniens, meridiano propinquiorem ipſo f, ſpatium confeciſſe conſtat c y: maior igitur erit longitudinis differentia, & maior etiam viatoria diſtantia inter d & f, quàm inter c & y, quod demonſtrandum erat. Adde etiam quod eunti, & ſub eadem circuli maximi inclinatione redeunti eadem via non eſt. Quare ad eum locum non redit, vnde profectus fuerat. Redibit enim ad eundem meridianum, ſed in alio parallelo, ad eundem verò parallelum, ſed in alio meridiano. Sint enim duo loca b & c, in meridianis a b d, & a c e, manifeſtus polus ſit a, & maximus circulus b c f, inclinationem faciat acuti anguli a b c, cum meridiano a b d, in puncto b, cum meridiano verò



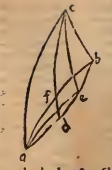
a c e, inclinationem acuti anguli b c e, in pūcto c. At quoniam duo latera a b & a c, cōiuncta minora ſunt ſemicirculo, maio igitur e it angulus a c f, angulo a b c. Quapropter contra poſitus angul⁹ b c e, maior etiam erit ipſo angulo a b c. Faciemus igitur ad punctum c angulum d c e, maximo circulo deſcripio per d & c, qui quidem angulus ſit æqualis ipſi a b c, & idcirco qui profectus à

VITTORIO EMANUELE

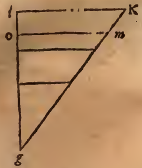
loco b ſecundum maximi circuli circumferen tiam ad c, venerit, inde rediens ſub tanta maxi mi circuli inclinatione, non ibit ad b ſed ad d, & in alio quidem parallelo. Sit autem in pũcto k, ipſius circuli c d interſectio cum b g, paralle lo loci b. Quare patet quòd ſub ipſa eadem cir- culi maximi c d inclinatione ad K veniet, in eo dẽ parallelo loci b, ſed in alio meridiano, quod erat demõſtrandum. Idem accidere neceſſe eſt ſi polus a eiſdem locis b & c, occultus fuerit, vt in ſequenti figura. Quoniam enim angulus a c f minor eſt angulo a b c, circulus igitur maxim' c i h, deſcribatur, qui angulũ g c h, æqualem fa- ciat angulo a b c, ſitq; ipſius interſectio cũ me- ridiano a b in puncto i, & cum parallelo b g in h. Demonſtrabis igitur quòd qui à loco b venit in c, cum re dierit ſubtã ta iclinatio ne, non ibit ad b, ſed ad i in alio paral lelo, ad h ve rò i aliõ me- ridiano. In- ęqualitatem verò inter vi atorias diſtã tias in eiſdẽ figuris faci- le erit intel- ligere. Quæ cum ita ſint,



mirum non eſt ſi nautæ inter nauigandum ſæ- piſsime hallucinentur, & quia cauſas ignorãt, magnis ſubinde verſentur erroribus. Eſto enim nauigationis a ad b, ſub inclinatione acuti an- guli c a d decurſum ſpatium fracta linea a d e b. Cum qua meridiani c a. c d, c e, & c b, à polo ma niſeſto c venientes, æquales conſtituant angu los in punctis a d e b. In intermedijs autem ali- quanto maiores, ſed perexigua differentia, & quæ ſenſum effugiat gubernatoris. Per a & b, maximi circuli ſegmentũ ſcribatur a f b. Quod quidem conſtat breuius eſſe fracta linea a d e b. Nam ducto per a & e, ſegmento a e, maximi cir culi, maiora erunt a d & d e, ſimul ſumpta ipſo a e, ſegmẽto. Rurſus a e & e b, coniũcta lõgiora quàm a f b. Igitur multò maiora a d, d e & e b, ſegmento a f b ipſe verò profectionis peragra- tionisúe angulus c a d maior erit poſitonis an- gulo c a b. Ponemus igitur in marina charta re-



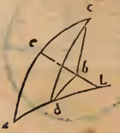
ctam g K, pro fra- cta curuaq; linea a d e b, tãtamq; ha bere inclinationẽ ad meridianum g l quantam in mun- do habet a d, in me ridianũ a c. Et pro ſegmento a f b, re- ſecetur ex ipſa g K recta g m, ſecũdum ꝓportionem. Erit igitur k m, id quod propter obliquita- tes redundat, detracta a f b ex a d e b. A pun- cto porrò m recta m o, excitetur ad rectos angu los ſuper g l. In triangulo igitur rectangulo re- ctilineoq; g m o, iuxta Ptolemæi inſtitutum re cta m o, differentiam longitudinis duorum lo- corum a & b, nobis indicabit, recta verò g o, la- titudinis differentiam. At iuxta nautarum re- gulas, ducta ipſi m o æquidiſtante l K erit eadẽ

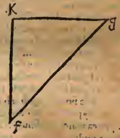


l k, differentia longitudinis: ſed recta g l, latitu- dinis. Quanquam verò diuiſa recta g k, in ſpa- tia proportionalia ipſis a d, d e & e b, ductis præ terea in vtraq; figura meridianis & parallelis, æquales appareant inter ſe differentiæ longitu dinis & latitudinis in exiguis ſphæricis trian- gulis, & rectilineis, nondum tamen licebit à par tibus totam diſtantiam colligere longitudinis, & latitudinis. Quod enim in ſingulis propter paruitatem negligitur, collectum in multis no tabile fit. Eſto præterea in mũdo nauigationis a ad b, inclinationis angulus c a d ſiue c d b, qui bus maiores ſint inſenſibili tamen differentia, ij qui ad intermedia puncta efficiuntur, inter a

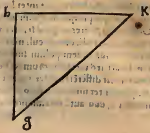
&

& d,& inter d & b. Manifeſtus polus ſit c, parallelus loci b ſit e b, differentia latitudinis a e cognita ſubijciatur, & inclinationis angulus cognitus. In charta porrò marina pro a & b, ſint f & g: & pro e ſit K, & pro angulo c a d ſit k f g. Dico differentiam longitudinis locorum a & b, in ipſa marina charta vltra metas productã eſſe. Circulus enim maximus qui per a & d, venit, parallelum b e, ſecet in l, erit igitur punctum l vltra b, propterea quòd maior eſt angulus exterior c d l, interiore c a d ſiue c d b, Triangulum itaq; rectilineum f g K, pro ſphærico triangulo a l e, poſitum erit ſecundum proportionem. Differentia igitur longitudinis k g pro e l, erit accipienda. At minor eſt e b ipſa e l, & idcirco longitudinis differentia locorum a & b, vltra debitos numeros extẽſa eſt in marina charta.

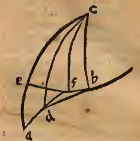




Sint rurſus in mundo duorum locorum a & b, differentia latitudinis conſperta a e, occultus polus c, inclinationis angulus profectioniſue c a d æqualis angulo e d b, maximus circulus per a & d, ſcriptus parallelum b e, ſecet in f. Erit igitur punctum f ante b, propterea quòd minor eſt angulus c d f, ipſo angulo c a d, quare minor eſt e f,



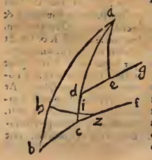
quàm e b. In triangulo verò rectilineo g h K, marinæ chartæ recta g h pro a e, poſita ſit. Acuti verò anguli c a d, inclinatio angulo h g K, æqualis ſubijciatur. Recta igitur h K pro e f, ſphærici trianguli e a f. poſita eſt. Maior eſt autẽ e b, quàm e f: in marina igitur charta differentia longitudinis corrupta eſt. Quonam igitur modo veræ locorum longitudines ex ipſa marina charta eliciendæ ſint operæ pretium erit oſtendere.



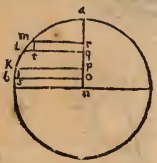
¶ *De inuenienda differentia longitudinis duorum locorum ex marina charta.*

Cap.3.

QVanquam orbis loca in marina charta perperam poſita ſint, veræ tamen ipſorum longitudines & interualla ex ea concludi poterunt, ſi modo cognitum fuerit qua ratione reperta fuerunt, & in ipſa marina charta collocata. Aliter enim prorſus impoſsibile. Igitur vt id à nobis efficiatur, oſtendemus in primis inter æquinoctialẽ & alterum mundi polum, maximorum circulorum ad meridianos inclinationes, minus augeri verſus eundem polum, in locis ipſi æquinoctiali circulo propinquioribus, quam in remotioribus. Sit enim a, polus mundi, circuli autẽ maximi b c f & d e g, æquales faciãt inclinationes ad meridianos a b & a c, pũcta autẽ b & c, propinquiora



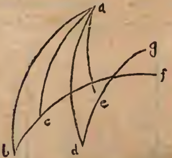
ra ſint æquinoctiali circulo quàm d & e, ſed tã tum a b excedat a c, quantum a d excedit a c: inclinationis porrò angulus a c f, quem maximus circulus b c f, cum meridiano a c efficit, maior eſt inclinationis angulo a b c, quem idem circulus b c f, cum meridiano efficit a b, propterea quòd a b & a c, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Pari quoq; argumento inclinationis angulus a e g, quem circulus maximus d c g, cum meridiano efficit a e, maior eſt inclinatiõis angulo a d e, quem idem maximus circulus cum meridiano facit a d. Dico igitur acutum angulum a c f, minus excedere a b c quàm acutus a e g, angulum ſuperet a d e. Quoniam enim circũferentia d e, maior eſt circumferentia b c, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus in capite præcedenti: circumferentiam igitur b z, æqualem ſumemus ipſi d e, & ex a b, ſecabimus b h, æqualẽ circumferentiæ a d, & per puncta z & h, circulum maximum deſcribemus, qui a c ſecet in i. Quapropter in duobus triangulis b h z & d a e, angulus a e d, æqualis erit angulo b z h, & idcirco duo exteriores anguli h z f & a e g, æquales relinquentur. At verò ipſe angulus h z f maior eſt angulo a c f: quia duo latera c i & g i, trianguli c i g, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Maior igitur eſt angulus a e g, quàm a c f, ſunt autẽ ex hypotheſi inter ſe æquales duo anguli a b c & a d g. Igitur minus excedit angulus a c f angulum a b c, quàm angulus a e g, exeedat angulum a d g. Et proinde inter æquinoctialem, & mundi polum maximorum circulorũ ad meridianos inclinationes minus augentur in locis ipſi æquinoctiali propinquioribus, quàm in remotioribus, quod in primis erat à nobis oſtẽdẽdum. Idem aliter demonſtrabis ad hunc videlicet modum per proportiones ſinuum. In meridiano enim in quo a b, ſumantur a K, a l, & a m, æquales ipſis a c, a d, & a e, centrum ſphæræ ſit n, & in ſemidiametrum a n, ducantur ad rectos angulos b o, k p, l q, & m r, ſinus videlicet recti ipſorum arcuum. Præterea à punctis K & m, perpendiculares ducantur K s, ſupra b o, & m t, ſupra l q, & cõnectantur rectæ b K & l m. Et quoniam circumferentia b K, circumferentiæ l m, æqualis eſt per hypotheſim, maior igitur erit k s quàm m t, demonſtratum eſt hoc à nobis in annotatione motus octauæ ſphæræ. At quoniam recta b K rectæ l m, eſt æqualis, quadratum igitur ex b s, minus erit quadrato ex l t, & proindè ipſa b s minor l t, quapropter maiorem rationem habebit l t ad q t, quàm ad s o. At maiorem rationem habet eadem l t ad s o, quàm b s ad s o, igitur maiorem rationem habet l t ad



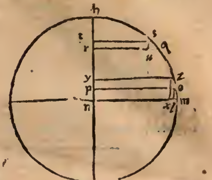
t q, quàm b s ad s o. Per coniunctam igitur maiorem rationem habebit l q, ad t q. quàm b o ad s o. Aequalis eſt autem t q rectæ m r & s o, rectæ K p: maiorem igitur rationem habet ſinus rectus arcus a l, ad ſinum rectũ arcus a m, quàm ſinus rectus a b, ad ſinum rectum a k. Et proinde in ſuperiori figura maiorem habet rationem ſinus rectus a d ad ſinum rectum a e, quàm ſinus rectus a b ad ſinum rectum a c. Atqui ſicut ſin⁹ rectus anguli a e g, ad ſinũ rectum anguli a d e, ſic ſinus rectus arcus a d, ad ſinum rectum arcus a e. Item ſicut ſinus rectus anguli a c f, ad ſinum rectum anguli a b c, ſic ſinus rectus arcus a b, ad ſinum rectum arcus a c. Igitur maiorem habet rationem ſinus anguli a e g ad ſinum anguli a d e, quàm ſinus anguli a c f, ad ſinum anguli a b c: æquales ſunt autem ex hypotheſi duo anguli a d e & a b c. Et propterea maior erit ſinus rect⁹ arcus anguli a e g ſinu anguli a c f, & quia vterq; eorum ſumitur acutus, maior idcirco erit angulus a e g angulo a c f, quare minus excedet angulus a c f angulũ a b c, quã a e g excedat a d e, quod erat ruſus demonſtrandũ. Et ex hac concludes quod ſi æquales maximorũ circulorũ ad meridianos inclinationes æqualiter fuerint auctæ, maior erit differentia latitudinis inter loca circulo æquinoctiali propinquiora, quàm inter remotiora. Oſtẽdemus præterea quòd ſi inter æquinoctialẽ & vnũ eius polũ duo circuli maximi in meridianos verſus eũdem polum fuerint inæqualiter inclinati, ſed meridianorum ſectiones æquales, maior erit differẽtia inter maiores inclinationes, quàm inter minores. Eſto enim alter polorũ mundi a, duo autẽ meridianorum

ſeg-

ſegmenta a b,& a d,æqualia, ſed neutrum quadrante maius,duo autem a c & a e, his minora, ſed inter ſe æqualia. Circulus porrò maximus b c f,ſit inclinatꝰ in a b & a c,circulꝰ præterea maximus d e g,inclinatus in a d & a e,ſed maior inclinationis angulus a b c, inclinationis angulo a d e. Aio acutũ angulũ a e g,inclinationis circuli d e g in a e,minꝰ excedere acutũ angulũ a d g, inclinationis ipſiꝰ d e g in a d,quàm acutus a c f excedat acutũ a b c. Quòd enim angulus a e g angulo a d e,maior ſit,ſimiliter angulus a c f maior a b c,ex eo liquet, quoniã per Hypotheſim

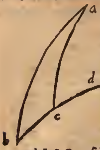


nullum ex datis meridianorũ ſegmentis maius eſt quadrante. At quòd a c f, angulus maior ſit angulo a e g,ex eo concluditur,quoniam in triãgulo a b c,ſicut ſinꝰ lateris a b,ad ſinũ lateris a c, ſic ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c. Præterea in triangulo a d e,ſicut ſinus lateris a d, ad ſinũ lateris a e,ſic ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e. Aequalia ſunt autẽ a b & a c,ipſis a d & a e,alterũ alteri:igitur ſicut ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c,ſic ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e. Et ideo per permutatã ſicut ſinus anguli a c f,ad ſinum anguli a e g,ſic ſinus anguli a b c,ad ſinum anguli a d e. Atqui maior eſt ſinus anguli a b c ſinu anguli a d e, igitur maior erit ſinus anguli a c f ſinu anguli a e g. Et quia vterq; eorum eſt acutus,maior igitur erit angulus a c f angulo a e g,ſed quod idem angulus a c f, maiori differentia excedat angulum a b c,quàm a e g ipſum a d e,oſtendemus in alia figura. In circulo enim h i K ſit h m,arcus anguli a c f,ſinus verò rectus m n,ſitq; h o arcus anguli a b c,ſinus rectus o p. ſit præterea h q,arcus anguli a e g ſinus rectus q r,ſitq; h s arcus anguli a d e,ſinus rectus s t,& à puncto o in m n,ad rectos angulos excitetur recta o l,& ab s,in q r,ad rectos angulos s u & a b o,in m & a b s,in q rectæ ducantur lineæ. Iã igitur ſi circũferẽtia o m,maior nõ eſt circũ-



ferentia q s,aut igitur ei æqualis erit,aut minor. Si æqualis,æquales igitur erunt duæ rectæ o m & s q,ſed o l,maior eſt quam s u,quare minor relinquetur m l quàm q u. Maior eſt autem l n quàm u r,maiorẽ igitur habebit rationẽ q u ad u r,quàm m l ad l n,& idcirco maiorem habebit rationẽ tota q r ad u r, quàm tota m n ad l n,& proinde maiorẽ rationẽ habebit ſinus rectus anguli a e g,ad ſinum anguli a d e,quàm ſinꝰ anguli a c f,ad ſinũ ãguli a b c,quod eſt impoſsibile: eandẽ enim rationem eſſe demonſtrauimus. Et propterea circũferentia o m,ęqualis non eſt circumferentiæ q s,atqui minor ea nõ eſt. Nã ſi ſit minor,ſumatur igitur m z. circũferentia æqualis eidẽ q s,& ſit z y ſinus rectus ſegmenti h z. & ducatur à pũcto z in m,recta linea m z,& ab eodẽ z recta z x,ad rectos angulos ſuper m n. Quare oſtẽdes eadẽ arte maiorem rationẽ habere q r ad u r,quàm m n ad x n. At m n ad x n, maiorẽ rationem habet quàm ad l n,quia maior eſt l n quàm x n. Idcirco multò maiorem rationẽ habebit q r ad u r,quàm m n ad l n. Quapropter ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e,maiorẽ habebit rationem,quàm ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c,quod ruſus eſt impoſsibile, contrarium enim fuit antea oſtẽſum. Et propterea maior eſt differentia in o,qua angulus a c f,excedit angulum a b c, quàm differentia q s qua angulus a e g, excedit angulum a d e, & proinde maior eſt maiorum differentia quàm minorũ, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Hæc autem intueri licet in ſequenti figura & numerorum tabula à nobis exarata. In qua quidem a b & a c,ſunt meridianorum ſegmenta locorum b

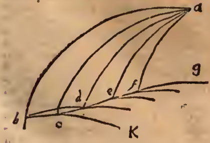
& c, polus manifeſtus a, circul⁹ maximus b c d,



inclinationẽ facit in loco b, acuti anguli a b c cum a b: in loco verò c, inclinationẽ facit ad meridianũ a c acuti anguli a c d, quẽ maiorẽ ſubijcimus ipſo a b c, duob⁹ gradib⁹. Quãdo igitur a b graduũ fuerit 90. ideſt, quãdo ipſe locus b ſub æquinoctiali poſit⁹ fuerit, erit a c, graduũ 58. m̃. 20. ſi inclinatio viæ b c, fuerit primæ quartæ, quæ à Septẽtriõe recedit ad Nordeſtẽ, vel Noroeſtẽ, aut ab Auſtro ad Sudoeſtẽ vel Sueſtẽ gradib⁹ 11. m̃. 15. circũferentiæ Horizõtis. Sed ſi viæ inclinatio duarũ quartarũ fuerit, qualis eſt Nornordeſtis & Suſudoeſtis, aut Nornoroeſtis, & Suſueſtis, erit ipſe arc⁹ a c, Gr. 67. m̃ 20. at ſi triũ quartarũ fuerit, erit a c, Gr. 71. m̃. 59. In cęteris autẽ inclinationibus, quẽadmodũ in ipſa tabula apparet. In qua quidẽ ſi a b graduum ſubijcias 80. erit a c, in prima quarta Gr. 56. m̃. 57. In ſecunda verò Gr. 65. m̃. 16. In tertia Gr. 68. m̃ 51. Ad reliquias item inclinationes & ipſius loci b, à manifeſto polo diſtantias debitos numeros inuenies in eadẽ tabula.

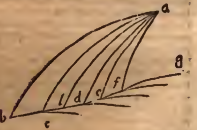
		Quando inclinatio viæ b c, eſt vnius quartæ ideſt Gr. 11. minu. 15.		Quando inclinatio viæ b c, eſt duarum quartarum ideſt Gr. 22. minu. 30.		Quando inclinatio viæ b c, eſt trium quartarum ideſt Gr. 33. minu. 45.		Quando inclinatio viæ b c, eſt vnius rumbi ideſt Gr. 45.		Quãdo inclinatio viæ b c, eſt vnius rũbi cũ quarta vna, i. Gr. 56. mi. 15.		Quãdo inclinatio viæ b c, eſt duarũ quartarũ Sr. rũbũ, i. Gr. 67. m̃. 30.		Quãdo inclinatio viæ b c eſt triũ quartarũ Sr. rũbũ, i. Gr. 78. m̃. 45.	
	Gr.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.	Gr.	m̃.
Si eſt a b,	50	58	20	67	20	71	59	75	12	77	54	80	31	83	34
	80	56	57	65	16	68	51	74	59	74	21	76	15	78	8
	70	53	7	60	8	63	20	65	18	66	45	67	57	69	2
	60 erit a c,	47	29	53	3	55	16	56	51	57	52	58	40	59	23
	50	40	42	44	59	46	45	47	47	48	31	49	5	49	34
	40	33	10	36	2	37	41	38	25	38	56	39	21	39	42
	30	25	11	27	29	28	23	28	55	29	16	29	33	29	47

Horizontis circumferentiam, pariter & nautici instrumenti diuiſam ſupponimus in partes æquales 32. in rumbos videlicet 8. ſemirumbos 8. quos medias inclinationes ſiue profectiones appellant, & rumborum quartas ſedecim. Quoniam verò (vt credi par eſt) quis clauum regit, auctam aut diminutam duobus circiter gradibus inclinationẽ ob paruitatem non ſentit. Idcirco tãdiu verſari nauem ſub vno atq; eodem maximo circulo ſubijciemus, quoad prior inclinatio duobus gradibus aucta fuerit, quando ad partes manifeſti poli nauigatur. Inde verò alium ſubire maximum circulum, qui paruum illum inclinationis lapſum emendet, ſi eandem perpetuò inter nauigandum ſeruare intendim⁹ inclinationem, eundemq́ue curſum. Nam nauis viam anguloſam eſſe neceſſe eſt, & in ipſis angulis inæqualitatem inueniri. Huiuſmodi autem inæqualitatem variam & inconſtantem eſſe fatemur. cæterùm incertum pro certo ſtatuere interdum oportet, dum res non conſtat, hoc videlicet emolumento: vt quod prorſus ignoratur, aliqua ex parte innoteſcat. At locorũ ſitus in marina charta poſitorum ignoti ſunt, quanquam latitudines ſint cognitæ, & profectionum anguli cogniti. Nam lõgitudines ſunt ignotæ, & poſitionum anguli inter quæuis duo loca etiam ignoti, quamuis viarum inclinationes fuerint cognitæ. Hæc tamen noſtra tabula plurimum nos iuuabit ad inueniendum veras locorum longitudines, & poſitionum angulos. Nam ſi exempli gratia in terræ mariſq; globo ſtacta linea b c d e f g, inclinationem habuerit vnius quartæ ad meridianorum ſegmenta in ipſis punctis b c d e f g, locus verò b, ſub æquinoctiali ſubijciatur. Erit igitur à loco b in c, profectionis angulus graduum 11. m̃. 15. minor quidẽ angulo a c k, (vt ſuppoſuimus) duobus gradib⁹. Quapropter ſi ſecundi loci latitudinis complementum repertum fuerit Gr. 58. m̃. 20. certũ habebimus ipſum ſecundum locum ibi eſſe vbi c. Quare ꝓfectionis angulus a b c idem erit & poſitionis, directum vero interuallum erit b c, & idcirco in triangulo ſphærico a b c, ex a b & a c cognitis, cum acuto angulo a b c. obtuſo exiſtẽte a c b, reliquus angulus b a c, longitudinis differentiæ inter eadem duo loca cognitus erit, & ipſum directum interuallum b c, quoq; cognitum. Sed ſi ſecundi loci latitudinis complementum maius repertum fuerit gradibus 58. m. 20. erit igitur ipſe ſecundus locus inter b & c, quare conſimili arte longitudinis differentia, & interuallum itineris innoteſcent. Quòd ſi ipſum ſecundi loci latitudinis complementum minus reperiatur gradibus 58. m̃. 20. erit igitur ſecundus locus poſitus vltra c. Et quoniam ſinus recti ſegmentorum a b, a c, a d, & reliquorum ꝓportionales ſunt in continua proportione, nempe ſicut ſinus rectus a b ad ſinum rectum a c, ſic ſinus rectus a c, ad ſinum rectum a d, & ita deinceps, propter angulorum ad baſes triãgulorum æqualitatem, Multiplicabimus igitur ſinum rectum ſegmenti a c, graduum 58. m̃. 20. in ſeipſum, productum verò diuidemus per ſinum ſegmenti a b, partium videlicet 100000. & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmẽti a d, quare per tabulam ſinuum ipſum ſegmentum a d illico innoteſcet. Quod ſi æquale repertum fuerit complemento latitudinis ſecundi loci, erit igitur ſecundus locus vbi d. Iam igitur in ſphærico triãgulo a c d, ex duobus lateribus a c & a d, cognitis cum angulo a c d, obtuſo exiſtente ad c, reliquus angulus c a d, differentiæ longitudinis duorum locorum c & d, innoteſcet. Cognitus autẽ erat ſimili ſyllogiſmo angulus b a c: totus igitur angulus b a d, differentiæ longitudinis duorum locorum b & d. patefiet, ſimul & circumferentia c d, quapropter obliquũ itineris interuallũ b c d, cognitum erit. Quod ſi directũ interuallũ cognoſcere libeat, ducto p b et d, maximo circulo: in ſphærico igitur triãgulo a b d ex duob⁹ laterib⁹ & ãgulo b a d, cognitis, cognoſcetur baſis b d, ſimul & poſitionis angulus a b d, qui ali⁹ eſt à profectionis angulo. At ſi ipſum a d, ſegmẽtũ minus repertum fuerit complemento latitudinis ſecundi loci, erit igitur ipſe ſecũdus locus inter c & d, quapropter differentiam lõgitudinis eiuſdem & loci c, quemadmodum docuimus quando erat poſitus inter b & c, notam faciemus. Cui quidem adiungemus differentiam lõgitudinis duorum b & c: tota igitur longitudinis differentia primi loci & ſecundi cognita



erit, obliquum etiam interuallum & directum prædicto modo innoteſcent. Neque diſsimiliter operabimur, quando ſecundi loci latitudinis complementum ſegmẽtum a d ſuperauerit. Ex his igitur intelliges quonammodo ſit inueſtiganda differentia longitudinis duorum locorum quãdo a b, complementum latitudinis primi loci gradus habuerit 80, aut 70. & ita deinceps, alius etiã fuerit profectionis angulus, quàm is quem hoc exemplo vnius tantum quartæ ſuppoſuimus. Tabula verò quam exarauimus multò cõmodior eſſet, ſi in quinos gradus, aut ternos, aut binos exciſa eſſet, vel ſi ea arte cõſtrueretur, vt ſuppoſito ſegmento a b, graduum 90. ſcriberentur in eadem tabula reliqua ſegmenta a c, a d, a e, a f, a g, & ita deinceps, quæ in continua proportione ſunt proportionalia. Hoc autem iuxta quamlibet fractæ lineæ inclinationem anguliue profectionis magnitudinem. Eiuſmodi verò tabula non maiori negotio confici poſſet, quàm quæ à nobis exarata eſt. Nam in vnaquaq; inclinatione anguloue profectionis communis multiplicator erit ſinus rectus ipſius inclinationis communis autem diuiſor ſinus rẽctus erit illius anguli qui datæ inclinationis angulum duobus gradibus ſuperauerit, ſi ita ſubijcere libeat, aut qui vno tantum, ſi exactius rẽ tractare velis. Exempli gratia in inclinatione Nordeſtis & Sudoeſtis, aut Noroẽſtis & Suẽſtis cõmunis multiplicator erit ſinus graduum 45. communis porrò diuiſor ſinus rectus graduum 47. aut 46. ſi mauis. Incipiendo igitur ab æquinoctiali, erit ſinus totus primus numerus multiplicandus per communem multiplicatorem, productum porrò diuidetur per communem diuiſorem, & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmenti a c. Eum verò multiplicabimus per communem multiplicatorem, & productum diuidemus per communem diuiſorẽ, & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmenti a d. Hunc deinde ſinum rectum multiplicabimus per communẽ multiplicatorem, productum verò diuidemus per communem diuiſorem, & veniet in quotiẽte ſinus rectus ſegmenti a e, & ita in cæteris operandum erit. Cognitis igitur hac arte ſinibus rectis ſingulorum ſegmentorum, ſegmenta ipſa quæ quidem latitudinum complemẽta ſunt ex tabula ſinuum rectorum cognita erunt. Cæterùm quoniam huiuſmodi ſegmenta innumera ſunt, minima enim proportionalium aſsignari non poteſt: ſat igitur erit huiuſmodi tabulam vſq; ad latitudinem graduum 60. extendere.

Quod ſi in vnaquaq; inclinatione iuxta numerum graduum & minutorum complementi latitudinis, numerum graduum & minutorum anguli b a c, ideſt differentiam longitudinis inter b & c, appoſueris, directi etiã interualli b c magnitudinem, & ſimiliter iuxta reliqua ſegmenta meridianorum, differentias longitudinis, & interualla inter angulos fractæ lineæ b c d e f g, erit hoc nobis magno vſui, non ſolum ad veras longitudines ex marina charta eliciendum, ſed etiam ad ducendum lineas in globo, ſimiles ijs quas nauis in ſuperficie maris deſcribit. Quando verò latitudinis complementum vel eius loci à quo proficiſceris, vel eius ad quem appellis in memorata tabula iuxta tuũ profectionis angulum examuſsim repertum non fuerit, non alio modo proportionẽ facere oportebit, quàm ſi tabulis Aſtronomicis vtereris. Ponam⁹ enim exempli gratia nauigatum fuiſſe à loco c, ad locum l, poſitum inter c & d, ſub data inclinatione anguli a b c, habere autem in prædicta tabula ſegmentum a c, Gr. 72. a d verò Gr. 63. angulum c a d, longitudinis differentiæ inter c & d, Gr. 6. interuallum autem c d, Gr 10. porrò complementum latitudinis loci l, quod quidem eſt



a l. obſeruatione repertum fuerit Gr. 69. Operæpretium igitur erit longitudinis differentiã per ipſam tabulam inuenire inter c & l, necnõ directum interuallum c l. Quod vt efficiamus duorum ſegmentorum a c & a d, differentiam ideſt Gr. 9. primum proportionis terminum ſtatuemus, ſecundus terminus erit differentia longitudinis ipſorum locorum c & d, Gr. nempẽ 6. tertium terminum ponemus Gr. 3. differẽtiæ duorum ſegmentorum a c & a l. Multiplicabimus itaq; tertium in ſecundum, productum diuidemus per primum, & veniet ex partitione Gr. 2. pro differentia longitudinis locorum c & l, interuallum verò c l, eadem arte inueniemus

mus Gr.3.m̄.20. Primus enim terminus atq; tertius iidem erunt, qui in priore operatione, ſed pro ſecundo ponentur Gr.10. quos cōtinet interuallum c d. At ſi exacta ratione uti velis, ſciētiam triangulorum ſphæricorum conſulas quēadmodum ad ipſius tabulæ compoſitionem facere conſueuiſti.

Propoſitis itaq; duobus locis in charta marina poſitis, inter quos longitudinis differentiam inuenire oporteat, poterit id ex nautarum relationibus deprehendi, per doctrinam à nobis traditam. Nam vel ab vno in alterum nauigatum fuit aliquando: vel nemo vnquam ab vno in alterum nauigauit, ſed potius ab vno alio loco in ipſa duo loca. Quod ſi ab vno loco in alterum nauigatum fuit, & vel à Septētrione in Auſtrū, vel è contrario ab Auſtro in Septētrionem, certum eſt eadem duo loca longitudine non differre, ſed ſi alia fuit ea nauigatio, quàm quæ ſub vno meridiano fit, aut ſub vno parallelo, non erit difficile, per ea quæ docuimus ex angulo profectionis & eorundem locorum latitudinibus differentiam longitudinis inuenire. Veruntamē ſi ab vno datorum locorum in alterū nemo vnquam nauigauit, ſed potius à quodam vno tertio loco ad ipſa data loca, vel ab iiſdem al illū. Inueſtigabimus igitur eadem arte longitudinis differentias inter ipſum tertium locum & duo propoſita loca. Ex eis enim differentia longitudinis duorum datorum locorum in marina charta poſitorum patefiet. Vt autem faciliori negotio complurium locorum longitudinis differentias cognoſcere poſsis, ſumendus erit pro radicali loco cum quo reliqui ſint conferendi vnus ex maritimis aut potius ex inſularibus à continente valde remotis, à quo in complures orbis prouincias ſolitum ſit nauigari. Et ſubijcimus in huiuſmodi operationibus angulos profectionis cognitos eſſe. Nam vel viatorium illud inſtrumentum, quod Hiſpani acum nauticam appellant, mundi cardines recte oſtendit. & proinde reliquas plagas, vel ſi nutat, vt experientia docuit, quanta ſit à polis mundi in omni loco nutatio in primis eſt comperta.

❡ DE SOLIS DEclinatione. Cap. 4.

IN tabula declinationis Solis qua vtuntur ad latitudinem inueniendam maxima declinatio tranſcendere nō debet gradus 23. m̄. 30. quare opus eſt emēdatione. Præterea errant: quoniam inquirunt in eadem tabula declinationem Solis per diem menſis, gradu Zodiaci in quo eſt ignorato: conſtat autem quòd vera eſſe non poteſt ipſa eorum tabula in plures annos. Non enim fieri poteſt reditus declinationis ad eadem minuta, etiam adhibita æquatione. Conſultius igitur facerent ſi verum locum Solis in primis inuenirent per tabulam ad quatuor annos ſupputatam, quibus finitis vtendum erit æquatione. Deinde verò per locum Solis cognitum declinatio elicienda erit ex tabula declinationum. In ea autem inueſtigatione differentiam meridianorum negligendam cēſemus, niſi ſpatiū ſex horarum ſuperauerit, aut in ijs diebus eam inquirant in quibus inſigni differentia augetur aut minuitur, ideſt circa æquinoctialia puncta. Cæterùm quouis modo Solis declinationē ſupputare velint, eſt in alia re multò maior ambiguitas. Subijcitur enim in ijs tabulis quib' nautæ vtuntur, vndecima die Martij in anno communi noſtra ætate, Solem declinatione carere, quod non valde cōſtare video inter doctos Mathematicos. Nam qui octauam ſphæram ponūt motu trepidationis moueri, cum tabula motus Solis ſit conſtructa ad Eclipticam primi mobilis cuius initium eſt immobilis ſectio, neceſſariò concedent (velut Georgius Purbachius infert) Solem in initio Arietis & Libræ conſtitutum, ab æquinoctiali primi mobilis ſæpiſsime declinare, & proinde in initio Cancri non maximam habere declinationem, quod tamen negare debent qui eum trepidationis motum recipere nolunt. Huiuſmodi autem difficultas facile diſſolui poſſet, ſi apud Solſtitium æſtiuū minimam Solis diſtantiā à vertice obſeruaremus: præterea in eodem loco maximam remotionē circa Hybernum, vt nota relinquatur inter tropicos exacta diſtātia. Cuius dimidium quæ maxima eſt declinatio ſi auferatur à maxima Solis altitudine, nota relinquetur altitudo æquinoctialis ſupra horizontem eius loci in quo facta fuerit huiuſmodi obſeruatio, qua cognita facile quidem poteris intelligere quo nam die Sol declinatione careat. Enimuerò ſi circa æqui-

noctiorum tempora meridianam Solis altitudinem obſeruaueris, idq; tamdiu feceris, donec ea æqualis inueniatur altitudini æquinoctialis ſupra horizontem, dubium non erit, quin Sol in ipſa die declinatione careat: inuento igitur vero loco ipſius ad eandem diē, ipſe gradus eclipticæ primi mobilis in quo Sol noſtra ætate declinatione caret, cognitus erit. At facilioris doctrinæ gratia vernalem ſectionem eclipticæ octauæ ſphæræ principium Arietis appellabimus, à quo veri loci Solis ſupputatio pro ipſius declinatione inuenienda noſtra hac tempeſtate initium ſumat. His igitur ſuppoſitis locorum latitudines ex altitudine meridiana & Solis declinatione vere concludi poterunt. Quas quidē obſeruationes non minus deberent facere qui prædictum motum trepidationis ponūt, quam qui eum in natura eſſe negant. Vtriq; enim tabulis & calculo Alphonſi regis vtuntur ad verum locum Solis & Lunæ, & planetarum quolibet die inueniendum. Qui certè computus adeò exactus eſſe non potuit, quin aliquid nota dignum ſit deperditum trecentis his annis qui ad noſtra vſq; tempora fluxerunt. Hæc parum animaduertit vir quidam circa emendationem temporum diligentiſsimus, qui cum ex tabulis Alphōſinis ingreſſum Solis in Arietem noſtro tempore collegiſſet decima die Martij, æquinoctium verò vernale à Iulio Cæſare notatum 25. die eiuſdem menſis, falſam idcirco concluſit anni quantitatem ſuppoſitam ab Alphonſo, quoniam quindecim qui intercidūt dies inter duo verna æquinoctia, compleri non poſſent niſi in annis 2000. Probat autem ſententiam Albategnij de eadem re, quoniam ipſos 15. dies impleat. At non aduertit Campanum anno natiuitatis Chriſti milleſimo ducenteſimo ſimili prorſus argumento in magno computo improbaſſe ipſam Albategnij opinionem de æquinoctiorum anticipatione, quoniam ſequeretur ex ea diem Solſtitij hyemalis diē natiuitatis Chriſti præceſsiſſe duobus diebus. Præterea non videt ingreſſum Solis in Arietem referri ad ſectionem immobilem in ecliptica primi mobilis, æquinoctium verò vernum ad mobilem ſectionem eclipticæ octauæ ſphæræ. Quare cum eoſdem terminos non accipiat in ea computatione, nihil ex ea concludi poteſt. Sed ſi iam velit nullam eſſe apud Alphonſum ſectionem mobilem, in quo verò tunc æquinoctium vernum accidere cū per tabulas reperitur in initio Arietis, quanquam ſi habenda eſſet ratio motus trepidationis aliter ſentiendum eſſet: veræ ſunt igitur tabulæ Alphonſi ad oſtendendum æquinoctia, & proinde anni quantitas vera eſt quam eædē tabulæ ſubijciunt. Et (quod certiſsimū putat) fuiſſe Iulij Cæſaris ætate annis videlicet 45. ante Chriſtum vernum æquinoctium 25. die Martij, biſſextili anno, maioris eſt ambiguitatis. Nā ſi Ptolemæo credimus exactiſsima illa obſeruatio autumnalis æquinoctij quam decimo ſeptimo anno Adriani fecit, fuit poſt initium annorum Nabunaſari annis Aegyptijs 879. diebus 66. & horis duabus, fluxerunt autē ab ipſo principio regni Nabu. vſque ad initium annorum Chriſti (vt ſcribit Alphonſus) anni Romani 746. & dies 310. Fuit igitur prædictum æquinoctium autumnale anno 132. à Chriſto nato. Interceſſerūt enim anni Romani 131. dies 268. & horę 2. & erat annus ille biſſextilis. Quapropter facta per menſium dies computatione conſequens eſt, accidiſſe ipſum autumnale æquinoctium 24. die Septembris. Cæterùm ſi calculū ſequaris Georgij Purbachij & Ioannis de monte regio tertio libro Epito. ſequenti die fuiſſe reperies, ideſt 25. eiuſdem menſis. Hi enim à temporis ſpatio quod in tabulis Alphonſi inter Nabunaſarū & Chriſtum fluxiſſe reperitur, vnam diem detraxerunt, & eandem ei qui inter Chriſtum & prædictum autumnale æquinoctiū addiderunt, quod quidem congruit cum ijs quæ Georgius Valla ex Ptolem. tradit de ortu & occaſu ſignorum. Nam 25. die Septembris confectum ſcribit autumnale æquinoctium, vernum verò 22. Martij. Ioannes Stoflerus in Calendario idem affirmat. Reperimus tamen in libello quodam de inerrantium ſtellarum ſignificationibus à Nicolao Leonico è Græco tranſlato, quem Ptolemæi dicit eſſe, vernum æquinoctiū 26. Martij in anno communi. Cui idcirco fides adhibenda non eſt in ea re, quoniam autumnale confici ait 21. die Septembris, quæ cohærere non poſſunt, & obſeruatis repugnant. Oſtenſum fuit enim à Ptolemæo inter vernum æquinoctiū & autumnale dies eſſe 187. Quare ſi vernale fuit 26. die Martij, oportebat igitur autumnale fieri 29. Septembris, nō 21. Patet igitur ex ſupradictis quòd anno 132. à Chriſti natiuitate æquinoctiū vernum fuit, vel 21. vel 22. Martij. Anno igitur conceptionis qui fuit quoq; biſſextilis oportuit eſſe vel 22. vel 23. Et idcirco etiam ſi (vt ait ipſe Ioannes Lucidus) anno domini 1545. vernum æquinoctium acciderit decima die Martij, non potuit tamen æquino-

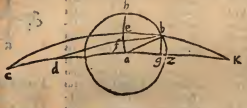
ctio

ctorum anticipatio à 45. anno ante Chriſti natalem dies 15. comprehendere. Campanus autem quoniam Thebitij ſententiam amplexus eſt de quantitate anni, & ſtellarum fixarum motu, affirmat in magno computo vernum accidiſſe æquinoctium pridie quàm in vtero virginis Chriſtus redemptor orbis cõciperetur: celebrabatur tamẽ Romæ ipſo conceptionis die, ideſt 25. Martij, iuxta Cæſaris inſtitutum. Nam quoniam Hipparchus & alij Aſtronomi anni quantitatem diffioierant dierum 365. cum quadrante. Cæſar igitur neglectis quadrantibus trium annorum vnum diem adiunxit quarto, quem biſſextilem nominauit, & proinde quatuor illis aonis Solem curſum ſuum examuſsim confeciſſe exiſtimauit. Et quoniam obſeruatũ fuerat aliquàndo à vetuſtioribus Aſtronomis vernum æquinoctium quodam menſis Martij die, qui iuxta inſtituti Calendarij formam 8. Cal. Aprilis erat biſſextilis anni, firmam propterea atq; inuariatam ſedẽ putauit habere. Nõ quòd Cæſari præſenti obſeruatione ingreſſus Solis in vernalem ſectionem innotuiſſet. Quod autem dicit Alphonſum Regem Albategnij opus non legiſſe, quia nondum in Latinum trãſlatum eſſet, falſum eſt. Nã Arabicis libris omnino vſus fuit, quibus eo tempore tota Hiſpania pleniſsima erat, & adiutus mauris quibuſdam Toletanis tabulas cœleſtium motuũ conſtruxit. Quin in opere illo magno Hiſpanicè ab eo conſcripto quod in Complutenſi extat Bibliotheca ipſas tabulas quæ circumferuntur poſuit, tabulas etiam Ptolemæi & Albategnij, vt liceret cuiuis quibuslibet tabulis vti. Sed hæc notiora ſunt, quàm vt à nobis inculcari ſit neceſſe. Similiter ferè labi video complures noſtri tẽporis Aſtronomos, qui cum Alphonſinam ſequantur poſitioneiu de motu ſtellati orbis, ex maxima tamen Solis hac ætate declinatione, & latitudine ſtellæ, atq; eius verò loco per tabulas inuẽto declinationem ipſius eliciunt, & viciſsim ex cognita declinatione verum locum inquirũt. Quippe vt intelligant quantum fixa ſydera progreſſa fuerint vel à tẽporibus Ptolemæi, vel Alphõſi, vel aliorum ad hæc tempora. Non aduertunt autem retuliſſe Ptolemæum initium motus ſtellarum fixarum ad ſectionem eclipticæ mobilẽ, quam immobilem tamen putabat. Quapropter ſiue in tabulis Alphonſi ipſorum computus ſectionem mobilem in qua vernũ æquinoctiũ accidit, initiũ ſupputationis faciat, ſiue immobilem, iidem termini non ſeruantur. Cæterùm cõſtat eoſdem authores ſtellarum fixarũ motus à ſectione vernali computare, longitudinis angulo ſphærici trianguli conſtituto ad polum eclipticæ octauæ ſphæræ, quemadmodum tabulæ directionum Ioannis de Monteregio ſubijciunt. Si enim canẽ maiorem poſueris in ſeptimo gradu m̃ 8. ſigni Cancri, latitudinẽ q; Auſtralẽ habere Gr. 39. m̃. 10. ſuppoſita igitur maxima Solis declinatione noſtra ætate Gr. 23. m̃. 30. quæ eadem eſt Eclipticæ octauæ ſphæræ eiuſdem ſtellæ declinationem gradus quindecim habere concludes cum minu. 49. quemadmodum noſter calculus indicauit in libro Crepuſculorum, quantam etiam reperio in vulgata Ephemeride Ioannis Stoflerini. Et proinde motum ſtellarum fixarum non referunt ad initium Arietis primi mobilis, ſed ad ſectionẽ æquinoctialis & eclipticæ octauæ ſphæræ. Inuenit quidem eadem illa arte Albategnius aſtrorum fixorum motus, ſed prædictum trepidationis motum, ſi is in cœlo eſt ignorauit. Ioannes Veroetus Norimbergẽſis duplicem poſuit motus octauæ ſphæræ trepidationem, vt quæ obſeruationibus inuenerat, cum ijs quæ reperta fuerant ab Alphonſo, Albategnio, & Ptolemæo, atq; alijs vetuſtioribus Aſtronomis congruerẽt. Nouiſsimè autem Nicolaus Copernicus Torinæus aliam rationem commẽtus eſt vt idem efficeret, ſed quæ reperta fuerãt ab Alphonſo nõ commemorat. Vtri eorum adhærendum ſit planè neſcimus. Nam eodem ferme tempore fixa ſydera obſeruarunt, & eandem poſuerunt maximam Solis declinationem, graduum nempe 23. minu. 28. ſe. 30. Cæterùm vel propter fallaciam inſtrumentorum, vel quia latitudines locorum in quibus ſuas fecerunt obſeruationes, non ſatis fuerunt exploratæ, diſsident ipſi inter ſe. Spicã enim virginis inuenit Vernerus in Gr. 16. mi. 54. Libræ, at Copernicus eadem vſus methodo in Gr. 17. minu. 14. eiuſdem ſigni, & eandẽ rurſus ſtellam poſt viginti duos annos Hieronymus Cardanus in Italia ait inueniſſe vndecim ab eo factis obſeruationibus in Gr. 16. minu. 8. Nos verò interim quamuis aſsiduè aſtrorum faciamus obſeruationes, quoniã talia organa nõdum habemus quibus confidenter vti poſsimus, nil pro certo affirmantes cum Albategnio ſentimus. Scripta Marci Beneuẽtani ad manus noſtras non peruenerunt, ſed librum de æquinoctijs & Solſtitijs & Apologiam legimus Alberti Pighij, qui nõ toties vincit, quoties vincere putat. Et quoniam perſuaſerunt ſibi nonnulli cũ

cui

euidenter demonſtraſſe ex Alphonſina poſitione, vernale æquinoctium tẽpeſtate noſtra quinq; dies præcedere introitum Solis in caput Arietis Alphonſinarum tabularum, id ipſum modò operæ pretiũ erit examinare. Conatur imprimis oſtẽdere ſtellarum fixarum motum per tabulas Alphonſi inuentum non conuenire cũ obſeruationibus Ptolemæi, quod Nicolaus Cuſanus primus annotauit: quoniam ſi motũ octauæ ſphæræ inter Ptolemæum & Alphonſum abſtuleris (inquit) à loco ſtellæ cordis Leonis obſeruato ab Alphonſo, relinquẽtur Gr. 4. m̃. 20. eiuſdem ſigni, quam tamen ſtellam Ptolemæus in Gr. 2. m̃. 30. inuenit. At quoniam cõputum Alphonſi cenſet exordiri ab initio Arietis primi mobilis in ecliptica fixa, Ptolemæ' verò ſupputationes inchoauit à mobili ſectione eclipticæ octauæ ſphæræ, hoc igitur ſolum cõſequi video, fuiſſe tempore Ptolemæi eandem ſtellã in Gr. 4. m̃. 20. Leonis eclipticæ fixæ, & proinde ſectionem vernam tunc fuiſſe in primo gradu, minu. 50. Arietis. Quapropter multum diſtabãt à coniunctione capita Arietum nonæ ſphæræ, & primi mobilis tẽpore natiuitatis Chriſti, ſectio verò verna nec eſt noſtra ætate, nec fuit multis antea ſæculis in ſigno Piſcium. Et rurſus quædam alia ſequũtur in quibus fortaſſe eſt abſurdum, ſed non id quod infert de motu motui minimè congruente. Quod deinde ait tabularum Alphonſi compoſitores capiti Arietis nonæ aliquem locum determinaſſe, & coniuncta fuiſſe capita Arietis nonæ ſphæræ & primi mobilis, anno dominicæ incarnationis, idq; liquere ex Purbachio, & ex ijs omnibus qui Alphonſum ſubſequuti ſunt, hoc colligere non poſſum ex ipſo Purbachio. Quin manifeſtum eſſe puto quouis loco caput nonæ intelligamus eſſe, ſtellarum fixarum motus nihilominus computari poſſe, & propterea nullam eius rei mentionem in tabulis factã fuiſſe. Declinationẽ verò eclipticæ fixæ quæ quidem ignota eſt, cognitam ſibi ſumit Gr. 23. minu. 51. at minorem eam inferius conſtituit. Quare cum ex his atq; alijs non minus dubijs hypotheſibus de interſectione duarum eclipticarum, in quo à Purbachio recedit, vernalem ſectionem concluſerit ex Alphonſina poſitione eo tempore fuiſſe in initio 26. Gr. Piſcium, non fuit igitur ab eodem id quod contendebat demõſtratum. In ijs autem quæ ratiocinãdo colligit, in Geometricis apparet non ſatis ex[illegible]itatus. Putat enim in ſphæricis triangulis non eandem ſeruari [illegible]ationem inter ſinus rectos angulorum & oppoſitorum laterum, niſi eadem oppoſita latera ſimul ſumpta ſemicirculo minora fuerint. Adhæc cum ſibi propoſuiſſet demonſtratione inuenire quãtus fuit arcus Aequatoris inter duas ſectiones eclipticarum, anno à partu virgineo 16. videlicet capite Arietis octauæ in ſummitate parui circuli conſtituto, angulos duarum eclipticarum cum æquinoctiali æquales inuicem ſuppoſuit in ea ſupputatione, graduum videlicet 23. minu. 51. prædictũq; arcum elicuit graduum 21. minu. 10. ferè. At nõ videt ſequi ex eo duo latera concepti trianguli quæ angulum continẽt eidem arcui oppoſitum ſimul iuncta vni ſemicirculo æqualia eſſe, quæ tamẽ ſemicirculo minora eſſe cõcluſerat, quod non ſemel tantum facit. Nam inquirit deinde declinationem capitis Arietis eclipticæ octauæ ad annum 263. à Chriſti natiuitate, ſuppoſita declinatione fixæ Gr. 23. minu. 51. Rurſus verò ex inuenta declinatione per tabulam declinationum Ptolemæi, quæ eandem ſupponit eclipticæ obliquitatem, arcum eclipticæ ipſius octauæ inueſtigat inter idem punctum & mobilem ſectionem. Sic igitur æquales facit duos angulos eclipticarum cum æquinoctiali, & proinde duo latera trianguli coniuncta vni ſemicirculo æqualia erunt, quæ minora antea demonſtrauerat. In eodem errore fuit Orontius Finæus, qui quum canone 16. ſecundi libri de calculo motuum cœleſtium, diſtantiam inuenire propoſuiſſet vernalis ſectionis eclipticæ mobilis à ſectione eclipticæ fixæ, ex vero loco & latitudine capitis Arietis cognitis ipſius eclipticæ mobilis, declinationem eiuſdem capitis inquirit, per 2. Problema tabulæ directionum Ioãnis de Monteregio. Deinde verò ex inuenta declinatione reſpondentem arcum eiuſdem eclipticæ mobilis inuenire iubet, per ingreſſum arealem in tabulam declinationis Solis. At quoniã ipſæ tabulæ declinationum ad vnius tantum eclipticæ obliquitatem conſtructæ ſunt, graduũ videlicet 23. minu. 30. æquales igitur videtur ſupponere eclipticarum obliquitates, angulum nẽpe d b c, obliquitatis eclipticæ fixæ, æqualem eſſe putat angulo f a c, obliquitatis eclipticæ mobilis, exteriorem interiori in deſcripta ab eo figura. Ex quo infertur duos eclipticarum arcus qui ab ipſis ſectionibus a & b ſunt, vſque ad concurſum occidentalem, vni ſemicirculo æquales eſſe, quod eſt impoſsibile. Partes enim ſunt duorum quadrantum, qui ad eum maximum circulum terminantur, qui per eclipticarum polos venit.

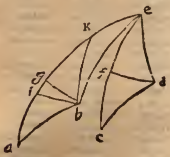
venit. Negat autē Albertus latitudinem regionis aliter cognoſci poſſe quàm per locum Solis, aut eius declinationem, & propterea ex altitudine Solis meridiana ignorato loco Solis tempus vernalis æquinoctij cognoſci nō poſſe, quē admodum Marcus Beneuentan⁹ aſſerebat. Sed certè nullus modus aptior eſſe poteſt ad æquinoctia cognoſcenda. Nam ex maxima & minima altitudine Solis quæ in regione inuenitur, diſtantia cognoſcitur inter duos tropicos, cuius dimidiū ſi auferatur à maxima, vel addatur minimæ, altitudinem cognoſces Aequatoris ſupra horizontē, quæ complementum exiſtit latitudinis regionis. Quapropter cum Sol tantam habuerit meridianā altitudinem ſupra horizō tem, in æquinoctiali circulo eſſe concludes. Ita in tertio libro Epito. Ioannes de Monte regio æquinoctia obſeruare iubet. Demonſtratio porrò quam idem Albertus attulit ex Marco Beneuentano, ad oſtendendum æquationes motus octauæ ſphæræ in ipſis Alphonſi tabulis ſcriptas, arcus eſſe eclipticæ octauæ, certiſſima eſt, ſi modò theoricam eiuſdem motus velut tradita eſt à Purbachio intelligamus, maximum nempe circulum per polos duarum eclipticarum venientem per caput Arietis nonæ tranſire ſemper. Idem demōſtrauit Vernerus in libro de motu octauæ ſphæræ. & annotatum fuit à Ioanne de Monte regio problemate. 62. tabulæ primi mobilis. putat tamen Albertus eclipticarum polos & caput Arietis octauæ in eodem circulo magno ſemper eſſe. id q; ſtatim apparere ſi vna ſphæra intra aliam incluſa, caput Arietis octauæ in paruo circulo circunducatur: & ita infringi exiſtimat Marci demonſtrationem. Cæterùm ipſo eodem inſtrumento omnia accidentia oſtendi poterunt, quæ iuxta Purbachij expoſitionem hūc acceſſus & receſſus motum conſequuntur, & alia rurſus quæ cum neutra conueniant poſitione. Si enim octauam ſphæram ita moueri intellexeris vt ſemper ei⁹ ecliptica paruū circulū cōtingat, in ipſo initio Arietis quod circa eundē paruum circulum circumuoluitur, atq; non ſolum cum idem Arietis initium in pūcto Borealiſſimo, aut Auſtraliſſimo fuerit collocatum, aliam intueberis figuram motus, quæ cum neutra poſitione conueniat. Sed ſi interea dum caput Arietis octauæ in paruo circulo circūducitur, eclipticā octauæ eclipticā nonæ interſecare cogas, in initijs Cancri & Capricorni eiuſdē octauæ, tranſibit vtiq; vnus atq; idem maxim⁹ circulus per caput Arietis octauæ & eclipticarum polos, & ea habebitur figura motus, quæ tradita eſt ab Alberto. At ſi facta fuerit interſectio in initijs Cancri & Capricorni nonæ, erūt ſemper eclipticarū poli in maximo circulo per initiū Arietis nonæ veniente, quemadmodum traditum eſt à Purbachio. Cuius theorica motus acceſſus & receſſus ſtellati orbis ipſis tabulis magis conueniens videtur. Eſto enim in ſubiecto ſchemate a, caput Arietis eclipticæ nonæ b, caput Arietis octauæ, quod in primo quadrante parui circuli poſitum intelligatur, h. punctū Borealiſſimum in eodem. Sitq; in ecliptica nonæ c, initium Capricorni, K verò Cancri. Veniat autem maximus circulus per h & c, arcum a h, interſecans in e. Erit igitur ex Theodoſij demōſtrationibus libro 1. de ſphæris arcus b c, quadrāte maior, & anguli ad punctū e, erecti. Quapropter ex theorica Purbachij ecliptica octauæ poſitionem habebit b e c. Deſcendat autem à puncto b arc⁹ maximi circuli b g, ad rectos angulos ſuper eclipticā nonæ, ſitq; d g, quadrās, & per ipſa pūcta b & d, maximus veniat circul⁹ arcū a h interſecās in f. Quadrās igitur erit arcus b d, & angulus d b g rectus erit, & proinde ſecundum Alberti imaginationem ecliptica octauæ poſi-



tionem habebit b f d. Cum enim caput Arietis fuerit in b, erit caput Capricorni in d. Aequatio igitur quæ in tabulis arcui b h reſpōdet, vel eſt b e, vel eſt b f, vel deniq; eſt a g: manifeſtū eſt autē Abacū Alphonſinū cōuenire cū qnātitate arcus b e, cæteri duo maiores ſunt. Angul⁹ enim b f e, acutus eſt, & idcirco maior erit b f ipſo b e, angulus etiā g b K acut⁹ eſt: & propterea minor erit g K ipſo b K, quibus detractis à quadrātib⁹ a K & e K, minor relinquetur b e quā a g. Et proinde poſitio eclipticæ b e c ex Purbachij traditione, magis cōuenit cū tabulis Alphōſi, quàm poſitio eclipticæ b f d, quā Albertus commētus eſt.

lateris b e, ad ſinum lateris e f, in triangulo b e f. Igitur & maiorem rationem habebit ſinus lateris a d ad ſinum lateris d f, quàm ſinus lateris b e, ad ſinum lateris e f. Quapropter ſinus rectus arcus a d ad ſinum rectum arcus b e, maiorē habebit rationem quàm ſinus rectus arcus d f ad ſinum rectum arcus e f, per vigeſimam ſeptimā propoſitionem quinti libri Euclidis additā à Campano. Eſt autem arcus d f (quemadmodum ſuperius fuit demonſtratum) quadrāte minor. Igitur maior erit ſinus rectus ipſius d f, ſinu recto arcus e f, & proinde multò maior ſinus rectus arcus a d, ſinu recto arcus b e, & maior igitur arcus a d arcu b e. At æquales ſunt arcus b e & g K, inter duos parallelos comprehenſi. Maior igitur a d ipſo g K. Quapropter detracto communi d g maior relinquetur a g. quàm d K, ſic igitur patet maiorem eſſe latitudinis differentiam inter a primum locum & b ſecundum, quàm inter d, tertium & e, quartum, quod poſtremò erat demonſtrandum.

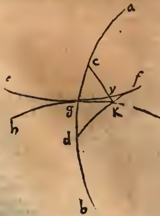
Sed ſi deniq; primus locus ad ſecundum, & tertius ad quartum, eandem habuerint poſitionem, & interualla viatoria æqualia quoq;, ſiue manifeſtus ſit, ſiue occultus in ipſis locis polus ille mundi ad quem accedimus, fueritq; primus locus ab ipſo polo remotior quàm tertius, maior erit differentia latitudinis inter primum & ſecundum, quàm inter tertium & quartum. Quòd ſi ſecundi loci & quarti ab ipſo eodem polo diſtantiæ coniunctæ ſemicirculo æquáles fuerint, tanta erit longitudinis differentia inter primum & ſecundum, quanta inter tertiū & quartum. Hoc autem fiet ſi euntibus nobis verſus partes poli Borealis, tanta fuerit ſecundi loci Auſtralis latitudo, quanta quarti Borealis. Cæterùm ſi ipſæ diſtantiæ coniunctæ ſemicirculo maiores fuerint, maior erit differētia longitudinis inter primum & ſecundum, quàm inter tertium & quartum, at ſi ſemicirculo minores, minor erit. Habeat enim locus primus a ad ſecundum b, eam poſitionem quā acutus angulus e a b, oſtendit, æqualemq; poſitionem habeat tertius locus c cum d quarto, & diſtantiæ viatoriæ a b & c d, ſint æquales. Poluſq; ille mundi ad quem eundo accedimus ſit e. Ponaturq; locum a, diſtantiorem eſſe ab ipſo e polo, quam c, dico differentiam latitudinis inter a & b, maiorem eſſe differentia latitudinis inter c & d, ſiue polus e, ad quem accedimus, ſit in ipſis locis manifeſtus, ſiue occultus, ſiue quibuſdam eorum manifeſtus, quibuſdam verò occultus. Parallelus enim loci d veniat per f, in quo loco interſecet meridianum loci c, & parallelus loci b, veniat per g in quo loco interſecet meridianum loci a, & quoniam maior poſitus eſt arcus a e arcu c e: reſecabimus igitur ex ipſo a e arcum a K, æqualem ipſi c e, & per pūcta b & K, maximum circulum deſcribemus b K. Quare cum anguli poſitionum b a K. & d c e, æquales poſiti ſint, & a b, c d, diſtantiæ via-



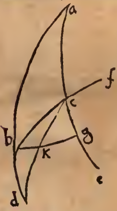
toriæ inuicem æquales, igitur æquales erunt d e & b k, ſphæricorum triangulorum a b k, & c d e baſes, anguli etiam d e c, & a K b, æquales inuicem erunt. Ipſe verò arcus b k, idcirco maior erit K g, quoniam duo latera b k & k e, triā guli ſphærici e b K, cōiūcta maiora ſunt quàm b e, & proinde maiora quàm e g, quare b K, maior relinquetur ipſo k g, per communem ſentētiam, vel per 25 propoſitionē ſecūdi libri Theodoſij: id ipſum demonſtrabis: ſuper puncto igitur K, tanquam polo ad menſuram K b, circulū deſcribemus, qui meridianum a e, ſecabit inter a & g, ſecet itaq; in i. Erit igitur a i æqualis arcui c f, & erit idcirco c f, differentia latitudinis duorum locorum c & d, minor quàm a g, differentia latitudinis locorum a & b, quod imprimis erat demonſtrandum. Poſterior pars in eadem figura ita demonſtrabitur. Arcus b k æqualis eſt ipſi d e, diſtantiæ quarti loci à polo e. At b e, arcus meridiani eſt quo ſecundus locus diſtat ab eodem polo. In ſphærico igitur triangulo e b K. ſi duo latera b e & b k, congeſta ſemicirculo ſunt æqualia: æqualis erit exterior angulus a K b interiori b e K. Et propterea differentia longitudis locorum c & d, æqualis diſ-

differentiæ longitudinis locorum a & b. Si verò fuerint ſemicirculo maiora, minor erit ipſe angulus a K b angulo b e K. Et proinde differẽtia longitudinis inter primum & ſecũdum maior differentia longitudinis inter tertiũ & quartũ. Sed ſi ſemicirculo minora fuerint maior erit angulus a k b angulo b e K, & idcirco minor erit differentia longitudinis inter primum & ſecundum differentia longitudinis inter ſecundum & quartum.

Adde quòd ſi à duobus locis ſub vno meridiano poſitis duo profecti fuerint, ſub æquali ſimiliue circuli maximi ad ipſum meridianũ inclinatione, Borealior ad plagam Auſtralem, Auſtralior verò ad Borealem, tam diuq; pergãt donec parallelum attingant medium, præter circulum æquinoctialem, is qui ad partes poli iuerit ipſi medio parallelo vicinioris. maius ſpatium conficiet, lõgiusq; diſtabit à radicali meridiano, quàm qui ad alterũ polum. Sint enim poli mundi a & b, ſemimeridianus a b in quo duo loca c & d, parallelum medium, qui nõ eſt æquinoctialis habeant e f g. Ad quem quidem à loco d, ſecundum inclinationem acuti anguli c d f, ſit iter d f, ad partes nempe poli a, ipſi medio parallelo e f g, vicinioris. Dico quòd ſi quis profectus à loco d, ſub eiuſmodi inclinatione ad f venerit, maius ſpatium conficiet, lõgiusq; diſtabit ab ipſo radicali meridiano a b,

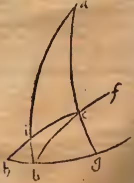


quàm qui profectus à loco c, ſub tanta inclinatione ad eundem venerit parallelum. Nam a pũcto g, circulum maximum h g k, excitabimus ad rectos angulos ipſi meridiano a g b, cuius interſectio cum d f ſit in K. Parallelum igitur e f g, continget in ipſo g puncto per quartam ſecundi libri Theodoſij. Per duo autem puncta c & K, circulũ maximũ deſcribem⁹ ipsũ parallelũ interſecãtẽ in y. Quare cũ duo latera c g & g k, duob⁹ laterib⁹ d g, & g K, ſint æqualia, & anguli ad pũctũ g æquales, ſunt enim recti, baſes igitur c k & d K, ſphæricorũ triãgulorũ c g k & d g K, æquales inuicem erunt, & anguli g c K & g d K, inter ſe æquales. Quapropter ipſi maximi circuli c K & d K, inclinationes facient æquales cum ipſo radicali meridiano ad eadem loca c & d. Et quoniam c y minor eſt quàm c K igitur multò minor erit quàm d f. At qui profectus eſt à loco c, ad locum y, veniens, meridiano propinquiorem ipſo f, ſpatium confeciſſe conſtat c y: maior igitur erit longitudinis differentia, & maior etiam viatoria diſtantia inter d & f, quàm inter c & y, quod demonſtrandum erat. Adde etiam quod eunti, & ſub eadem circuli maximi inclinatione redeunti eadem via non eſt. Quare ad eum locum non redit, vnde profectus fuerat. Redibit enim ad eundem meridianum, ſed in alio parallelo, ad eundem verò parallelum, ſed in alio meridiano. Sint enim duo loca b & c, in meridianis a b d, & a c e, manifeſtus polus ſit a, & maximus circulus b c f, inclinationem faciat acuti anguli a b c, cum meridiano a b d, in puncto b, cum meridiano verò a c e, inclinationem acuti anguli b c e, in pũcto c. At quoniam duo latera a b & a c, cõiuncta minora ſunt ſemicirculo, maior igitur erit angulus a c f, angulo a b c. Quapropter contrapoſitus angul⁹ b c e, maior etiam erit ipſo angulo a b c.

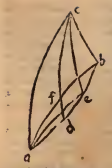


Faciemus igitur ad punctum c angulum d c e, maximo circulo deſcripto per d & c, qui quidem angulus ſit æqualis ipſi a b c, & idcirco qui profectus à

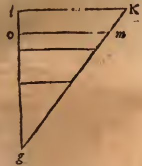
loco b ſecundum maximi circuli circumferentiam ad c, venerit, inde rediens ſub tanta maximi circuli inclinatione, non ibit ad b ſed ad d, & in alio quidem parallelo. Sit autem in pũcto k, ipſius circuli c d interſectio cum b g, parallelo loci b. Quare patet quòd ſub ipſa eadem circuli maximi c d inclinatione ad K veniet, in eodẽ parallelo loci b, ſed in alio meridiano, quod erat demõſtrandum. Idem accidere neceſſe eſt ſi polus a eiſdem locis b & c, occultus fuerit, vt in ſequenti figura. Quoniam enim angulus a c f minor eſt angulo a b c, circulus igitur maxim' c i h, deſcribatur, qui angulũ g c h, æqualem faciat angulo a b c, ſitq; ipſius interſectio cũ meridiano a b in puncto i, & cum parallelo b g in h. Demonſtrabis igitur quòd qui à loco b venit



in c, cum redierit ſub tãta iclinatione, non ibit ad b, ſed ad i in alio parallelo, ad h verò i alio meridiano. Inæqualitatem verò inter viatorias diſtãtias in eiſdẽ figuris facile erit intelligere. Quæ cum ita ſint, mirum non eſt ſi nautæ inter nauigandum ſæpiſsime hallucinentur, & quia cauſas ignorãt, magnis ſubinde verſentur erroribus. Eſto enim nauigationis a ad b, ſub inclinatione acuti anguli c a d decurſum ſpatium fracta linea a d e b. Cum qua meridiani c a. c d. c e, & c b, à polo manifeſto c venientes, æquales conſtituant angulos in punctis a d e b. In intermedijs autem aliquanto maiores, ſed perexigua differentia, & quæ ſenſum effugiat gubernatoris. Per a & b, maximi circuli ſegmentũ ſcribatur a f b. Quod quidem conſtat breuius eſſe fracta linea a d e b. Nam ducto per a & e, ſegmento a e, maximi circuli, maiora erunt a d & d e, ſimul ſumpta ipſo a e, ſegnẽto. Rurſus a e & e b, coniũcta lõgiora quàm a f b. Igitur multò maiora a d, d e & e b, ſegmento a f b ipſe verò profectionis peragrationiſue angulus c a d maior erit poſitionis angulo c a b. Ponemus igitur in marina charta re-



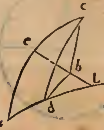
ctam g K, prò fracta curuaq; linea a d e b, tãtamq; habere inclinationẽ ad meridianum g l quantam in mundo habet a d, in meridianũ a c. Et pro ſegmento a f b, reſecetur ex ipſa g K recta g m, ſecũdum proportionem. Erit igitur K m, id quod propter obliquitates redundat, detracta a f b ex a d e b. A puncto porrò m recta m o, excitetur ad rectos angulos ſuper g l. In triangulo igitur rectangulo rectilineoq; g m o, iuxta Ptolemæi inſtitutum recta m o, differentiam longitudinis duorum locorum a & b. nobis indicabit, recta verò g o, latitudinis differentiam. At iuxta nautarum regulas, ducta ipſi m o æquidiſtante l K erit eadẽ



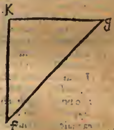
l k, differentia longitudinis: ſed recta g l, latitudinis. Quanquam verò diuiſa recta g k, in ſpatia proportionalia ipſis a d. d e & e b, ductis præterea in vtraq; figura meridianis & parallelis, æquales appareant inter ſe differentiæ longitudinis & latitudinis in exiguis ſphæricis triangulis, & rectilineis, nondum tamen licebit à partibus totam diſtantiam colligere longitudinis, & latitudinis. Quod enim in ſingulis propter paruitatem negligitur, collectum in multis notabile fit. Eſto præterea itinerario modo nauigationis a ad b, inclinationis angulus c a d ſiue c d b, quibus maiores ſint inſenſibili tamen differentia, ij qui ad intermedia puncta efficiuntur, inter a

&

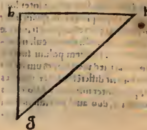
& d, & inter d & b. Manifeſtus polus ſit c, paral lelus loci b ſit e b, differentia latitudinis a e cognita ſubijciatur, & inclinationis angulus cognitus. In charta porrò marina pro a & b, ſint f & g: & pro e ſit K, & pro angulo c a d ſit k f g. Dico differentiam longitudinis locorum a & b, in ipſa marina charta vltra metas productã eſſe. Circulus



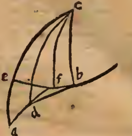
enim maximus qui per a & d, venit, parallelum b e, ſecet in l, erit igitur punctum l vltra b, propterea quòd maior eſt angulus exterior c d l, interiore c a d ſiue c d a, Triangulum itaq; rectilineum f g K, pro ſphærico triangulo a l e, poſitum erit ſecundum proportionem. Differentia igitur longitudinis k g, pro e l, erit accipienda, At minor eſt e b ipſa e l, & idcirco longitudinis differentia locorum a & b, vltra debitos numeros extẽſa eſt in marina charta. Sint



rurſus in mũdo duorum locorum a & b, differentia latitudinis comperta a e, occultus polus c, inclinationis angulus profectionis c a d æqualis angulo c d b, maximus circulus per a & d, ſcriptus parallelum b e, ſecet in f. Erit igitur punctum f ante b, propterea quòd minor eſt angulus c d f, ipſo angulo c a d, quare minor eſt e f,



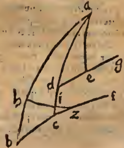
quàm e b. In triangulo verò rectilineo g h K, marinæ chartæ recta g h pro a e, poſita ſit. Acuti verò anguli c a d, inclinatio angulo h g K, æqualis ſubijciatur. Recta igitur h K pro e f, ſphærici trianguli e a f, poſita eſt. Maior eſt autẽ e b, quàm e f: in marina igitur charta differentia longitudinis corracta eſt. Quonam igitur modo veræ locorum lõgitudines ex ipſa marina charta eliciendæ ſint operæ pretium erit oſtendere.



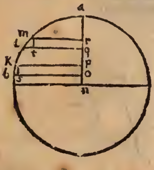
¶ *De inuenienda differentia longitudinũ duorum locorum ex marina charta.*

Cap. 3.

QVanquam orbis loca in marina charta perperam poſita ſint, veræ tamen ipſorum longitudines & interualla ex ea concludi poterunt, ſi modo cognitum fuerit qua ratione reperta fuerunt, & in ipſa marina charta collocata. Aliter enim prorſus impoſsibile. Igitur vt id à nobis efficiatur, oſtendemus in primis inter æquinoctialẽ & alterum mundi polum, maximorum circulorum ad meridianos inclinationes, minus augeri verſus eundem polum, in locis ipſi æquinoctiali circulo propinquioribus, quam in remotioribꝰ. Sit enim a, polus mundi, circuli autẽ maximi b c f & d e g, æquales faciãt inclinationes ad meridianos a b & a c, pũcta autẽ b & c, ꝑpinquiora



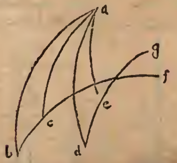
ra ſint æquinoctiali circulo quàm d & e, ſed tã tum a b excedat a c, quantum a d excedit a e: inclinationis porrò angulus a c f, quem maximus circulus b c f, cum meridiano a c efficit, maior eſt inclinationis angulo a b c, quem idem circulus b c f, cum meridiano efficit a b, propterea quòd a b & a c, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Pari quoq; argumento inclinationis angulus a e g, quem circulus maximus d e g, cum meridiano efficit a e, maior eſt inclinatiõis angulo a d e, quem idem maximus circulus cum meridiano facit a d. Dico igitur acutum angulum a c f, minus excedere a b c quàm acutus a e g, angulum ſuperet a d e. Quoniam enim circũferentia d e, maior eſt circumferentia b c, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus in capite precedenti: circumferentiam igitur b z, æqualem ſumemus ipſi d e, & ex a b, ſecabimus b h, æqualẽ circumferentiæ a d, & per puncta z & h, circulum maximum deſcribemus, qui a c ſecet in i. Quapropter in duobus triangulis b h z & d a e, angulus a e d, æqualis erit angulo b z h, & idcirco duo exteriores anguli h z f & a e g, æquales relinquentur. At verò ipſe angulus h z f maior eſt angulo a c f: quia duo latera c i & g i, trianguli c i g, coniuncta ſemicirculo minora ſunt. Maior igitur eſt angulus a e g, quàm a c f, ſunt autẽ ex hypotheſi inter ſe ęquales duo anguli a b c & a d g. Igitur minus excedit angulus a c f angulum a b c, quàm angulus a e g, excedat angulum a d g. Et proinde inter æquinoctialem, & mundi polum maximorum circulorũ ad meridianos inclinationes minus augeutur in locis ipſi æquinoctiali propinquioribus, quàm in remotioribus, quod in primis erat à nobis oſtẽdẽdum. Idem aliter demonſtrabis ad hunc videlicet modum per proportiones ſinuum. In meridiano enim in quo a b, ſumantur a K, a l, & a m, æquales ipſis a c, a d, & a e, centrũm ſphæræ ſit n, & in ſemidiametrum a n, ducantur ad rectos angulos b o, k p, l q, & m r, ſinus videlicet recti ipſorum arcuum. Præterea à punctis K & m, perpendiculares ducantur K s, ſupra b o, & m t, ſupra l q, & cõnectantur rectæ b K & l m. Et quoniam circumferentia b K, circumferentiæ l m, æqualis eſt per hypotheſim, maior igitur erit K s quàm m t, demonſtratum eſt hoc à nobis in annotatione motus octauæ ſphæræ. At quoniam recta b K rectæ l m, eſt æqualis, quadratum igitur ex b s, minus erit quadrato ex l t, & proindè ipſa b s minor l t, quapropter maiorem rationem habebit l t ad q t, quàm ad s o. At maiorem rationem habet eadem l t ad s o, quàm b s ad s o, igitur maiorem rationem habet l t ad



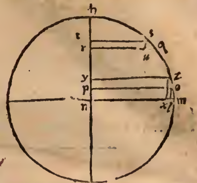
t q, quàm b s ad s o. Per coniunctam igitur maiorem rationem habebit l q, ad t q, quàm b o ad s o. Aequalis eſt autem t q rectæ m r & s o, rectæ K p: maiorem igitur rationem habet ſinus rectus arcus a l, ad ſinum rectũ arcus a m, quàm ſinus rectus a b, ad ſinum rectum a k. Et proinde in ſuperiori figura maiorem habet rationem ſinus rectus a d ad ſinum rectum a e, quàm ſinus rectus a b ad ſinum rectum a c. Atqui ſicut ſin⁹ rectus anguli a e g, ad ſinũ rectum anguli a d e, ſic ſinus rectus arcus a d, ad ſinum rectum arcus a e. Item ſicut ſinus rectus anguli a c f, ad ſinum rectum anguli a b c, ſic ſinus rectus arcus a b, ad ſinum rectum arcus a c. Igitur maiorem habet rationem ſinus anguli a e g ad ſinum anguli a d e, quam ſinus anguli a c f, ad ſinum anguli a b c: æquales ſunt autem ex hypotheſi duo anguli a d e & a b c. Et propterea maior erit ſinus rect⁹ arcus anguli a e g ſinu anguli a c f, & quia vterq; eorum ſumitur acutus, maior idcirco erit angulus a e g angulo a c f, quare minus excedet angulus a c f angulũ a b c, quã a e g excedat a d e, quod erat rurſus demonſtrandũ. Et ex hac concludes quod ſi æquales maximorũ circulorũ ad meridianos inclinationes æqualiter fuerint auctæ, maior erit differentia latitudinis inter loca circulo æquinoctiali propinquiora, quàm inter remotiora. Oſtẽdemus præterea quòd ſi inter æquinoctialẽ & vnũ eius polũ duo circuli maximi in meridianos verſus eũdem polum fuerint inæqualiter inclinati, ſed meridianorum ſectiones æquales, maior erit differẽtia inter maiores inclinationes, quàm inter minores. Eſto enim alter polorũ mundi a, duo autẽ meridianorum

ſeg-

ſegmenta a b,& a d,æqualia, ſed neutrum quadrante maius,duo autem a c & a e, his minora, ſed inter ſe æqualia. Circulus porrò maximus b c f,ſit inclinat⁹ in a b & a c,circul⁹ præterea maximus d e g,inclinatus in a d & a e,ſed maior inclinationis angulus a b c, inclinationis angulo a d e. Aio acutũ angulũ a e g,inclinationis circuli d e g in a e,min⁹ excedere acutũ angulũ a d g, inclinationis ipſi⁹ d e g in a d,quàm acutus a c f excedat acutũ a b c. Quòd enim angulus a e g angulo a d e,maior ſit,ſimiliter angulus a c f maior a b c,ex eo liquet, quoniã per Hypotheſim

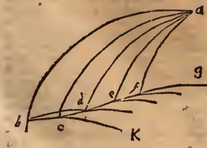


nullum ex datis meridianorũ ſegmentis maius eſt quadrante. At quòd a c f, angulus maior ſit angulo a e g,ex eo concluditur,quoniam in triãgulo a b c,ſicut ſin⁹ lateris a b,ad ſinũ lateris a c, ſic ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c. Præterea in triangulo a d e,ſicut ſinus lateris a d , ad ſinũ lateris a e,ſic ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e. Aequalia ſunt autẽ a b & a c,ipſis a d & a e,alterũ alteri:igitur ſicut ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c,ſic ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e. Et ideo per permutatã ſicut ſinus anguli a c f,ad ſinum anguli a e g,ſic ſinus anguli a b c,ad ſinum anguli a d e. Atqui maior eſt ſinus anguli a b c ſinu anguli a d e, igitur maior erit ſinus anguli a c f ſinu anguli a e g. Et quia vterq; eorum eſt acutus,maior igitur erit angulus a c f angulo a e g,ſed quod idem angulus a c f, maiori differentia excedat angulum a b c,quàm a e g ipſum a d e,oſtendemus in alia figura. In circulo enim h i K ſit h m,arcus anguli a c f,ſinus verò rectus m n,ſitq; h o arcus anguli a b c,ſinus rectus o p. ſit præterea h q,arcus anguli a e g ſinus rectus q r,ſitq; h s arcus anguli a d e,ſinus rectus s t,& à puncto o in m n,ad rectos angulos excitetur recta o l,& ab s,in q r,ad rectos angulos s u & a b o,in m & a b s,in q rectæ ducantur lineæ. Iã igitur ſi circũferẽtia o m,maior nõ eſt circũ-



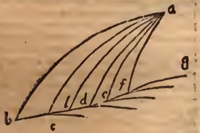
ferentia q s,aut igitur ei æqualis erit,aut minor. Si æqualis,æquales igitur erunt duæ rectæ o m & s q,ſed o l,maior eſt quam s u,quare minor relinquetur m l quàm q u. Maior eſt autem l n quàm u r,maiorẽ igitur habebit rationẽ q u ad u r,quàm m l ad l n, & idcirco maiorem habebit rationẽ tota q r ad u r, quàm tota m n ad l n,& proinde maiorẽ rationẽ habebit ſinus rectus anguli a e g,ad ſinum anguli a d e,quàm ſin⁹ anguli a c f,ad ſinũ ãguli a b c,quod eſt impoſsibile: eandẽ enim rationem eſſe demonſtrauimus. Et propterea circũferentia o m,æqualis non eſt circumſerentiæ q s,atqui minor ea nõ eſt. Nã ſi ſit minor,ſumatur igitur m z. circũferentia æqualis eidẽ q s,& ſit z y,ſinus rectus ſegmenti h z. & ducatur à pũcto z in m,recta linea m z,& ab eodẽ z recta z x,ad rectos angulos ſuper m n. Quare oſtẽdes eadẽ arte maiorem rationẽ habere q r ad u r,quàm m n ad x n. At m n ad x n, maiorẽ rationem habet quàm ad l n,quia maior eſt l n quàm x n. Idcirco multò maiorem rationẽ habebit q r ad u r,quàm m n ad l n. Quapropter ſinus anguli a e g,ad ſinũ anguli a d e,maiorẽ habebit rationem,quàm ſinus anguli a c f,ad ſinũ anguli a b c,quod rurſus eſt impoſsibile, contrarium enim fuit antea oſtẽſum. Et propterea maior eſt differentia m o,qua angulus a c f,excedit angulum a b c, quàm differentia q s qua angulus a e g, excedit angulum a d e , & proinde maior eſt maiorum differentia quàm minorũ, quod demonſtrandum ſuſcepimus . Hæc autem intueri licet in ſequenti figura & numerorum tabula à nobis exarata. In qua quidem a b & a c,ſunt meridianorum ſegmenta locorum b

Horizontis circumferentiam, pariter & nautici instrumenti diuiſam ſupponimus in partes æquales 32. in rumbos videlicet 8. ſemirumbos 8. quos medias inclinationes ſiue profectiones appellant, & rumborum quartas ſedecim. Quoniam verò (vt credi par eſt) qui clauum regit, auctam aut diminutam duobus circiter gradibus inclinationẽ ob paruitatem non ſentit. Idcirco tãdiu verſari nauem ſub vno atq; eodem maximo circulo ſubijciemus, quoad prior inclinatio duobus gradibus aucta fuerit, quando ad partes manifeſti poli nauigatur. Inde verò alium ſubire maximum circulum, qui paruum illum inclinationis lapſum emendet, ſi eandem perpetuò inter nauigandum ſeruare intendim⁹ inclinationem, eundemque curſum. Nam nauis viam angulosam eſſe neceſſe eſt, & in ipſis angulis inæqualitatem inueniri. Huiuſmodi autem inæqualitatem variam & inconſtantem eſſe fatemur. cæterùm incertum pro certo ſtatuere interdum oportet, dum res non conſtat, hoc videlicet emolumento: vt quod prorſus ignoratur, aliqua ex parte innoteſcat. At locorũ ſitus in marina charta poſitorum ignoti ſunt, quanquam latitudines ſint cognitæ, & profectionum anguli cogniti. Nam lõgitudines ſunt ignotæ, & poſitionum anguli inter quæuis duo loca etiam ignoti, quamuis viarum inclinationes fuerint cognitæ. Hæc tamen noſtra tabula plurimum nos iuuabit ad inueniendum veras locorum longitudines, & poſitionum angulos. Nam ſi exempli gratia in terræ mariſq; globo fracta linea b c d e f g, inclinationem habuerit vnius quartæ ad meridianorum ſegmenta in ipſis punctis b c d e f g, locus verò b, ſub æquinoctiali ſubijciatur. Erit igitur à loco b in c, profectionis angulus graduum 11. m̃. 15. minor quidẽ angulo a c k, (vt ſuppoſuimus) duobus gradib⁹. Quapropter ſi ſecundi loci latitudinis complementum repertum fuerit Gr. 58. m̃. 20. certũ habebimus ipſum ſecundum locum ibi eſſe vbi c. Quare ꝓfectionis angulus a b c. idem erit & poſitionis, directum vero interuallum erit b c, & idcirco in triangulo ſphærico a b c, ex a b & a c cognitis, cum acuto angulo a b c. obtuſo exiſtẽte a c b, reliquus angulus b a c, longitudinis differentiæ inter eadem duo loca cognitus erit, & ipſum directum interuallum b c, quoq; cognitum. Sed ſi ſecundi loci latitudinis con plementum maius repertum fuerit gradibus 58. m. 20. erit igitur ipſe ſecundus locus inter b & c, quare conſimili arte longitudinis differentia, & interuallum itineris innoteſcent. Quòd ſi ipſum ſecundi loci latitudinis complementum minus reperiatur gradibus 58. m̃. 20. erit igitur ſecundus locus poſitus vltra c. Et quoniam ſinus recti ſegmentorum a b, a c, a d, & reliquorum ꝓportionales ſunt in continua proportione, nempe ſicut ſinus rectus a b ad ſinum rectum a c, ſic ſinus rectus a c, ad ſinum rectum a d, & ita deinceps, propter angulorum ad baſes triũgulorum æqualitatem. Multiplicabimus igitur ſinum rectum ſegmenti a c, graduum 58. m̃. 20. in ſeipſum. productum verò diuidemus per ſinum ſegmenti a b, partium videlicet 100000. & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmẽti a d, quare per tabulam ſinuum ipſum ſegmentum a d illico innoteſcet. Quod ſi æquale repertum fuerit complemento latitudinis ſecundi loci, erit igitur ſecundus locus vbi d. Iam igitur in ſphærico triãgulo a c d, ex duobus lateribus a c & a d, cognitis cum angulo a c d, obtuſo exiſtente ad c, reliquus angulus c a d, differentiæ longitudinis duorum locorum c & d, innoteſcet. Cognitus autẽ erat ſimili ſyllogiſmo angulus b a c: totus igitur angulus b a d, differentiæ longitudinis duorum locorum b & d, patefiet, ſimul & circumferentia c d, quapropter obliquũ itineris interuallũ b c d, cognitum erit. Quod ſi directũ interuallũ cognoſcere libeat, ducto ꝓ b et d, maximo circulo: in ſphærico igitur triãgulo a b d ex duob⁹ laterib⁹ & ãgulo b a d, cognitis, cognoſcetur baſis b d, ſimul & poſitionis angulus a b d, qui ali⁹ eſt à profectionis angulo. At ſi ipſum a d, ſegmẽtũ minus repertum fuerit complemento latitudinis ſecundi loci, erit igitur ipſe ſecũdus locus inter c & d, quapropter differentiam lõgitudinis eiuſdem & loci c, quemadmodum docuimus quando erat poſitus inter b & c, notam faciemus. Cui quidem adiungemus differentiam lõgitudinis duorum b & c: tota igitur longitudinis differentia primi loci & ſecundi cognita



erit, obliquum etiam interuallum & directum prædicto modo innoteſcent. Neque diſsimiliter operabimur, quando ſecundi loci latitudinis complementum ſegmẽtum a d ſuperauerit. Ex his igitur intelliges quonammodo ſit inueſtiganda differentia longitudinis duorum locorum quãdo a b, complementum latitudinis primi loci gradus habuerit 80. aut 70. & ita deinceps, alius etiã fuerit ꝓfectionis angulus, quàm is quem hoc exemplo cuiuſtantum quartæ ſuppoſuimus. Tabula verò quam exarauimus multò cõmodior eſſet, ſi in quinos gradus, aut ternos, aut binos extẽſa eſſet, vel ſi ea arte cõſtrueretur, vt ſuppoſito ſegmento a b, graduum 90. ſcriberentur in eadem tabula reliqua ſegmenta a c, a d, a e, a f, a g, & ita deinceps, quæ in continua proportione ſunt proportionalia. Hoc autem iuxta quamlibet fractæ lineæ inclinationem anguliue profectionis magnitudinem. Eiuſmodi verò tabula non maiori negotio confici poſſet, quàm quæ à nobis exarata eſt. Nam in vnaquaq; inclinatione anguloue profectionis communis multiplicator erit ſinus rectus ipſius inclinationis communis autem diuiſor ſinus rectus erit illius anguli qui datæ inclinationis angulum duobus gradibus ſuperauerit, ſi ita ſubijcere libeat, aut qui vno tantum, ſi exactius rẽ tractare velis. Exempli gratia in inclinatione Nordeſtis & Sudoeſtis, aut Noroẽſtis & Suẽſtis cõmunis multiplicator erit ſinus graduum 45. communis porrò diuiſor ſinus rectus graduum 47. aut 46. ſi mauis. Incipiendo igitur ab æquinoctiali, erit ſinus totus primus numerus multiplicandus per communem multiplicatorem, productum porrò diuidetur per communem diuiſorem, & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmenti a c. Eum verò multiplicabimus per communem multiplicatorem, & productum diuidemus per communem diuiſorẽ, & veniet in quotiente ſinus rectus ſegmenti a d. Hunc deinde ſinum rectum multiplicabimus per communẽ multiplicatorem, productum verò diuidemus per communem diuiſorem, & veniet in quotiẽte ſinus rectus ſegmenti a e, & ita in cæteris operandum erit. Cognitis igitur hac arte ſinibus rectis ſingulorum ſegmentorum, ſegmenta ipſa quæ quidem latitudinum complemẽta ſunt ex tabula ſinuum rectorum cognita erunt. Cæterùm quoniam huiuſmodi ſegmenta innumera ſunt, minima enim proportionalium aſsignari non poteſt: ſat igitur erit huiuſmodi tabulam vſq; ad latitudinem graduum 60. extendere.

Quod ſi in vnaquaq; inclinatione iuxta numerum graduum & minutorum complementi latitudinis, numerum graduum & minutorum anguli b a c, ideſt differentiam longitudinis inter b & c, appoſueris, directi etiã interualli b c magnitudinem, & ſimiliter iuxta reliqua ſegmenta meridianorum, differentias longitudinis, & interualla inter angulos fractæ lineæ b c d e f g, erit hoc nobis magno vſui, non ſolum ad veras longitudines ex marina charta eliciendum, ſed etiam ad ducendum lineas in globo, ſimiles ijs quas nauis in ſuperficie maris deſcribit. Quando verò latitudinis complementum vel eius loci à quo proficiſceris, vel eius ad quem appellis in memorata tabula iuxta tuũ profectionis angulum examuſsim repertum non fuerit, non alio modo proportionẽ facere oportebit, quàm ſi tabulis Aſtronomicis vtereris. Ponamꝰ enim exempli gratia nauigatum fuiſſe à loco c, ad locum l, poſitum inter c & d, ſub data inclinatione anguli a b c, habere autem in prædicta tabula ſegmentum a c, Gr. 72. a d verò Gr. 63. angulum c a d, longitudinis differentiæ inter c & d, Gr. 6. interuallum autem c d, Gr 10. porrò complementum latitudinis loci l, quod quidem eſt



a l, obſeruatione repertum fuerit Gr. 69. Operæpretium igitur erit longitudinis differentiã per ipſam tabulam inuenire inter c & l, necnõ directum interuallum c l. Quod vt efficiamus duorum ſegmentorum a c & a d, differentiam ideſt Gr. 9. primum proportionis terminum ſtatuemus, ſecundus terminus erit differentia longitudinis ipſorum locorum c & d, Gr. nempe 6. tertium terminum ponemus Gr. 3. differẽtiæ duorum ſegmentorum a c & a l. Multiplicabimus itaq; tertium in ſecundum, productum diuidemus per primum, & venient ex partitione Gr. 2. pro differentia longitudinis locorum c & l, interuallum verò c l, eadem arte inueniemus

mus Gr.3.m̃.20.Primus enim terminus atq; tertius iidem erunt, qui in priore operatione, ſed pro ſecundo ponentur Gr.10.quos continet interuallum c d. At ſi exacta ratione vti velis, ſcētiam triangulorum ſphæricorum conſulas quēadmodum ad ipſius tabulæ compoſitionem facere conſueuiſti.

Propoſitis itaq; duobus locis in charta marina poſitis, inter quos longitudinis differentiam inuenire oporteat, poterit id ex nautarum relationibus deprehendi, per doctrinam à nobis traditam. Nam vel ab vno in alterum nauigatum fuit aliquando: vel nemo vnquam ab vno in alterum nauigauit, ſed potius ab vno alio loco in ipſa duo loca. Quod ſi ab vno loco in alterum nauigatum fuit, & vel à Septētrione in Auſtrū, vel è contrario ab Auſtro in Septētrionem, certum eſt eadem duo loca longitudine non differre, ſed ſi alia fuit ea nauigatio, quàm quæ ſub vno meridiano fit, aut ſub vno parallelo, non erit difficile, per ea quæ docuimus ex angulo profectionis & eorundem locorum latitudinibus differentiam longitudinis inuenire. Veruntamē ſi ab vno datorum locorum in alterū nemo vnquam nauigauit, ſed potius à quodam vno tertio loco ad ipſa data loca, vel ab iiſdem ad illū. Inueſtigabimus igitur eadem arte longitudinis differentias inter ipſum tertium locum & duo propoſita loca. Ex eis enim differentia longitudinis duorum datorum locorum in marina charta poſitorum patefiet. Vt autem faciliori negotio complurium locorum longitudinis differentias cognoſcere poſsis, ſumendus erit pro radicali loco cum quo reliqui ſint conferendi vnus ex maritimis aut potius ex inſularibus à continente valde remotis, à quo in complures orbis prouincias ſolitum ſit nauigari. Et ſubiicimus in huiuſmodi operationibus angulos profectionis cognitos eſſe. Nam vel viatorum illud inſtrumentum, quod Hiſpani acum nauticam appellant, mundi cardines rectè oſtendit, & proinde reliquas plagas, vel ſi nutat, vt experientia docuit, quanta ſit à polis mundi in omni loco nutatio in primis eſto comperta.

¶ DE SOLIS DEclinatione. Cap. 4.

IN tabula declinationis Solis qua vtuntur ad latitudinem inueniendam maxima declinatio tranſcendere nō debet gradus 23. m̃. 30. quare opus eſt emēdatione. Præterea errant: quoniam inquirunt in eadem tabula declinationem Solis per diem menſis, gradu Zodiaci in quo eſt ignorato: conſtat autem quòd vera eſſe non poteſt ipſa eorum tabula in plures annos. Non enim fieri poteſt reditus declinationis ad eadem minuta, etiam adhibita æquatione. Conſultius igitur facerent ſi verum locum Solis in primis inuenirent per tabulam ad quatuor annos ſupputatam, quibus finitis vtendum erit æquatione. Deinde verò per locum Solis cognitum declinatio elicienda erit ex tabula declinationum. In ea autem inueſtigatione differentiam meridianorum negligendam cenſemus, niſi ſpatiū ſex horarum ſuperauerit, aut in ijs diebus eam inquirant in quibus inſigni differentia augetur aut minuitur, id eſt circa æquinoctialia puncta. Cæterùm quouis modo Solis declinationē ſupputare velint, eſt in alia re multò maior ambiguitas. Subijcitur enim in ijs tabulis quibꝰ nautæ vtuntur, vndecima die Martij in anno communi noſtra ætate, Solem declinatione carere, quod non valde cōſtare video inter doctos Mathematicos. Nam qui octauam ſphæram ponūt motu trepidationis moueri, cum tabula motus Solis ſit conſtructa ad Eclipticam primi mobilis cuius initium eſt immobilis ſectio, neceſſariò concedent (velut Georgius Purbachius infert) Solem in initio Arietis & Libræ conſtitutum, ab æquinoctiali primi mobilis ſæpiſsime declinare, & proinde in initio Cancri non maximam habere declinationem, quod tamen negare debent qui eum trepidationis motum recipere nolunt. Huiuſmodi autem difficultas facilè diſſolui poſſet, ſi apud Solſtitium æſtiuū minimam Solis diſtantiā à vertice obſeruaremus: præterea in eodem loco maximam remotionē circa Hybernum, vt nota relinquatur inter tropicos exacta diſtātia. Cuius dimidium quæ maxima eſt declinatio ſi auferatur à maxima Solis altitudine, nota relinquetur altitudo æquinoctialis ſupra horizontem eius loci in quo facta fuerit huiuſmodi obſeruatio, qua cognita facilè quidem poteris intelligere quo nam die Sol declinatione careat. Exiſtimo verò ſi circa æqui no-

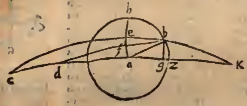
noctiorum tempora meridianam Solis altitudinem obſeruaueris, idq; tamdiu feceris, donec ea æqualis inueniatur altitudini æquinoctialis ſupra horizontem, dubium non erit, quin Sol in ipſa die declinatione careat: inuento igitur verò loco ipſius ad eandem diẽ, ipſe gradus eclipticæ primi mobilis in quo Sol noſtra ætate declinatione caret, cognitus erit. At facilioris doctrinæ gratia vernalem ſectionem eclipticæ octauæ ſphæræ principium Arietis appellabimus, à quo veri loci Solis ſupputatio pro ipſius declinatione inuenienda noſtra hac tempeſtate initium ſumat. His igitur ſuppoſitis locorum latitudines ex altitudine meridiana & Solis declinatione vere concludi poterunt. Quas quidẽ obſeruationes non minus deberent facere qui prædictum motum trepidationis ponũt, quam qui eum in natura eſſe negant. Vtriq; enim tabulis & calculo Alphonſi regis vtuntur ad verum locum Solis & Lunæ, & planetarum quolibet die inueniendum. Qui certè computus adeò exactus eſſe non potuit, quin aliquid nota dignum ſit deperditum trecentis his annis qui ad noſtra vſq; tempora fluxerunt. Hæc parum animaduertit vir quidam circa emendationem temporum diligentiſsimus, qui cum ex tabulis Alphõſinis ingreſſum Solis in Arietem noſtro tempore collegiſſet decima die Martij, æquinoctium verò vernale à Iulio Cæſare notatum 25. die eiuſdem menſis, falſam idcirco concluſit anni quantitatem ſuppoſitam ab Alphonſo, quoniam quindecim qui intercidũt dies inter duo verna æquinoctia, compleri non poſſent niſi in annis 2000. Probat autem ſententiam Albaregnij de eadem re, quoniam ipſos 15. dies impleat. At non aduertit Campanum anno natiuitatis Chriſti milleſimo ducenteſimo ſimili prorſus argumento in magno computo improbaſſe ipſam Albaregnij opinionem de æquinoctiorum anticipatione, quoniam ſequeretur ex ea diem Solſtitij hyemalis diẽ natiuitatis Chriſti præceſsiſſe duobus diebus. Præterea non videt ingreſſum Solis in Arietem referri ad ſectionem immobilem in ecliptica primi mobilis, æquinoctium verò vernum ad mobilem ſectionem eclipticæ octauæ ſphæræ. Quare cum eoſdem terminos non accipiat in ea computatione, nihil ex ea concludi poteſt. Sed ſi iam velit nullam eſſe apud Alphonſum ſectionem mobilem, in ꝙ verò tunc æquinoctium vernum accidere cũ per tabulas reperitur in initio Arietis, quanquam ſi habenda eſſet ratio motus trepidationis aliter ſentiendum eſſet: veræ ſunt igitur tabulæ Alphonſi ad oſtendendum æquinoctia, & proindeanni quantitas vera eſt quam eædẽ tabulæ ſubijciunt. Et (quod certiſsimũ putat) fuiſſe Iulij Cæſaris ætate annis videlicet 45. ante Chriſtum vernum æquinoctium 25. die Martij, biſſextili anno, maioris eſt ambiguitatis. Nã ſi Ptolemæo credimus exactiſsima illa obſeruatio autumnalis æquinoctij quam decimo ſeptimo anno Adriani fecit, fuit poſt initium annorum Nabunaſari annis Aegyptijs 879. diebus 66. & horis duabus, fluxerunt autẽ ab ipſo principio regni Nabu. vſque ad initium annorum Chriſti (vt ſcribit Alphonſus) anni Romani 746. & dies 310. Fuit igitur prædictum æquinoctium autumnale anno 132. à Chriſto nato. Interceſſerũt enim anni Romani 131. dies 268. & horę 2. & erat annus ille biſſextilis. Quapropter facta per menſium dies computatione conſequens eſt, accidiſſe ipſum autumnale æquinoctium 24. die Septembris. Cæterùm ſi calculũ ſequaris Georgij Purbachij & Ioannis de monte regio tertio libro Epito. ſequenti die fuiſſe eperies, ideſt 25. eiuſdem menſis. Hi enim à temporis ſpatio quod in tabulis Alphonſi inter Nabunaſarũ & Chriſtum fluxiſſe reperitur, vnam diem detraxerunt, & eandem ei qui inter Chriſtum & prædictum autumnale æquinoctiũ addiderunt, quod quidem congruit cum ijs quæ Georgius Valla ex Ptolem. tradit de ortu & occaſu ſignorum. Nam 25. die Septembris confectum ſcribit autumnale æquinoctium, vernum verò 22. Martij. Ioannes Stoflerus in Calendario idem affirmat. Reperimus tamen in libello quodam de inerrantium ſtellarum ſignificationibus à Nicolao Leonico è Græco tranſlato, quem Ptolemæi dicit eſſe, vernum æquinoctiũ 26. Martij in anno communi. Cui idcirco fides adhibenda non eſt in ea re, quoniam autumnale confici ait 21. die Septembris, quæ cohærere non poſſunt, & obſeruatis repugnant. Oſtenſum fuit enim à Ptolemæo inter vernum æquinoctiũ & autumnale dies eſſe 187. Quare ſi vernale fuit 26. die Martij, oportebat igitur autumnale fieri 29. Septembris, nõ 21. Patet igitur ex ſupradictis quòd anno 132. à Chriſti natiuitate æquinoctiũ vernum fuit, vel 21. vel 22. Martij. Anno igitur conceptionis qui fuit quoq; biſſextilis oportuit eſſe vel 22. vel 23. Et idcirco etiam ſi (vt ait ipſe Ioannes Lucidus) anno domini 1545. verum æquinoctium acciderit decima die Martij, non potuit tamen æquino-

ctio

ſtrorum anticipatio à 45.anno ante Chriſti natalem dies 15.comprehendere. Campanus autem quoniam Thebitij ſententiam amplexus eſt de quantitate anni,& ſtellarum fixarum motu,affirmat in magno computo vernum accidiſſe æquinoctium pridie quàm in vtero virginis Chriſtus redemptor orbis côciperetur: celebrabatur tamē Romæ ipſo conceptionis die, ideſt 25.Martij,iuxta Cæſaris inſtitutum. Nam quoniam Hipparchus & alij Aſtronomi anni quantitatem diffinierant dierum 365.cum quadrante. Cæſar igitur neglectis quadrantibus trium annorum vnum diem adiunxit quarto, quem biſſextilem nominauit,& proinde quatuor illis annis Solem curſum ſuum examuſsim confeciſſe exiſtimauit. Et quoniam obſeruatū fuerat aliquando à vetuſtioribus Aſtronomis vernum æquinoctium quodam menſis Martij die, qui iuxta inſtituti Calendarij formam 8.Cal. Aprilis erat biſſextilis anni, firmam propterea atq; inuariatam ſedē putauit habere. Nō quòd Cæſari præſenti obſeruatione ingreſſus Solis in vernalem ſectionem innotuiſſet. Quod autem dicit Alphonſum Regem Albategnij opus non legiſſe,quia nondum in Latinum trāſlatum eſſet,falſum eſt. Nā Arabicis libris omnino vſus fuit,quibus eo tempore tota Hiſpania plenißima erat,& adiutus mauris quibuſdam Toletanis tabulas cœleſtium motuū conſtruxit. Quin in opere illo magno Hiſpanicè ab eo conſcripto quod in Complutenſi extat Bibliotheca ipſas tabulas quæ circumferuntur poſuit, tabulas etiam Ptolemæi & Albategnij,vt liceret cuiuis quibuſlibet tabulis vti. Sed hæc notiora ſunt, quàm vt à nobis inculcari ſit neceſſe. Similiter ferè labi video complures noſtri tēporis Aſtronomos,qui cum Alphonſinam ſequantur poſitionem de motu ſtellati orbis, ex maxima tamen Solis hac ætate declinatione,& latitudine ſtellæ,atq; eius verò loco per tabulas inuēto declinationem ipſius eliciunt,& viciſsim ex cognita declinatione verum locum inquirūt. Quippe vt intelligant quantum fixa ſydera progreſſa fuerint vel à tēporibus Ptolemæi, vel Alphōſi,vel aliorum ad hæc tempora. Non aduertunt autem retuliſſe Ptolemæum initium motus ſtellarum fixarum ad ſectionem eclipticæ mobilē, quam immobilem tamen putabat. Quapropter ſiue in tabulis Alphonſi ipſorum computus ſectionem mobilem in qua vernū æquinoctiū accidit,initiū ſupputationis faciat, ſiue immobilem,iidem termini non ſeruantur. Cæterùm cōſtat eoſdem authores ſtellarum fixarū motus à ſectione vernali computare, longitudinis angulo ſphærici trianguli conſtituto ad polum eclipticæ octauæ ſphæræ, quemadmodum tabulæ directionum Ioannis de Montetegio ſub iiciunt. Si enim canē maiorem poſueris in ſeptimo gradu m̄18.ſigni Cancri,latitudinē q; Auſtralē habere Gr.39.m̄.10.ſuppoſita igitur maxima Solis declinatione noſtra ætate Gr. 23. m̄.30.quæ eadem eſt Eclipticæ octauæ ſphærę eiuſdem ſtellæ declinationem gradus quindecim habere concludes cum minu. 49.quemadmodum noſter calculus indicauit in libro Crepuſculorum,quantam etiam repetio in vulgata Ephemeride Ioannis Stoflerini. Et proinde motum ſtellarum fixarum non referunt ad initium Arietis primi mobilis, ſed ad ſectionē æquinoctialis & eclipticæ octauæ ſphæræ. Inuenit quidem eadem illa arte Albategnius aſtrorum fixorum motus,ſed prædictum trepidationis motum,ſi is in cœlo eſt ignorauit. Ioannes Vernerus Norimbergēſis duplicem poſuit motus octauæ ſphærę trepidationem,vt quæ obſeruationibus inuenerat,cum ijs quæ reperta fuerant ab Alphonſo,Albategnio,& Ptolemæo,atq; alijs vetuſtioribus Aſtronomis congruerēt. Nouiſsimè autem Nicolaus Copernicus Torinæus aliam rationem commētus eſt vt idem efficeret,ſed quæ reperta fuerāt ab Alphonſo nō commemorat. Vtri eorum adhærendum ſit planè neſcimus. Nam eodem fermè tempore fixa ſydera obſeruarunt,& eandem poſuerunt maximam Solis declinationem,graduum nempe 23. minu.28.ſe.30. Cæterùm vel propter fallaciam inſtrumentorum,vel quia latitudines locorum in quibus ſuas fecerunt obſeruationes,non ſatis fuerunt exploratæ,diſsident ipſi inter ſe. Spicā enim virginis inuenit Vernerus in Gr. 16. mi. 54.Libræ,at Copernicus eadem vſus methodo in Gr.17.minu.14.eiuſdem ſigni,& candē rurſus ſtellam poſt viginti duos annos Hieronymus Cardanus in Italia ait inueniſſe vndecim ab eo factis obſeruationibus in Gr.16.minu. 8. Nos verò interim quamuis aſsiduè aſtrorum faciamus obſeruationes,quoniā talia organa nōdum habemus quibus confidenter vti poſsimus, nil pro certo affirmantes cum Albategnio ſentimus. Scripta Marci Beneuētani ad manus noſtras non peruenerunt, ſed librum de æquinoctijs & Solſtitijs & Apologiam legimus Alberti Pighij,qui nō toties vincit,quoties vincere putat. Et quoniam perſuaſerunt ſibi nonnulli cū

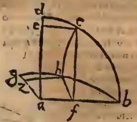
euidenter demonſtraſſe ex Alphonſina poſitione, vernale æquinoctium tẽpeſtate noſtra quinq; dies præcedere introitum Solis in caput Arietis Alphonſinarum tabularum, id ipſum modò operæ pretiũ erit examinare. Conatur imprimis oſtẽdere ſtellarum fixarum motum per tabulas Alphonſi inuentum non conuenire cũ obſeruationibus Ptolemæi, quod Nicolaus Cuſanus primus annotauit: quoniam ſi motũ octauæ ſphæræ inter Ptolemæum & Alphonſum abſtuleris (inquit) à loco ſtellæ cordis Leonis obſeruato ab Alphonſo, relinquẽtur Gr.4.m̃.20. eiuſdem ſigni, quam tamen ſtellam Ptolemæus in Gr.2.m̃.30. inuenit. At quoniam cõputum Alphonſi cenſet exordiri ab initio Arietis primi mobilis in ecliptica fixa, Ptolemæ' verò ſupputationes inchoauit à mobili ſectione eclipticæ octauæ ſphæræ, hoc igitur ſolum cõſequi video, fuiſſe tempore Ptolemæi eandem ſtellã in Gr.4.m̃.20. Leonis eclipticæ fixæ, & proinde ſectionem vernam tunc fuiſſe in primo gradu, minu.50. Arietis. Quapropter multum diſtabãt à coniunctione capita Arietum nonæ ſphæræ, & primi mobilis tẽpore natiuitatis Chriſti, ſectio verò verna nec eſt noſtra ætate, nec fuit multis antea ſæculis in ſigno Piſcium. Et rurſus quædam alia ſequũtur in quibus fortaſſe eſt abſurdum, ſed non id quod infert de motu motui minimè congruente. Quod deinde ait tabularum Alphonſi compoſitores capiti Arietis nonæ aliquem locum determinaſſe, & coniuncta fuiſſe capita Arietis nonæ ſphæræ & primi mobilis, anno dominicæ incarnationis, idq; liquere ex Purbachio, & ex ijs omnibus qui Alphonſum ſubſequuti ſunt, hoc colligere non poſſum ex ipſo Purbachio. Quin manifeſtum eſſe puto quouis loco caput nonæ intelligamus eſſe, ſtellarum fixarum motus nihilominus computari poſſe, & propterea nullam eius rei mentionem in tabulis factã fuiſſe. Declinationẽ verò eclipticæ fixæ quæ quidem ignota eſt, cognitam ſibi ſumit Gr.23.minu.51. at minorem eam inferius conſtituit. Quare cum ex his atq; alijs non minus dubijs hypotheſibus de interſectione duarum eclipticarum, in quo à Purbachio recedit, vernalem ſectionem concluſerit ex Alphonſina poſitione eo tempore fuiſſe in initio 26. Gr. Piſcium, non fuit igitur ab eodem id quod contendebat demõſtratum. In ijs autem quæ ratiocinãdo colligit, in Geometricis apparet non ſatis exercitatus. Putat enim in ſphæricis triangulis non eandem ſeruari rationem inter ſinus rectos angulorum & oppoſitorum laterum, niſi eadem oppoſita latera ſimul ſumpta ſemicirculo minora fuerint. Adhæc cum ſibi propoſuiſſet demonſtratione inuenire quãtus fuit arcus Aequatoris inter duas ſectiones eclipticarum, anno à partu virgineo 16. videlicet capite Arietis octauæ in ſummitate parui circuli conſtituto, angulos duarum eclipticarum cum æquinoctiali æquales inuicem ſuppoſuit in ea ſupputatione, graduum videlicet 23.minu.51. prædictũq; arcum elicuit graduum 21.minu.10. ferè. At nõ videt ſequi ex eo duo latera concepti trianguli quæ angulum continẽt eidem arcui oppoſitum ſimul iuncta vni ſemicirculo æqualia eſſe, quæ tamẽ ſemicirculo minora eſſe cõcluſerat, quod non ſemel tantum facit. Nam inquirit deinde declinationem capitis Arietis eclipticæ octauæ ad annum 263. à Chriſti natiuitate, ſuppoſita declinatione fixæ Gr.23.minu.51. Rurſus verò ex inuenta declinatione per tabulam declinationum Ptolemæi, quæ eandem ſupponit eclipticæ obliquitatem, arcum eclipticæ ipſius octauæ inueſtigat inter idem punctum & mobilem ſectionem. Sic igitur æquales facit duos angulos eclipticarum cum æquinoctiali, & proinde duo latera trianguli coniuncta vni ſemicirculo æqualia erunt, quæ minora antea demonſtrauerat. In eodem errore fuit Orontius Finæus, qui quum canone 16. ſecundi libri de calculo motuum cœleſtium, diſtantiam inuenire propoſuiſſet vernalis ſectionis eclipticæ mobilis à ſectione eclipticæ fixæ, ex vero loco & latitudine capitis Arietis cognitis ipſius eclipticæ mobilis, declinationem eiuſdem capitis inquirit, per 2. Problema tabulæ directionum Ioãnis de Monteregio. Deinde verò ex inuenta declinatione reſpondentem arcum eiuſdem eclipticæ mobilis inuenire iubet, per ingreſſum arealem in tabulam declinationis Solis. At quoniã ipſæ tabulæ declinationum ad vnius tantum eclipticæ obliquitatem conſtructæ ſunt, graduũ videlicet 23.minu.30. æquales igitur videtur ſupponere eclipticarum obliquitates, angulum nẽpe d b c, obliquitatis eclipticæ fixæ æqualem eſſe putat angulo f a c, obliquitatis eclipticæ mobilis, exteriorem interiori in deſcripta ab eo figura. Ex quo infertur duos eclipticarum arcus qui ab ipſis ſectionibus a & b ſunt, vſque ad concurſum occidentalem, vni ſemicirculo æquales eſſe, quod eſt impoſſibile. Partes enim ſunt duorum quadrantum, qui ad eum maximum circulum terminantur, qui per eclipticarum polos venit.

venit. Negat autē Albertus latitudinem regio nis aliter cognoſci poſſe quàm per locum Solis, aut eius declinationem, & propterea ex altitudine Solis meridiana ignorato loco Solis tempus vernalis æquinoctij cognoſci nō poſſe, quē admodum Marcus Beneuentan⁹ aſſerebat. Sed certè nullus modus aptior eſſe poteſt ad æquinoctia cognoſcenda. Nam ex maxima & minima altitudine Solis quæ in regione inuenitur, diſtantia cognoſcitur inter duos tropicos, cuius dimidiū ſi auferatur à maxima, vel addatur minimæ, altitudinem cognoſces Aequatoris ſupra horizontē, quæ complementum exiſtit latitudinis regionis. Quapropter cum Sol tantam habuerit meridianā altitudinem ſupra horizōtem, in æquinoctiali circulo eſſe concludes. Ita in tertio libro Epito. Ioannes de Monte regio æquinoctia obſeruare iubet. Demonſtratio porrò quam idem Albertus attulit ex Marco Beneuentano, ad oſtendendum æquationem motus octauæ ſphæræ in ipſis Alphonſi tabulis ſcriptas, arcus eſſe eclipticæ octauæ, certiſsima eſt, ſi modò theoricam eiuſdem motus velut tradita eſt à Purbachio intelligamus, maximum nempe circulum per polos duarum eclipticarum venien tem per caput Arietis nonæ tranſire ſemper. Idem demōſtrauit Vernerus in libro de motu octauæ ſphæræ, & annotatum fuit à Ioanne de Monte regio problemate. 62. tabulæ primi mobilis. putat tamen Albertus eclipticarum polos & caput Arietis octauæ in eodem circulo magno ſemper eſſe, idq; ſtatim apparere ſi vna ſphæra intra aliam incluſa, caput Arietis octauæ in paruo circulo circunducatur: & ita infringi exiſtimat Marci demonſtrationem. Cæterùm ipſo eodem inſtrumento omnia accidentia oſtendi poterunt, quæ iuxta Purbachij expoſitionem hūc acceſſus & receſſus motum conſequuntur, & alia rurſus quæ cum neutra conueniant poſitione. Si enim octauam ſphæram ita moueri intellexeris vt ſemper ei⁹ ecliptica paruū circulū cōtingat, in ipſo initio Arietis quod circa eundē paruum circulum circumuoluitur, atq; non ſolum cum idem Arietis initium in pūcto Borealiſsimo, aut Auſtraliſsimo fuerit collocatum, aliam intueberis figuram motus, quæ cum neutra poſitione conueniat. Sed ſi interea dum caput Arietis octauæ in paruo circulo circūducitur, eclipticā octauæ eclipticā nonæ interſecare cogas, in initijs Cancri & Capricorni eiuſdē octauæ, tranſibit vtiq; vnus atq; idem maxim⁹ circulus per caput Arietis octauæ & eclipticarum polos, & ea habebitur figura motus, quæ tradita eſt ab Alberto. At ſi facta fuerit interſectio in initijs Cancri & Capricorni nonæ, erūt ſemper eclipticarū poli in maximo circulo per initiū Arietis nonæ veniente, quemadmodum traditum eſt à Purbachio. Cuius theorica motus acceſſus & receſſus ſtellati orbis ipſis tabulis magis conueniens videtur. Eſto enim in ſubiecto ſchemate a, caput Arietis eclipticæ nonæ b, caput Arietis octauæ, quod in primo quadrante parui circuli poſitum intelligatur, h. punctū Borealiſsimum in eodem. Sitq; in ecliptica nonæ c, initium Capricorni, K verò Cancri. Veniat autem maximus circulus per b & c, arcum a h, interſecans in e. Erit igitur ex Theodoſij demōſtrationibus libro 1. de ſphæris arcus b c, quadrāte maior, & anguli ad punctū e, erecti. Quapropter ex theorica Purbachij ecliptica octauæ poſitionem habebit b e c. Deſcendat autem à puncto b arc⁹ maximi circuli b g, ad rectos angulos ſuper eclipticā nonæ, ſitq; d g, quadrās, & per ipſa pūcta b & d, maximus veniat circul⁹ arcū a h interſecās in f. Quadrās igitur erit arcus b d, & angulus d b g rectus erit, & proinde ſecundum Alberti imaginationem ecliptica octauæ poſi-

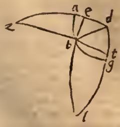


tionem habebit b f d. Cum enim caput Arietis fuerit in b, erit caput Capricorni in d. Aequatio igitur quæ in tabulis arcui b h reſpōdet, vel eſt b e, vel eſt b f, vel deniq; eſt a g: manifeſtū eſt autē Abacū Alphonſinū cōuenire cū quātitate arcus b e, cæteri duo maiores ſunt, Angul⁹ enim b f e, acutus eſt, & idcirco maior erit b f ipſo b e, angulus etiā g b K acut⁹ eſt: & propterea minor erit g K ipſo b K, quibus detractis à quadrātib⁹ a K & e K, minor relinquetur b e quā a g. Et proinde poſitio eclipticæ b e c ex Purbachij traditione, magis cōuenit cū tabulis Alphōſi, quàm poſitio eclipticæ b f d, quā Albertus commētus eſt.

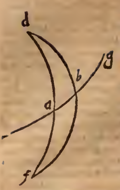
In eotamen Purbachius ab Alphonſo receſsit, quoniam arcum a g, æquationem poſuit, quæ in tabulis ſcripta eſt, cum ſit potius b e, neque id putamus eum ignotaſſe. Sed fortaſſe, animaduertit veram æquationem motus octauæ ſphæræ arcũ eſſe eclipticæ nonæ, quippe in qua medius motus augium & ſtellarum fixarum computatur, differentiam verò illius ab arcu eclipticæ octauæ perexiguam eſſe, tabularum porò compoſitores æquationes idcirco ſuppuraſſe in ipſa ecliptica octauæ, quia minori opera ad facere potuerunt. Eſt enim ſicut ſinus torus ad ſinũ rectum anguli b a e, medium motum ſubtendẽtis: ſic ſinus rectus arcus a b, ad ſinum rectum arcus b e. Quapropter ſinum rectum arcus a b, nouem videlicet graduum perducemus in ſinum rectum arcus anguli medij motus acceſſus & receſſus, à producto verò reijciemus quinq; vltimis Ziphras, ſi tabula vtamur ſemidiametrum ſupponente partium æqualium 100000. & veniet in quotiente ſinus rectus arcus b e. Per tabulam igitur ſinuum rectorum arcus ipſe b e, cognitus erit. Hac profectò arte prædicta æquationum tabula cõpoſita fuit, ex qua elicere poteris quãtus ſit arcus b g, latitudinis capitis Arietis octauæ. Enimuerò ſi intelligas punctum h, Borealiſsimum eſſe, & z Oriẽtale: erit igitur arcus b e, æquatio h b ſed b g, latitudo puncti b. Contra verò ſi conceperis h, punctum Orientale, & z Borealiſsimum, erit b g, æquatio arcus b z & b e, latitudo eiuſdem puncti b. Quando igitur h, punctum ſupponitur Borealiſsimum, tabulam æquationis ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, ideſt cum quadrantis complemento, & æquatio ei reſpondens erit latitudo puncti b. Hęc autem regula inſeruire nõ poterit ijs qui octauæ ſphæræ æquationes arcus eclipticæ nonæ definiũt, ſed ea nihilominus vſus eſt Albertus Pighius. Cuius lapſum ſtatim intelliges, ſi punctum b, caput Arietis octauæ in medio quadrantis poſueris, inter h & z. Aequales igitur erunt h b & b z: eſt autem arcus a g, in tabulis (vt ipſe putat) æquatio arc⁹ h b. Si igitur tabulam æquationum ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, æquationem offendes a g, & proinde arcus b g, latitudo puncti b æqualis erit a g ſecundum Albertum. At inæquales eſſe ex eo concludes, quoniam in omni ſphærico triangulo ex arcubus maximorum circulorum conſtituto tres eius anguli duobus rectis ſunt maiores. Angulus verò g, trianguli a g b, rectus eſt, & g a b, recti dimidium: reliquus igitur a b g, maior erit dimidiò vnius recti, & idcirco a g, maior ipſo b g, non ſunt igitur æquales. Ipſam verò quam attulit Marci demonſtrationem non ſatis intellexiſſe, ex eo apparet, quòd ſinum rectum illius arcus eclipticæ nonæ qui æquatio eſt ſecundum Purbachium in tabulis Alphonſi, æqualem putat eſſe ſinui recto argumenti motus octauæ ſphæræ. At idẽ ſinus argumenti ſinus rectus eſt illius arcus quẽ Beneuentanus æquationem cenſet eſſe in eiſdem tabulis: æquales igitur erunt inter ſe ipſi ſinus æquationum Beneuentani & Purbachij. Et quoniam vterq; arcus minor eſt quadrante, æquales igitur erunt ipſi arcus, qui tamen inæquales oſtenſi ſunt ſupradicta illa Beneuentani demonſtratione. Albertus autem deceptus fuit ob Geometriæ imperitiam. In quadrante enim parui circuli a b c d, cuius centrum a, polus g, ſit (inquit) d, punctum latitudinis Septentrionalis, a f b, ſemidiameter ſinus rectus arcus b h g, nouem graduum eclipticæ fixæ. Capite igitur Arietis octauæ poſito in c erit c d, argumentum motus octauæ ſphæræ, cuius ſinus c e, perpendicularis eſt ad ſemidiametrum a e d. Aequidiſtans igitur e c ſemidiametro a f b. Præterea c f ſinus arcus b c, perpendicularis eſt ad ſemidiametrũ a f b. Quapropter quadrilaterum a e c f, parallelogramũ eſt, atq; rectãgulũ, & a f æqualis c e, ſinus autem c f, ſinus etiam rectus eſt arcus c h, circuli magni per polos eclipticę fixę & caput Arietis octauę traieũtis, quę eſt latitudo capitis Arietis octauę ab ecliptica fixa. Hactẽ⁹ vera ſumit Albert⁹, & recte ſyllogiſat ſed quę ſequũtur inſpiciam⁹. Quapropter a pũcto (inquit) h, eclipticæ fixæ per quẽ trãſit arcus circuli prędicti, ad punctũ f deſcẽdens recta h f, perpendicularis eſt tam ad c f quàm ad a f, lineas rectas. Ita enim exiſtimat. Et quoniã recta a g, veniẽs à polo g in centrum a, perpendicularis eſt etiã ad a f, æquidiſtantes igitur concludit eſſe a g & f h. Recta autem a f, æquidiſtans eſt h z, ſinui recto arcus g h. Quapropter cõſequens eſt parallelogramum eſſe a z h f, æqualem itaq; conclu dit



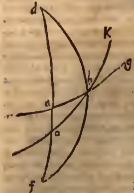
dit h z ipſi a f, & proinde æquales eſſe inter ſe ſinus h z & c e, per communem ſententiam. Cæterùm in eo fallitur Albertus, quoniã putat h f, perpendicularem eſſe ad a f, aut æquidiſtantem rectæ a g. Ipſa enim recta linea h f, in cõmuni exiſtit ſectione plani maximi circuli c h, & plani eclipticæ g h b. ea igitur in rectũ producta ꝑ ſphæræ centrum tranſibit. Eodem modo quia recta linea a g, in cõmuni eſt ſectione plani eclipticæ, & maximi circuli venientis per d & g, vel quia centrum parui circuli cũ eiuſdem polo connectit, in rectum idcirco producta tranſibit per ipſum ſphæræ centrum. Concurrũt igitur f h & a g, in eodem centro, & propterea non ſunt æquidiſtãtes, neq; angulus a f h, rectus eſt, ſed potius obtuſus æqualis quidẽ vni recto qui ad a, vnà cum vno acuto qui ad centrum ſphæræ ob concurſum duarum a g & f h, arcum ſubtendit g h. Sinus itaq; h z, maior oſtenditur quàm a f, & idcirco maior quàm c e, & propterea æquatio in ecliptica nonæ maior quàm in ecliptica octauæ, quemadmodum à Beneuentano fuerat demonſtratum. Intellexit autem Albertus ſinum æquationis ab Alphonſo deſignatæ ſinum eſſe illius argumenti cui eſt reſpondens, ſed ſinum æquationis à Purbachio definitæ ſinui argumenti æqualem eſſe putauit. Sed ſiue ad eclipticam nonæ, ſiue ad eclipticam octauæ æquationes ſupputes, exiguiſsimam reperies differentiam, & quæ forraſſe vnum integrum minutum nunquam ſuperet. Cauſa eſt quòd ſicut ſinus rectus arcus d e, æquationis nẽpe conceptæ in fixa ecliptica ad ſinum arcus b t, æquationis in ecliptica octauæ (vtamur enim ſchemate quod ex Marco attulit Albertus) ita ſinus totus ad ſinum arcus b l, complemẽti videlicet latitudinis capitis Arietis octauæ. At hæc ratio minor eſt ſemper ea quã ſinus totus habet ad ſinum graduum 81. quæ tamen per exigua eſt, maior eſt enim b l quàm l g. Cæterùm ſi libeat ad eclipticam fixam ſupputare, ex argumẽto b g, cognoſces arcum a b, qui relinquitur ex quadrã te, cũ quo



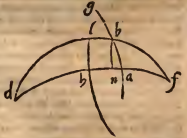
ſi ingrediaris tabulam æquationis Alphonſi, cognoſces arcum b e, latitudinis capitis Arietis octauæ. Deinde ſinum rectum graduum 81. multiplicabis in ſinum totum adiectione quinq; Ziphrarum, ſi tabula veteris ſemidiametrum ſupponente partium 300000. productum diuidas per ſinum arcus b l, videlicet complementi latitudinis b, & veniet in quotienre ſinus rectus cõplementi arcus d e. ipſe igitur d e, innoreſcet. Huius operationis demonſtratio eſt, ꝙ in ſphærico triangulo b d e, quoniam angulus b e d rect⁹ eſt, & vnum quodq; latus quadrante minus, erit igitur ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum complementi arcus b e: ſic ſinus complementi d e, ad ſinum complementi arcus b d. Quapropter ſi quod fit ex ductu primi in quartum, diuidatur per ſecũdum, prodibit ex partitione tertium, ſinus videlicet rectus complementi arcus d e, arcus igitur per tabulam ſinuum rectorum cognitus erit, & d e, qui relinquitur ex quadrante notus etiam erit. Declinationem verò eclipticæ fixæ conſtituit idem Albertus gradnum 22. min. 45. hoc videlicet argumento. Suppoſita eiuſdẽ fixæ declinatione graduũ 23. m̃. 51. multis ac varijs argumentationibus mobilis eclipricæ declinationem colligit ad annum 1519. graduũ 24. minu. 36. Tum verò ad hunc modum ratiocinatur. Qualium partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. talium oſtenditur declinatio mobilis prædicto anno 24. minu. 36. ergo qualium partium fuit declinario mobilis 23. minu. 28. taliũ eſt declinario fixæ 22. mi. 45. per decimam ſextam ſexti Euclidis, adiutorio tabulę ſinus recti. Fuit autem eodem tempore declinatio mobilis Gr. 23. minn. 28. Declinatio igitur fixæ gradus continet 22. minu. 45. At in priori ſyllogiſmo duo ſumit quæ ab eo non ſunt demonſtrata, cõiuncta nempe fuiſſe capita Arietum octanæ & nonæ ſphæræ tempore natiuitatis Chriſti, & aliam eſſe figuram motus octauæ ſphæræ ſecundum Alphonſum, quàm quæ tradita eſt à Purbachio. Præterea in ipſo eodem ſyllogiſmo ipſam mobilis eclipticæ declinationem, quæ ignota propoſita eſt, cognitam ſibi ſumit graduum 23. minu. 30. tantam enim habet tabula declinationum Ioannis de Monteregio, & proinde errat. Poſterior verò ſyllogiſmus Sophiſticus eſt. Illa enim decimaſexta ſexti Euclidis arcubus angulorum trianguli accommodari non poteſt. Nam ſi ad annum 1519. talem concipias ſphæræ conſtitutionem, qualem ab eo deſcripta figuratio repræſentat, vt ſit



f b d, ſemicliptica fixa: ſ a d mobilis, arcus æquinoctia lis a b g, iteiſecet mobilem in a, fixam in b. Angulus igitur d, per tabulas Alphonſi cognit⁹ erit, latus etiam b d, per ea quæ idem Albertus ſupponit, patefiet. Iam igitur ſi angulus d b g, declinationis eclipticæ fixæ cognit⁹ ſubijciatur, reliqua latera trianguli a b d, cum reliquis angulis innoteſcent, & omnino datum erit ipſum triangulum. Quapropter ſi ſeruato angulo d, cum latere b d, angulum declinationis fixæ minorem poſueris ipſo d b g, minorem quoq; fieri angulum declinationis mobilis neceſſe eſt. Aequinoctialis verò aliã habebit poſitionem c b k, & aliud habebitur triangulum c b d. Quod ſi ꝓportionales ſunt quatuor angulorum arcus, ſicut arcus anguli d b g, declinationis fixæ, ad arcũ anguli d a b, declinatiõis mobilis, in priori habitudine, ſic in poſteriori arcus anguli d b K, fixæ ad arcum anguli d c b mobilis, tribus horum cognitis quart⁹ arcus innoteſcet, per ipſam decimam ſextam ſexti. Cæterùm prædictos arcus proportionales eſſe, ex eadem decima ſexta oſtẽdi non poteſt. Perperam igitur ratiocinatur Albertus in differentibus angulis duorum triangulorum qualiũ partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. taliũ declinatio mobilis inuẽta eſt anno 1519. 24. m̃. 36. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m̃. 28. talium eſt declinatio fixæ 22. minu. 45. per decimam ſextam ſexti. Tabula autem ſinus recti nulli vſui eſſe poteſt ad id inferendum, quia impoſsibile eſt eorundem angulorum ſinus rectos proportionales eſſe. Eſt enim ſicut ſinus rectus anguli d b g, declinationis fixæ ad ſinũ anguli d a b, declinationis mobilis in priori habitudine: ſic ſinus a d ad ſinum b d, rurſus in poſteriori ſicut ſinus anguli d b K, declinationis fixę ad ſinum anguli d c b, declinationis mobilis, ſic ſinus c d ad ſinum b d. Maiorem autem rationẽ habet ſinus a d ad ſinum b d, quàm ſinus c d ad eundem b d, quia cum vterq; ipſorum arcuum a d & c d, ſit maior quadrante, maior erit ſinus a d, quàm ſinus c d, & propterea maiorem rationem habebit ſinus anguli d b g, ad ſinum anguli d a b, quàm ſinus anguli d b k, ad ſinum anguli d c b, non ſunt igitur proportionales. Iam verò ſi nulla facta mutatione in ipſo triangulo a b d, velit Albertus ad hũc modum ratiocinari, angulo d b g. gradus habente 23. minu. 51. erit angulus d a b Gr. 24. minu. 36. Igitur ſi nulla mutatione facta in lateribus & angulis, idem angulus d a b, concipiatur Gr. 23. m̃. 28. ipſe primus angulus d b g, intelligetur Gr. 22. minu. 45. præter manifeſtum impoſsibile, quod eiuſmodi argumentatio includit, aliud ſequitur abſurdum, nempe ipſos quatuor angulorum proportionales arcus, ſinus rectos proportionales habere, in ea quidem ratione quæ inter ſinus a d & b d. Oppoſitum tamen eadem tabula ſinuum rectorum oſtendit. Præterea cur nõ licebit ſimiliter argumẽtari de duobus angulis interioribus eiuſdem trianguli? Qualium videlicet partium ponitur angulus a b d, 156. min. 9. is enim relinquitur detracto ex duob⁹ rectis angulo declinationis fixæ, talium inuentus eſt anno 1519. angulus d a b, declinationis eclipticæ mobilis 24. m̃. 36. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m̃. 28, talium eſt ipſe angulus a b d, 148. minu. 57. per ipſam decimam ſextam ſexti Euclidis. Sed angulus declinationis eclipticæ mobilis erat Gr. 23. min. 28. ex obſeruationibus Purbachij. Ergo angulus a b d, graduum eſt 148. minu 57. Et proinde declinatio fixæ gradus continet 31. minu. 3. quam ſimili argumento concludit Gr. 22. minu. 45. Igitur contradictio. Ipſum verò Alberti Sophiſma tum planè diſſolutum erit, & fallacia argumentationis aperta, cum eius ſenſus apertus fuerit, qui certè hic eſt. Si arcus declinationis eclipticæ fixæ gradus habet 23. mi. 51. fuit igitur arcus declinationis eclipticæ mobilis anno 1519. graduum 24. min. 36. Quapropter

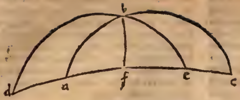


ter diuiſo hoc arcu declinationis eclipticæ mõbilis in partes aliquanto maiores, & idcirco pauciores. vt ſunt videlicet 23. cum 28. ſexageſimis vnius partis, erũt in arcu declinationis fixæ earundem partium viginti duæ cum ſexageſimis 45. per commune documentum numerorũ proportionaliũ. Hoc quidem rectè infertur ex ijs quæ poſita ſunt. Sed quod ait vlterius, minorẽ repertam fuiſſe declinationem eclipticæ mobilis, quia graduum 23. minu. 28. & ideo declinationem fixæ gradus tantum habere 22. cũ min. 45. hoc cõcludi nõ poteſt ex prædictis, ſed partium eſſe 22. cum ſexageſimis 45. quæ tamen partes paulo maiores ſunt quàm gradus. Quòd ſi anno 1519. inuenta fuit declinatio eclipticæ mobilis Gr. 23. minu. 28. illud ſolum concludere poterat, non eſſe declinationem fixæ Gr. 23. minu. 51. Cuius quidem quantitatem facile eſt inuenire ex eis quæ ſuppoſuit idem Albertus. Nam ſi in ſupradicta figura à puncto b, ducatur arcus circuli maximi b n, ad rectos angulos in a d. In triangulo igitur rectangulo b n f, latus b f, cognitum erit. Ex quadrante enim l f, ſub tracto arcu b l, graduum 19. minu. 56. quemadmodum per tabulas Alphonſi ſupputauit Albertus ad annum 1519. notus relinquetur b f. Angulus

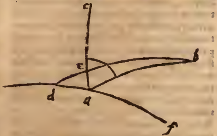


etiam f, cognitus eſt, quia arcus h l latitudo capitis Arietis ipſas ſemiclipticas per æqualia diuidit ſecundum eundem Albertũ, eſtque 1. Gr. 59. minu. latus igitur b n, vnico ſyllogiſmo innoteſcet. Deinde verò ex complemento ipſius b n, & complemento anguli f, angulus f b n, patefiet. Eodem prorſus modo ex eodem complemento lateris b n, & complemento anguli n a b declinationis eclipticæ mobilis cognitæ, Gr. videlicet 23. min. 28. angulus n b a, cognitus erit, quem ſubtrahemus ex angulo f b n cognito, & angulus a b f, declinationis eclipticæ fixæ notus relinquetur ad memoratum annum, graduũ videlicet 22. min. 44. quæ quidem fixæ declinatio proxime (fateor) accedit ad eam quam inuenit Albertus, ſed certioribus ſyllogiſmis inuẽta eſt. Poſito autem tempore Ptolemæi arcu b l, (vt ipſe cenſet) Gr. 2. minu. 2. Arietis primi mobilis, ipſo verò arcu h l, latitudinis capitis Arietis octauæ Gr. 8. min. 56. ſe. 28. erit arcus b f, qui relinquitur ex quadrante Gr. 87. minu. 58. & erit angulus f, Gr. 8. min. 56. ſe. 28. Angulus porrò n a b, declinationis octauæ erat eodem tempore Gr. 23. minu. 51. ſe. 20. Angulus igitur a b f declinationis eclipticæ fixæ ſimilibus ſyllogiſmis reperietur Gr. 21. minu. 51. ſe. 40. qui antea à nobis inuentus fuit eadem methodo Gr. 22. min. 44. ab Alberto autem Gr. 22. minu. 45. Et quoniam non eſt maior fides adhibenda obſeruationibus Purbachij, quàm Ptolemæi, in inueſtigatione maximæ Solis declinationis: palam igitur eſt temerè Albertum in narratione Alphonſinæ poſitionis de motu octauæ ſphæræ, declinationem eclipticæ fixæ poſuiſſe graduũ 22. minu. 45. Non enim minus ſequitur ad eas quas accepit hypotheſes de conuentu capitis Arietis nonæ & decimæ ſphæræ anno dominicæ incarnationis, ipſam declinationẽ fixæ graduum eſſe 21. min. 51. ſe. 40. quam graduum 22. min. 44. aut 45. Beneuentanus verò qui (vt Albertus ait) declinationem eclipticæ fixæ tantã eſſe putat, quantam inuenit Ptolemæus mobilis eclipticæ declinationem, caput autem Arietis nonæ poſuit anno 1519. in 28. Gr. 8. min. Piſcium: ſecum ipſe apertè pugnat: quemadmodũ mox oſtendemus. Eſto enim a b c, ſemicliptica Borealis primi mobilis æquinoctialem interſecans in puncto a. Arietis initio, & in c initio Libræ. Semicliptica item Borealis octauæ ſphæræ, tẽpore Ptolemæi ideſt annis 140. poſt Chriſtum redemptorem natum, poſitionem habuerit d b e: ſectio igitur vernalis fuit d, autumnalis verò e. Angulus d b a, gradus habuit 8. min. circiter 56. tanta enim fuit eodem tempore latitudo capitis Arietis octauæ, qua inſenſibiliter maior erat arcus ipſius anguli d b a, ſemiclipticas inter b, & oppoſitum punctum per medium ſecans. Angulus igitur a b e, relinquitur Gr. 171. minu. 4. Et quoniam ſecundum Marcum Beneuenta. æquales erant inter ſe duo anguli b d e, & b a e. angulus autem b e a ipſi b d e eſt æqualis: æquales igitur erunt inter ſe per communem ſententiam duo anguli b a e, b e a. Arcus porrò circuli maximi b f, ad rectos

inci



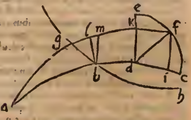
Incidat angulos in æquinoctialem ſuper punčto f: duo igitur anguli a b f, e b f, æquales inuicem erunt. Quapropter angulus a b f, graduum erit 85. minu. 32. Angulus verò b a f, ex ſupradičta hypotheſi Beneuentani, Gr. habet 23. min. 51. ſe. 20. quantam inuenit Ptolemæus maximã Solis declinationem: eius igitur complementũ gradus habebit 66. minu. 8. ſe. 40. Et quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum complementi lateris b f: ſic ſinus anguli a b f, ad ſinum complementi anguli b a f: per documentum igitur numerorum proportionalium & tabulam ſinus recti cõplementum arcus b f, graduum inuenitur 66. minu. 32. ſe. 30. Igitur arcus ipſe b f, Gr. 23. minu. 27. ſe. 30. Ex cognito autem latere b f, & ei oppoſito angulo b a f, ſinu toto interueniente, ſinus lateris a b, per ipſum commune documẽtum numerorum proportionalium innoteſcet, partium videlicet 98430. vbi ſemidiameter ſubijcitur 100000. Minus eſt autem quadrante ipſum a b quia a f quadrante minus eſt, ſimiliter & b f, quadrante minus. Per tabulam igitur ſinus recti ipſe arcus a b, graduum inuenitur 79. minu. 50. Eſt autem initium Cancri eclipticæ nonæ in punčto b, communi eius interſečtione atq; d b eclipticæ očtauæ: caput igitur Arietis eiuſdem nonæ erat tempore Ptolemæi ante a, initium Arietis primi mobilis gradibus 10. minu. 10. id eſt in Gr. 19. minu. 50. Piſcium. Et quia motus nonæ ab anno 140. ad annum 1519. eſt Gr. 10. minu. ferè 8. fuit igitur ipſo anno 1519. caput Arietis nonæ in Gr. 29. minu. ferè 58. eiuſdem ſigni, duobus tantum minu. ante caput Arietis primi mobilis. Et proinde non in Gr. 28. minu. 8. Piſcium, quod Albertus ait, Maecum Beneuentanum aſſeruiſſe. Sed nec ſine abſurdo dicere poterat, caput Arietis nonæ prædičto anno 1519. duobus minutis fuiſſe ante caput Arietis primi mobilis. Nam conſequens eſt, vt deinde poſt paucos annos ipſa duo capita Arietis coniunčta fuerint. Quapropter ea tunc fuit ſphærarum conſtitutio, vt poſito a, Arietis initio ipſarum eclipticarum nonæ atq; primi mobilis & a b quadrante, circuloq; maximo a c, per polos eclipticæ očtauæ, & primi mobilis veniente, ipſam igitur očtauæ eclipticam poſitionem oportuit habere d e b. Vt ſit punčtum d, in quo æquinočtialem ſecat



d a f. punčtum verò e vbi interſecat a c. Quadrans igitur eſt e b, & idcirco duo latera a b & d b, trianguli a b d, ſemicirculo maiora ſunt. Et propterea angulus b d a, declinationis eclipticæ očtauæ maior quàm b a f, declinationis fixæ. Et idcirco ſi ipſe Beneuentanus declinationem fixæ poſuit Gr. 23. minu. 51. maior igitur fuit declinatio očtauæ in eo tempore quàm Gr. 23. minu. 51. Quod quidem obſeruatis repugnat. Albertus porrò in eo magis culpandus eſt. quòd etiam ſi ea illi concedantur quæ ante demonſtrationem aſſumpſit de conuentu capitum Arietis, & figura motus očtauæ ſphæræ, nondum tamen potuit quod in Apologia, & decima propoſitione libri de æquinočtijs contendebat demonſtratione inuenire, quantus videlicet arcus eclipticæ očtauæ intercipitur inter punčtum vernalis æquinočtij & punčtum ipſius eclipticæ očtauæ, quod eſt cum capite Arietis primi mobilis in eadem longitudine. Et propterea in exemplo ſaltem idipſum modo, & quædam alia, firmiſsima atq; clariſsima demonſtratione oſtendemus. Ecliptica primi mobilis a b c, eclipticam očtauæ a g f, ſecet in a caput Arietis nonæ eſto d, quadrans parui circuli e c, caput Arietis očtauæ f, eiuſq; latitudo f i, anno 1465. à Chriſti natiuitate, quando Sol per tabulas inueniebatur in initio Arietis. Arcus verò e d, arcum a f, in pũčto K interſecet, & æquinočtialis g b h, eclipticam očtauæ ſecet in g, eclipticam autem primi

mi

mi mobilis in b. Quapropter ſi figuram motus trepidationis teneamus quam Albertus tradidit, a f & a i quadrantes erunt. Et quoniam tempore natiuitatis Chriſti b & d, puncta coniuncta fuerunt, vt Albertus ipſe putat, arcus igitur b d, numeratione cognitus erit. Arcus etiam e f, motus acceſſus & receſſus cognitus, igitur arcū d i, quem æquationem appellat, cognitum reddemus, vel loco illius æquationem ex tabulis



ſumentes debitam ipſi e f, vel in triangulo ſphærico d f i ex d f, & angulo f d i, notum facientes eundem arcum d i. Et propterea arcus b i, quem augem communem dicunt eſſe, cognitus erit. Quem quidem auferemus ex quadrāte a i, & notus relinquetur arcus a b. Deducemus autem à puncto b, maximi circuli arcum b l, ad rectos angulos ſuper g K. Et quoniam arcus f i, latitudo capitis Arietis octauæ magnitudinem definiens anguli a, cognitus eſt: ipſe igitur angulus a, cognitus erit. At in triangulo ſphærico rectangulo q; a b l, ſicut ſinus totus ad ſinum rectū anguli a, ſic ſinus rectus lateris a b, ad ſinum rectum lateris b l, horum verò tria nota ſunt, quartum igitur innoteſcet, ideſt ſinus rectus arcus b l: ipſe igitur arcus b l, per tabulam ſinuū rectorum cognitus erit. Simili prorſus ſyllogiſmo in triangulo g b l, ex ſinu toto & ſinu ipſius b l, cū ſinu anguli b g l, qui quidem in eo tempore graduum erat 23. minu. 28. ſinus lateris b g. innoteſcet, & per tabulam prædictam ſinuum rectorū ipſe arcus b g patefiet, diſtantia videlicet inter Vernam ſectionem & initium Arietis primi mobilis in Aequatore ſumpta. Deinde verò quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum complemēti arcus b l, ſic ſinus anguli a b l, ad ſinum complemēti anguli a, quorum quidem primum, ſecundum atq; quartum cognita ſunt: tertium igitur innoteſcet, ideſt ſinus rectus anguli a b l, ſimili ſyllogiſmo in triangulo b l g, ſinus rectus innoteſcet anguli g b l. Quare per eādem tabulam ſinuum duo anguli a b l & g b l, patefient. Subtrahemus itaq; minorem à maiori, & cognitus relinquetur angulus a b g, declinationis eclipticæ fixæ. Ab ipſo deniq; puncto b, maximi circuli arcū b m, ad rectos angulos excitabimus ſuper a b eclipticam a f, in puncto m interſecantem. Cadet autem ipſum m inter l & K, propterea quòd arcus a l, quadrante minor eſt: & proinde angulus a b l acutus. Quem quidem auferemus ex recto a b m, & cognit⁹ relinquetur angulus l b m. In triangulo itaq; rectangulo b l m, quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum cōplemnēti lateris b l, ſic ſinus anguli l b m, ad ſinum complementi anguli b m l, cognita ſunt autem primum, ſecundum atq; tertium, quartum igitur innoteſcet. Quare per tabulam ſinus recti arcus complemēti ipſius anguli b m l cognitus erit, qui ſi ſubtrahatur ex gradibus nonaginta, arcus eiuſdem anguli b m l notus relinquetur. Ex angulo autem recto a b m, angulum auferem⁹ a b g, qui iam innotuit, & cognitus relinquetur g b m. Et quoniam in triāgulo b g m, ſicut ſinus anguli g m b, ad ſinum anguli m b g: ſic ſinus rectus lateris b g ad ſinum lateris g m, & tria horum ſunt cognita, quartum igitur innoteſcet. quare per tabulā ſinuum arcus ipſe g m, patefiet. Eſt autem punctum m in eadem lōgitudine cum b, propterea quòd b m per polos tranſit eclipticæ primi mobilis per 17. propoſitionem primi libri Theodoſij. Et idcirco prædicto anno 1465. quando Sol erat in initio Arietis primi mobilis, arcus g m, ſolaris itineris eclipticæ uè octauæ, qui erat inter vernam ſectionem & ipſum initium Arietis primi mobilis cognitus erit, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Quem quidem arcum ſi rectè calculaueris graduum inuenies 5. minu. 14. ſe. 20. arcum b g, æquinoctialis Gr. 5. minu. 40. ſe. 52. angulum a b g, declinationis fixæ Gr. 22. minu. 36. ferè. Quòd ſi figuram motus trepidationis teneas qualem Purbachius finxit, a d & a K quadrantes erunt: arcus autem d k paulo maior quàm f i, quem tamen cognoſcere poteris in triangulo rectāgulo d f K ex d f & k f cognitis. Et idcirco angulus a paulo maior erit. Arcus autem b d motus nonæ cognitus erit numeratione, quem auferemus ex quadrante, & cognitus relinquetur a b. Deinde verò vt antea ſyllogiſabis, & tantam ferè inuenies diſtantiā puncti m à ſectione verna. Vtrouis autem modo, imparem reperies prædicto anno declinationē fixæ ei quæ ſimilibus ſyllogiſmis reperitur ad annū 140. à Chriſti natiuitate. Neq; vllus alius locus dabitur capiti Arietis nonæ in ecliptica

pri-

primi mobilis ſine abſurdo. Et propterea non eſſe ei aſsignatum locũ in tabulis arbitramur, nec radices motus augium & ſtellarum fixarũ ad æras poſitas eſſe. Cum præſertim eis ignorantis, ipſarum fixarum loca ex eiſdem tabulis haberi poſsint. Cæterùm conſtat ex ijs quæ modò demonſtrauimus quod ſi octaua ſphæra aliquo trepidationis motu agitatur, is tamen eſſe non poteſt qui adſcribitur Alphonſo.

Recitat Ioannes Schonerus fragmentum cuiuſdam epiſtolæ Ioannis de Mõteregio, in qua inueniſſe ait ex fundamentis Alphonſi, quod anno milleſimo quadringenteſimo ſexageſimo quinto, quando Sol per vulgatum calculum reperiebatur in capite Arietis, erat tũc arcus eclipticæ inter eius verum locum & æquinoctialẽ comprehenſus graduum ferè ſex, atq; idcirco non penitus declinatione carebat. cum autem illud (inquit) ſpectet ad iudicia annua. quomodo vitabit errorem Aſtrologus, ſi caput anni. radicem prædictionis ſuæ prorſus ignorauerit? & reliqua. Magna profectò eſt apud nos ſummi illius viri authoritas, ſed quoniam id cõcludi nõ poteſt, niſi ſuppoſita coniũctione capitũ Arietis nonæ ſphæræ, & primi mobilis, tempore natiuitatis Chriſti, quod ex Alphonſo non conſtat, eam idcirco ſententiam recipere nolumus. Cum præſertim idem autor in Calendario cum gradu Solis in tabula reperto, qui non eſt alius quàm qui ex tabulis Alphonſi elicitur, ſtatim tabulam quantitatis dierum ingredi iubeat, ſine vlla reſartione. Præterea quod anno 1462. tertia die Ianuarij cum latitudinem vrbis Romæ ex Solis obſeruatione inueſtigaſſet, declinationem quæ vero eius loco ex tabulis Alphonſi elicito reſpõdet, altitudini meridianæ adiecit. Ex quibus planè intelligitur. initium ſupputationis motus aſtrorum in tabulis Alphonſi, apud eundem Ioannem de Monteregio, ſectionem eſſe vernam eclipticæ octauæ ſphæræ, non caput Arietis eclipticæ primi mobilis, tametſi cõtrarium ex prædicta epiſtola colligatur. Vtcũq; tamen ipſe ſenſerit, nos certiſsimum putamus, caput illud Arietis à quo in ipſis tabulis Alphonſi, initium ſupputationis motus aſtrorum ſumitur, ſectionem Vernã eſſe ipſius eclipticæ octauæ ſphæræ, quod hoc argumento deprehendes. Ptolemæus 17. anno Adriani obſeruauit Solem in ſectione Autumnali, 7. die menſis Athir Aegyptiorũ, horis. 2. poſt meridiem. Fluxerant autem anni Romani ab initio annorum Chriſti 131. dies 268. horæ. 2. Radix medij motus Solis ad ipſum initium annorum Chriſti ſecundum Alphonſum ſigna continet 4. Gr. 38. minu. 21. ad meridianum Toleti. Et quoniã Alexandria orientalior eſt, meridianorum verò differentia duarum ferè horarum eſt, cũ duobus tertijs vnius horæ, detrahemus idcirco mi. 6. ſe. 36. medij motus Solis in tanto tempore ab ipſa radice, & relinquentur ſigna 4. Gr. 38. mi. 14. ſe. 24. ad meridianum Alexandriæ. His adiungemus medium motum Solis qui ex tabulis Alphonſi elicitur, ad annos 131. dies 268. & horas 2. Et reiectis integris reuolutionibus relinquentur ſigna. 3. Gr. 2. minu. 42. Sol igitur in ſectione autumnali diſtabat Alphonſi calculo à principio Arietis Gr. 182. minu. 42. ſecundum medium motum, ſed ſecundum Ptolemæum diſtabat tunc à ſectione Verna Gr. 182. minu. 10. Diſtantia enim Solis à maxima eccentrici longitudine Gr. habet 116. minu. 40. & quoniam maximam longitudinem poſuit in Gr. 5. minu. 30. Geminorum fuit igitur ſecundum medium motũ diſtantia Solis à Verna ſectione Gr. 182. minu. 10. Et totidem etiam reperies ſi ſuppoſita eadem radice medium motum Solis per tabulas ipſius Ptolemæi numeraueris. Eſt igitur differẽtia, minuta tantum 32. quibus medius motus Solis Alphonſi medium motũ Solis Ptolemæi præciſe excedit in tanto tempore. Et idcirco ſectio Verna apud Ptolemæum caput Arietis eſt, ad quod in tabulis Alphonſi aſtrorum motus referuntur. Idem rurſus oſtendere poteris alio exẽplo. A principio annorum Nabonaſaris ad initium annorum Chriſti fluxerunt ſecundum Alphonſum anni Romani 746. & dies 310. In tanto autem tempore Sol (reiectis integris reuolutionibus) mouetur gradibus 307. min. 30. ſe. 18. per tabulas Ptolemæi. Radix Chriſti ſecundũ Alphonſum ſigna continet 4. Gr. 38. minu. 21. Quibus addemus integrum circulum, & à tota ſumma auferemus Gr. 307. minu 30. ſe. 18. & relinquentur Gr. 330. min. 50. ſe. 42. Sol igitur in primo anno Nabona. die primo menſis Thoth ſecundum Aegyptios, in meridie diſtabat à capite Arietis tabularum Alph. ipſis Gr. 330. min. 50. ſe. 42. Tunc igitur retinebat min. 50. ſe. 42. primi Gr. Piſcium ſecundum medium motum ad meridianum Toleti, ſed ad meridianum Alexandriæ minu. 44. ſe. 6. Et quoniã Ptolemæus libro tertio cap. 8. eum poſuit in min. 45. primi gradus Piſcium conſtat igitur caput Arietis in tabulis Alphonſi, ſectionem Vernam eſſe eclipticæ octauæ, ſiue initium ſignorum apud Pto-

lemæum

lemæum. Ex his intelliges, non rectè Georgiũ
Purbachium in Epitome vnum diem detraxiſ
ſe à tempore inter Nabonaſarem, & Chriſtum,
& eundem addidiſſe tempori inter Chriſtum
& Ptolemæi conſiderationem. Nos enim ſequu
ti Alphonſum, oſtendimus omnia inuicem cõ-
gruere. Et quod etiam multis inuenimus obſer
uationibus, teſtari fas erit. Cum enim Aſtrola-
bium quoddam rectè fabrefactum nacti eſſe-
mus, cuius diameter duorum palmorum erat,
haud paucis annis æſtiuo tempore, Solem obſer
uauimus, minimamq; diſtantiam à verticali pũ
cto Conimbricæ, graduum præcisè reperimus
17. Et quoniã maxima Solis declinatio noſtro
tempore Gr. continet 23. minu. 30. ferè, conclu
ſimus idcirco latitudinẽ Conimbricæ, Gr. 40.
minu. 30. ferè. Poſtea verò anno à Chriſto na-
to 1555. labente, die 14. menſis Septembris mi-
nimã ipſius Solis à verticali puncto diſtantiam
reperimus Gr. 40. minu. 40. Declinabat igitur
in meridie illius diei minu. 10. ad Auſtrum, &
quia circa puncta æquinoctialia declinat Sol
in vna hora minu. vnum: fuit igitur in ſectio-
ne Autumnali 14. die Septembris. 10. horis an-
te meridiem, quando videlicet per tabulas re-
periebatur in ipſo ferè initio ſigni Libræ. Qua-
re non eſt aliud ipſum initium Libræ in tabu-
lis, quàm ſectio Autumnalis, & proinde nõ eſt
aliud initiũ Arietis, quam ſectio Verna, quod
nos quidem teſtari operæ pretium erat. Cum
igitur Solis declinationem oportuerit inue-
nire, neceſſe non erit quinq; gradus addere ve
ro loco ipſius ex Alphonſi tabulis elicito, vt
Albertus Pighius, Schonerus, & quidam alij
cenſent. Sed ſubiectam tabulam ingrediemur.
In qua quidem laterales numeri deſcendentes
eorum ſignorum ſunt, quorum nomina in frõ
te tabulæ ſcripta ſunt, laterales verò aſcen-
dentes eorum quæ in calce. Et in area eiuſ-
dem tabulæ ſub eo ſigno in quo Sol exiſtit quæ
ſitam inueniemus declinationem. Sin autem
vero motui Solis, minuta aliquot vltra gradus
integros adhæſerint, duplici igitur introitu,
vt fieri ſolet in alijs tabulis Aſtronomicis, pro
ratione eorundem minutorum ad 60. propor-
tionalis pars quærenda erit, de differentia ip-
ſius duplicis introitus. Et ea pars proportio-
nalis adiungenda eſt numero graduum & min.
primi introitus, ſi ſignum ſub quo Sol defer-
tur, in fronte tabulæ repertum fuerit, aut di-
minuenda, ſi in calce eiuſdem tabulæ. Nume
rus enim hac arte inuentus, quæſita erit decli-
natio. Quòd ſi recenti aliqua obſeruatione, in-
greſſus Solis in Vernalem, aut Autumnalem ſe
ctionem exploratus fuerit, & anni quantitas
exactiſsimè inuenta, poteris deinde ex veriſsi
mo loco Solis cognito, ipſius declinationẽ per
hanc tabulam certiſsimo calculo inuenire.

¶ TABVLA DECLINATIONIS SOLIS maximam ſubijciens declinationem Gr. 23. minu. 30.

	Aries		Taurus		Gemini		
	Libra.		Scorpius		Sagittarius		
gr.	Gr.	m.	Gr.	m.	Gr.	m.	
0			11	30	20	11	30
1		24	11	51	20	25	29
2		48	12	12	20	37	28
3	1	12	13	33	20	49	27
4	1	36	12	53	21	0	26
5	2	0	13	13	21	11	25
6	2	23	13	33	21	22	24
7	2	47	13	53	21	32	23
8	3	11	14	13	21	42	22
9	3	35	14	32	21	51	21
10	3	58	14	51	22	0	20
11	4	22	15	10	22	9	19
12	4	45	15	28	22	17	18
13	5	9	15	47	22	25	17
14	5	30	16	5	22	32	16
15	5	55	16	23	22	39	15
16	6	19	16	40	22	46	14
17	6	42	16	57	22	52	13
18	7	5	17	14	22	57	12
19	7	28	17	31	23	3	11
20	7	50	17	47	23	7	10
21	8	13	18	3	23	12	9
22	8	35	18	19	23	15	8
23	8	58	18	34	23	19	7
24	9	20	18	49	23	22	6
25	9	42	19	4	23	24	5
26	10	4	19	18	23	26	4
27	10	26	19	32	23	28	3
28	10	47	19	46	23	29	2
29	11	9	19	59	23	30	1
30	11	30	20	12	23	30	0
	Virgo		Leo		Cancer		
	Piſces		Aquarius		Capricor.		

De

¶ *De declinatione partium eclipticæ per inſtrumentum. Cap. 5.*

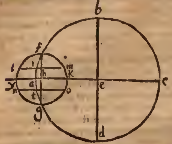
EX inſtrumentis quoq; non ſolum globoſis, ſed etiā ex planis, declinationes partiū eclipticæ cognoſci poſſunt. In plana enim ſuperficie dorſi Aſtrolabij circulus a b c d, circa centrum e deſcriptus, ſit is qui eclipticam repræſentat. Sit a punctum Initiū Arietis, b Cancri, c Libræ, d verò Capricorni. Punctum datum eſto f, cuius oporteat declinationem inuenire. Sumatur igitur in quadrante b c arcus c g, æqualis ipſi a f, &



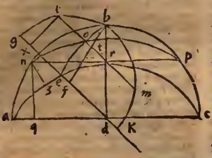
coaptata regula aliqua, aut filo aliquo extenſo, ipſis punctis f & g, ſignabimus eius interſectionem, & ſemidiametri e b, quæ in hoc exemplo ſit K. Sumemus deinde ex quadrante a b, arcū b l, maximæ declinationis eclipticæ, & ipſius termino l, applicabim⁹ regulā Aſtrolabij, quæ ſuper cētro e voluitur, ſitq́; ei⁹ poſitio l e y. Tū verò regulā aliā, aut filū rectiſsime extenſum tali arte applicabimus pūcto K, vt æquidiſtās fiat ipſi l e y, tunc autē cogcoſces æquidiſtare, cū æquales arcus hinc inde reſecauerit: ſit igitur eiuſmodi ſit⁹ m k n. Aio arcū l m aut y n. declinationē eſſe pūcti f. Cū igitur circulus ipſe a b c d, in gradus ſit diuiſus, ex arcu a f cognito, declinatio l m. prædicto modo innoteſcit. Operatio facilis eſt, demonſtratio verò difficilis non erit. Diameter enim a c, cōmunis ſectio eſt plani æquinoctialis, & plani eclipticæ, diameter autem b d, cōmunis ſectio plani Coluri ſolſtitiorum & eclipticæ. Recta linea f g. cōmunis ſectio plani eclipticæ & plani circuli æquidiſtantis æquinoctiali, qui quidem per f deſcribitur. Hoc enim oſtendit 16. vndecimi Euclidis. Intelligamus modò in ipſo plano Coluri ſolſtitiorum ſectorem quendā, cuius baſis eſt arcus maximæ declinationis eclipticæ. Vnū duorū laterum eius e b alterum verò recta quædam linea huic æqualis, quæ in communi eſt ſectione plani æquinoctialis, & plani eiuſdem Coluri. Supradictum igitur planum circuli æquidiſtantis per f deſcripti, dum planum eclipticæ ſecat ſuper f K g, ipſum ſectorem vnà ſecabit, ſuper quadam recta linea, quæ latus e b interſecat in K, reliquo verò lateri eiuſdem ſectoris ęquidiſtat, quod per ipſam 16. propoſitionem 11. libri oſtendes. At ex arcu maximæ declinationis qui ſectoris baſis exiſtit, arcum abſcindet æqualem declinationi puncti f. quemadmodum ex poli definitione & communi ſententia cōcludes. Quoniam verò eidem ſectori ſimilis & æqualis eſt ſector b l c, in plano eclipticæ, à nobis imaginatione deſcriptus, cōmune habens latus e b, in quo punctū idem permanet K: recta igitur K m, lateri e l parallela, arcū ſimiliter abſcindet l m declinationi puncti f æqualem, quod erat demonſtrandum. Quòd ſi à puncto b rectam b o, ad rectos angulos ſuper e l excitaueris, per 2. igitur ſexti Euclidis, & compoſitam rationem atq; permutatam concludes, ſicut e b ſinus totus ad b o, ſinum rectū maximę declinationis ſe habet. ita e K ſinus rectus arcus a f ad o r, ſinum rectum declinationis puncti f, quod in libro Crepuſculorum alio modo demōſtrauimus. Poſſunt etiam declinationes partiū eclipticæ in vnum planum deduci, ea quidem arte qua vſus eſt Vitruuius nono libro. Circulus enim a b c d, circa centrum e deſcriptus, atq; in quadrantes diuiſus, Colurum ſolſtitiorum repræſentet, ſit a c, eius communis ſectio cum æquinoctiali. Sumantur autem in quadrantibus a b & a d, duæ maximæ Solis declinationes a f & a g, & ducta recta linea f g, ſuper h puncto medio, interuallo vero f h, aut h g, circulus in ipſius plano deſcribatur f y g K, qui eclipticam repræſentabit, y Arietis initium, f Cancri, K Libræ, g Capricorni. Quemadmodum igitur in ſphæra circuli æquidiſtantes qui eclipticam interſecant, abſcindunt ex arcu maximæ declinationis arcus æquales declinationibus eorum pūctorum eclipticæ, per quæ ijdem æquidiſtantes ſcribun-

 tur,

tur,ita nimirum recta linea l m,diametro a c,æquidiſtans ex arcu a f, maximæ declinationis Borealis,arcum abſcindit a r, æqualem declinationi puncti l in primo quadrante , aut puncti m in ſecundo.Recta ſimiliter n o, eidem diame

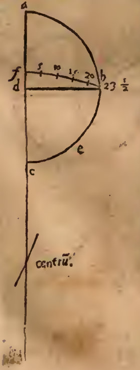


tro æquidiſtans,arcum reſecat a t qui æqualis eſt declinationi puncti o in tertio quadrante, aut puncti n in quarto. Cum igitur libuerit declinationem puncti l inuenire,arcum K m ſumemus æqualem arcui y l, & regulam applicabimus ipſis punctis l & m,vt ſit æquidiſtans rectæ a c. Nam ſtatim eius interſectio cum arcu Coluri quæſitam oſtendet declinationem. Huius quidem inſtrumenti & operationis Geometrica demonſtratio hæc eſt. Sit in ſubiecta figura vnus ſemicirculus eclipticæ,vel Boræus, vel Auſtrinus a b c,ſemicirculus æquinoctialis qui cum eo oritur,ſit a e c. Diuidantur hi in quadrantes,notis b & e,eſtoq; b e arcus Coluri Solſtitiorum inter æquinoctialem,& alterum tropicum,vna videlicet maxima Solis declinatio, & à centro mundi d ad ipſa b & e puncta, rectæ ducantur lineæ d b,& d e. Præterea à puncto b, ad ſemidiametrum d e perpendicularis ducatur



b f,& producta d e in rectum, ſuper centro f. interuallo autē b f,in plano eiuſdem Coluri Solſtitiorum, ſemicirculus deſcribatur g b k, cuiuſquidem partes g b & b k, quadrantes eſſe neceſſe eſt.Sumatur igitur ex g b arcus quicunq; g l, & à pūcto l recta linea excitetur l m ipſi g k æquidiſtans,quæ quidem arcum b e maximæ declinationis ſecet in o puncto, rectam verò b f in t. Dico arcum e o æqualem eſſe declinationi puncti terminantis eum eclipticæ arcum, ab altera ſectione æquinoctialis inchoatum,cui proportionalis eſt arcus g l in quadrante g b. Veniat enim per rectam lineam l m, planum æquinoctiali æquidiſtans , cuius & plani eclipticæ communis ſectio ſit recta n p. Erit itaq; harum duarum rectarum linearum communis ſectio punctum vnum,quod quidem dicatur r,in vtroq; plano conſiſtens eclipticæ & Coluri. Sed cōmunis ſectio deducti plani,& ſphæræ,erit circulus n o p, per primam propoſitionem primi libri Theodoſij. Ducatur autem à polo mūdi per n circulus maximus, qui æquinoctialem ſecet in z. Erit idcirco arcus n z,declinatio arcus eclipticæ a n æqualisq; arcui e o,quem recta l m ſeparat ex b e. Hoc autem per poli definitionem & communem ſententiam conſtabit.Sed arcus g l & a n ſimiles,proportionalesúe eſſe , hinc innoteſcet,quòd ſicut d b ſemidiameter eclipticæ,ad b f ſemidiametrum circuli g b k, ſic d r ad f r per ſecundam propoſitionem ſexti libri Euclidis,& compoſitam proportionē,atq; permutatam.At verò recta d r æqualis eſt n q, ſinui recto arcus a n,quia æquidiſtans eſt recta n p ipſi a c,per decimamſextam propoſitionem 11. libri Euclidis.Recta autem f r æqualis eſt l x, ſinui videlicet recto arcus g l. Igitur ecliptica & circulus g b k,arcubus a n & g l proportionales ſunt. Sumimꝰ enim in præſenti, quod ſi in duobus circulis ſemidiametri, & duorum arcuū ſinus recti proportionales fuerint, ipſi quoq; arcus ſuis circulis proportionales erunt. Hoc autem facile demonſtrabitur . Nam anguli ſuper centris eorundem circulorū conſtituti, ipſosq; arcus ſubtendentes,æquales ſunt per 7. propoſitionem 6. libri Euclidis. Arcus igitur ſimiles ſunt, quod erat aſſumptum.In hac verò demōſtratione,quēadmodum in ſuperiori vides, ſicut ſe habet ſinus totus b d ad b f, ſinum maximæ declinationis,ſic d r ſinus arcus a n ad f t, ſinum declinationis e o,quæ quidē puncto n reſpondet.In triangulo itaq; ſphærico rectanguloq; a n z ex angulo a,& latere a n cognitis, latus n z prędicta arte innoteſcet, in vnius circuli plano.Oſtenditur etiam ſinus rectos angulorū,

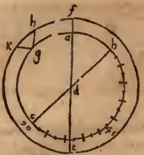
rum,& oppoſitorum laterum,proportionales eſ ſe. Eſt autem huiuſmodi inſtrumenti ea commoditas,quòd gradus declinationis multo maiores ſe offerunt,quã gradus eclipticæ. Si enim arcum maximæ declinationis graduum poſueris 23,minu. 30. erit inter ipſos gradus ratio ferè dupla ſeſquialtera, adeo vt duo gradus Coluri, quinq; gradib. eclipticæ ferè ſint æquales, & id circo vnus eclipticæ gradus,vigintiquatuor minutis in arcu maximæ declinationis æqualis erit. Poteris autem idem inſtrumentum multò facilius conſtruere,ſi deſcribatur in primis ecliptica,deinde verò arcus declinationis maximæ. In ſemicirculo enim a b c,ponatur a initium Arietis,b Cancri,c Libræ,qui tertium ſemicirculus pro Auſtrali ſemicirculo inſeruire poterit, tum verò arcum ſumemus b e,duplum maximę declinationis,& per ipſa b & c puncta rectam lineam ducemus, cuius interſectio cum a c, in rectum producta centrum erit circuli deſcripti per b,Colurum repræſentantis Solſticiorum. Erit igitur arcus b f,vna maxima Solis declinatio. Hinc aliquando ſumpta nobis fuit occaſio deſcribendi circulare planiſphærium,idẽ omnino efficiẽs,quod tabula primi mobilis Ioannis de Monteregio. Sunt enim in area illius modi planiſphærij arcus deſcripti 89. Quorũ omnium vnꝰ eſt communis terminus in b puncto, reliqui verò termini ſunt in diametro a c. Arcus autem cẽtro viciniſſimus vniꝰ tãtũ eſt gradus, & qui hunc ſequitur duorum graduum, & ita in cæteris ſuo ordine, à centro igitur qui diſtantiſſimus eſt, gradus ſui circuli continet 89. Regula igitur ipſi diametro a c,in quolibet ſitu æquidiſtans, numeros arcuum oſtendit, vni tranſuerſali reſpõdentes. Reſecat enim ex a b laterales, ſed ex f b in præſenti figura areales, ipſe autem f b tranſuerſalis eſt. Sed de his alio in loco abundius.



¶ *De Inſtrumentis quibus aſtrorum altitudines,& diſtantiæ capiuntur.*

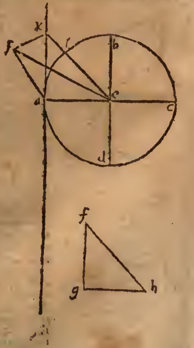
Cap. 6.

Vtuntur nautæ pendulis Aſtrolabijs,quia non poſſunt in mari quietum, ſtabilemúe habere horizontem. Priſci verò Aſtronomi omnia inſtrumẽta quibus aſtra obſeruabant, ſuper librata facie horizontis erigebant. Sic enim linea perpẽdiculi inſtrumenti in nullam partem inclinari poterat. In pendulis verò Aſtrolabijs,fortaſse altera pars regulæ quæ altiorem ſitum habet,& proinde grauior eſt,quemadmodum de libris demonſtratũ eſt à Iordano, qua parte inſtumento adhæret, aliquantulum ipſum à rectitudine ſeparabit. Conſtrues igitur pendulum Aſtrolabium ſine dioptra regulaúe,ad hunc modum. Fabricetur ex metallo circularis armilla mediocris magnitudinis,quadratis ſuperficiebus,inſtar circulorum materialis ſphæræ, latitudo & craſſitudo parum,vnius digiti. In caua eius ſuperficie ſecũdum mediam longitudinem circulus deſcribatur a b c, cuius centrum intelligatur d. Huic reſpondeat in curua exterioriq; ſuperficie circũferentia circuli f K l. Punctum verò f in ea ſumatur ſupra a, ſecundum rectitudinem diametri a c. Et armilla ſuſpenſoria è qua Aſtrolabiũ pendet, connectatur cum clauiculo ipſi f. Tum verò ex circumferentia a b c,arcum ſumes a g, vnius quadrantis dimidium, atque ei æqualem a b in altero ſemicirculo. Eſto autem punctum c, oppoſitum puncto b per diametrum, & ſemicirculus b e c, ſecetur in æquales nonaginta partes, quibus quidem debiti numeri aſcribantur, initio ſupputationis facto in b. Reſecetur deinde ex ipſius inſtrumenti craſſitudine



ne ſecundum mediam longitudinē. portio quædam in formam obtuſi anguli h g K, & in puncto g anguſtiſsimum relinquatur foramē, quod radios Solis admittat. Quoniam verò propter ipſam portiunculam, quæ ab inſtrumento ablata eſt leuius idcirco relinquitur ex eadem parte, diameter igitur a e. à linea perpendiculi neceſſario diſcedet, & propterea tantundem metalli adimere oportebit ex altera parte Cum igitur abſoluto inſtrumento altitudinem Solis ſupra horizontem cognoſcere libuerit, ſuſpenſo ipſo Aſtrolabio ex armilla, partem in qua eſt foramen, Soli radiāti obijcies, ſtatim enim eius radius in ſemicircumferentia b e c, quæſitam altitudinem ſupra horizōtem oſtendet. Sunt autem altitudinis gradus in hoc inſtrumento duplo maiores quàm qui fierent, ſi ſuper centro regula uolueretur, vt in cōſuetis videmus Aſtrolabijs. Aequalium enim angulorū is qui ad circumferentiam circuli fit, duplum arcum contīnet, quam qui in centro.

Et non ſolum ex inſtrumentis erectis ſupra planum horizontis, ſed etiam ex iacentibus, dū modo ei æquidiſtent, altitudo Solis deprehendī poteſt. Circularis enim tabula a b c d, cuius circumferentia in Gr. 360. vt ſolet. ſit diuiſa, horizonti collocetur æquidiſtans, & fabricetur ex quauis dura materia rectangulum triangulum Iſoſcelesq; f g h, cuius quidem duo latera f g & g h, quæ rectum continent angulum, ſemidiametro deſcripti circuli ſint ęqualia. Rectum autem ponatur ipſum triangulum eidem circulari tabulæ, ſicq; coaptetur, vt latus g h examuſſim cōueniat cū a e, circuli ſemidiametro, ſitq; ſimul g cum a, punctum verò h, ſimul cum e: punctum igitur f erit in ſublimi. Præterea erigatur haſtula quædam, recta ad idem planum, ſuper quouis puncto diametri b d. Cum igitur libuerit altitudinem Solis ſupra horizontem inuenire, inſtrumentum ipſum circumuolues, donec haſtulæ vmbra in rectam b d, ſit extenſa. Tunc enim vmbra lateris f h, ſiue f e in quadrāte a b, altitudinem quæſitam indicabit, à puncto b in a ſupputatam. Reliqua autem pars quadrantis vſque ad a, diſtantia erit inter Solem & verticale punctum. Huius operationis demonſtratio hæc eſt. Plana enim ſuperficies circuli a b c d, quæ horizonti poſita eſt æquidiſtans, in rectū intelligatur extenſa, ad eas partes ad quas vmbræ proijciuntur, & vmbra trianguli rectanguli a f e, ad ipſum planum recti, in eodemq; plano extenſa, ſit triangulum a K e, recta a f vmbrā proijciat a K, & rectæ e f, vmbra ſit e K, quæ quadrantem a b ſecet in l. Igitur quoniam radij ſolares apud terram cenſentur æquidiſtātes, recta linea a K & vmbra haſtulæ extenſa in longitudinem rectæ lineæ e b. æquidiſtantes erunt. Angulus autem a e b rectus eſt. Rectus igitur eſt angulus e a k, atqui rectus eſt e a f. rectus igitur erit angulus f a k, per 3. definitionem vndecimi



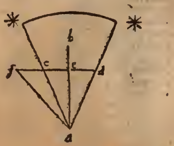
libri

libri Euclidis. In duobus igitur triangulis a K e, & a f K, quoniam a e, latus vnius, æquum eſt a f, lateri alterius, & a K latus commune eſt, duo verò anguli ipſis æquis lateribus cōtenti æquales, nempe recti, duo idcirco anguli a f k, & a e K, inter ſe æquales erunt, per quartam propoſitionem primi libri Euclidis. Eſt autem angulus a f k. cōtrapoſitus ei qui ad punctum f, arcum ſubtendit diſtantiæ inter Solem & verticale punctum, quapropter angulus a e k, ſimiliter arcum a l in quadrante ſubtendet a b. Reliquus autem b l, arcui altitudinis Solis ſupra horizontem ſimilis erit, quod erat demonſtrandū. Ex hac demonſtratione habes, quòd ſi huiuſmodi inſtrumentum quadratam formam habuerit, vt in eo poſſit duci recta a k, circulum ipſum contingens in a puncto, non erit opus ſtilo haſtulaúe, cuius vmbra extendatur in rectam b d. Sed ipſum inſtrumentum eò vſque circumuoluemus, donec vmbra rectæ a f extendatur in rectā a K, ſic enim vmbra rectæ e f arcum altitudinis Solis ſupra horizontem oſtendet. Latera autē triāguli f g h, ſi duplo lōgiora feceris, vt ſit latus g h æquale diametro a e, atq; ei examuſsim conueniat: ſemicirculum igitur a b c diuides in partes æquales nonaginta, & erunt idcirco gradus altitudinis Solis duplo maiores. Quòd ſi hoc idē inſtrumētum ad eum modum conſtructum, rectum poſueris ſupra horizontis planum, & Soli ita obieceris, vt vmbra rectæ a f quæ non recta iam, ſed verſa erit, in rectam a K ſit extenſa, erit arcus a l altitudinis Solis ſupra horizontem, reliquus verò b l, erit arcus diſtantiæ inter ipſum Solem & verticale punctum. Hac enim ratione vmbra recta atq; verſa permutantur, vt intellectis duabus Solis altitudinibus, quæ 90. gradus perficiant, tanta erit vnius & eiuſdem gnomonis vmbra recta, ſub vna earum altitudinum, quanta fuerit verſa quæ alteri reſpondet. Cæterum ſub vna atq; eadem Solis altitudine ſupra horizontem, ſiue gnomones æquales ponantur, ſiue inæquales, ſic ſe habet vmbra recta ad ſuū gnomonem, ſicut quiuis alius ad ſuam vmbram verſam. Demōſtratio huius facilis eſt per quartam propoſitionem ſexti Euclidis. Per commune igitur documentum numerorum proportionalium, ex vmbra recta verſam cognoſces, & viciſsim ex verſa, rectam.

Vulgatum inſtrumentum quadrantis quo nautæ vtuntur, aptiſsimum eſt ad altitudines Solis & aliorum aſtrorum capiendas, ſed pro filo cum perpendiculo, ponatur regula cum pondere ſibi adiūcto in altero extremo, tali artificio, vt ea facies quæ ad centrum inſtrumenti dirigitur, recta ſemper maneat ſupra planum horizontis. Subſultat enim filum, & detinetur interdum in eodem loco, etiam ſi obſeruator ipſum quadrantem conuoluat. Atq; ea de cauſa incertæ reperiuntur altitudines, quæ quadrantibus capiuntur. Accidit tamen aliquando inſtrumētum rectè fabricatum eſſe, & aſtra diligēter obſeruata, ſed deprehenſas altitudines nondum exactas eſſe. Neq; id ob aliam cauſam, niſi quia propter inſtrumenti paruitatē, nō poſſunt eius partes vlterius in minutias partiri, adeò vt vltra graduum integrum numerum, quantum altitudinis accreſcat, æſtimare nō poſsis. Iuuabit igitur intra inſtrumenti ambitum in ipſius area, quadraginta quatuor circulos ſuper eodem centro deſcribere. Exterioris quadrans in 90. æquales partes ſecetur. Ei propinquior in 89. & qui hunc ſequitur in 88. & ita deinceps ſuo ordine, quemadmodum in libro Crepuſculorum docuimus. Ita enim exiſtimo Claudiū Ptolemæum feciſſe. Nam ſi maximam Solis declinationem idcirco (ait) reperiſſe partium 23. minu. 51. ſe. 20. quia ea proportio inuenta fuiſſet totius circuli ad arcum inter tropicos, quam 83. habēt ad 11. Conſtat igitur aliquem quadrātem intra ambitum inſtrumēti deſcriptum, in ipſas 83. æquales partes diſtributum fuiſſe, quarū arcus inter tropicos 44. continebat. Neq; enim tanta fuit illius inſtrumēti quo Ptolemæus vtebatur magnitudo, vt in eo prima atq; ſecunda minuta notari poſſent.

Aſtronomico radio vtuntur nautæ ad cognoſcendum quanta ſit altitudo ſtellæ polaris ſupra horizontem. Sed difficile admodum eſt certam altitudinem ita inuenire. Aptiſsimum tamen inſtrumentum eſt ipſe radius ad inueniēdum diſtantiam inter duo aſtra, quorum intercapedo quadrāte maximi circuli minor fuerit. Eius fabricam atq; vſum tradidit Ioannes de Monteregio in libro de Cometa. Diuidēda eſt fuſtis longitudo in quotlibet æquas partes. Longitudo verò verſatilis pinacidij ex eiſdem partibus ſumi debet, & conſtituenda eſt tabula quędam numerorum, per quam ex data proportione inter duo latera trianguli rectanguli angulū, rectum continētia, magnitudo illius anguli cognoſcatur, qui breuiori lateri opponitur. Qualis eſt ea tabula quam Georgius Purbachius Mathematicus præſtantiſsimus pro vſu Geometrici quadrati compoſuit. Conſpectis igitur duabus

bus ſtellæ per pinacidij extremitates, numerus partium dimidiæ longitudinis pinacidij multiplicetur in 1200. tot enim partium ſupponitur prædicti quadrati latus. Productum diuidatur per numerum partium qui ſunt in fuſte, inter ſitum pinacidij & oculū obſeruatoris, cum quotiente verò intrabimus ipſam tabulam Geometrici quadrati. Nam numerus in ea è regione repertus, erit arcus dimidiæ diſtantiæ inter obſeruatas ſtellas: quo duplato integra earum intercapedo patefiet. Exemplum. Anno Chriſti 1475. die. 17. Octobris, obſeruauit Bernardus Vualther Aſtronomico radio Martis & Saturni diſtantiam. Et qualium partium verſatilis pinacidij longitudo erat 210. talium longitudo fuſtis inter oculum & pinacidij ſitum reperta fuit 807. Diſtantiam igitur ipſorum planetarum in hunc modum inueniemus. Numerum 105. ideſt dimidium lōgitudinis pinacidij multiplicabimus in 1200. latus nēpe quadrati Geometrici, & fient 12600. Hunc itaque numerum diuidemus per 807. & veniēt ex partitione 156 $\frac{108}{807}$ vel multiplicabimus 210. longitudinem pinacidij in 1200. productū verò diuidemus per 807. & quotiētis ſumemus dimidium, quod eſt 156. $\frac{103}{807}$. Cum hoc igitur tabulam ingrediemur Georgij Purbachij, & arcum ex ea eliciemus graduum 7. minu. 24. ſe. 47. Quem duplabimus, & colligemus tandem Gr. 14. minu. 49. ſe. 34. maximi circuli, pro diſtantia inter Martem & Saturnum prædicto tempore obſeruationis. Huius operationis demonſtratio facilis eſt. Eſto enim recta a b fuſtis longitudo, oculus obſeruatoris ſit in a. & pinacidium c d in ſitu e, ut cum diſtantiæ Martis & Saturni examuſsim occupet. Sit autem reperta a e, talium partiū 807. qualium c d eſt 210. & eius dimidium c e, 105. Qualium igitur partium fuerit eadem a e 1200. talium erit c e 156. $\frac{108}{807}$ per commune documentum numerorum proportionalium. Et idcirco per tabulam Georgij Purbachij arcus anguli c a e, reperietur Gr. 7. min. 24. ſe. 47. Duplus igitur arcus qui angulo reſpondet c a d, gradus habebit 14. min. 49. ſe. 34. Minor tamen repertus eſt à Ioanne Schonero in hoc eodem exemplo Quia cum 312. $\frac{216}{807}$ pinacidij longitudine eandem tabulam Georgij Purbachij ingreſſus fuit. Et propterea angulus ea arte ab eo inuentus nō eſt c a d, qui arcum diſtantiæ Martis & Saturni ſubtendit, ſed alius minor. Recta enim c d in rectum producatur, & ſumatur ex ea c f, æqualis ipſi c e aut e d, & connectatur a f. Erit igitur e f talium partium 312. $\frac{216}{807}$ qualium a e 1200. Et

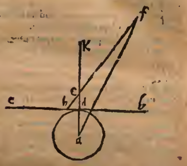


proinde angulus quē ex ſupradicta tabula Schōnerus elicuit, eſt e a f, quem minorem oſtendemus eſſe ipſo c a d. Latus enim a f maius eſt ipſo a e, & idcirco ſi angulus e a f, biſariam ſectus fuerit, recta linea angulum d. ſpeſcens baſim e f ſecabit inter c & e, ne accidat impoſsibile contra tertiam propoſitionem 6. libri Euclidis. Et propterea per communem ſententiam multo minor erit angulus f a c, angulo c a e. Aequales ſunt autem inter ſe duo anguli c a e & d a e, totus igitur angulus e a f minor erit angulo c a d. diſtantiæ nempe Martis & Saturni, quod demonſtrandum erat.

Aduertēdum eſt autem quòd Martis, Iouis, atque Saturni & ſtellarum fixarum à verticali puncto interualla, inſtrumētis deprehenſa, propter ingentes à terra diſtantias, ad ipſius terræ ſemidiametrum comparatas, æquales ferè angulos ſubtendunt in centro ipſius globi terreni, iis qui in eiuſdem globi ſuperficie ad obſeruatoris oculum, inſenſibiliter enim differunt, in Luna tamen atq; in Sole aliter fit. Obſeruauit enim Ptolemæus inſtrumento regularum diſtantiam Lunæ à vertice, & ex vero loco eius, atq; latitudine, numeratione repertis, declinationem inuenit. Rurſus ex inuenta declinatione & diſtātia eiuſdem Lunæ à meridie cognita, diebus æquatis, verum interuallum reperit inter ipſum Lunare corpus & verticale punctum. Quod quidem detraxit ab eo quod obſeruatione repertū fuerat: ſic itaq; concluſit quanta eſſet aſpectus diuerſitas tempore dictæ obſeruationis. Deinde verò ex his diſtantiam centri corporis Lu-

næ

næ à centro terræ, in partibus quibus ſemidiameter terræ eſt vna, Geometrico ſyllogiſmo reperit, & ex eadem obſeruatione, proportionẽ ſemidiametrorum eccentrici, & epicycli Lunæ atq; eccentricitatis ad ſemidiametrum terræ. Solis autem & Lunæ diametros viſuales, quoniã nullis inſtrumẽtis ſatis exactè reperire poterat, ex duabus igitur Lunaribus eclipſibus admodũ ingenioſe inueſtigauit. Quare difficile nõ fuit proportionem oſtẽdere ſemidiametri terræ ad ſemidiametrum corporis Lunæ. Ex his igitur diametrum Solis, & centri eius à centro terræ diſtantiam in partibus quib⁹ ſemidiameter terræ eſt vna, deprehẽdit proportiones etiam triũ corporum Solis terræ & Lunæ ad ſe inuicem. Et propterea ad inueniendum deinceps in quolibet ſitu aſpectus diuerſitatem, neceſſe non fuit aſtra ipſa obſeruare, ſed ex data Solis aut Lunæ à centro terræ diſtantia, & elõgatione eius à polo horizontis, diuerſitatem aſpectus in circulo altitudinis Geometrico ſyllogiſmo inueſtigare docuit, quarum maxima eſt in Luna Gr. vnus m̃. 43. tabulasq; conſtruxit diuerſitatis aſpectuũ. Quãquam interim poſsimus (quemadmodum ipſe fecit) obſeruatione ſimul & numeratione, ipſam Lunæ aſpectus diuerſitatem inuenire. Solis porrò diuerſitas aſpectus quoniã multò minor eſt, maxima enim ſecundum numeros Ptolemæi minuta duo tantum continet cũ ſecundis 51. nõ potuit idcirco ſicut in Luna obſeruatione inueniri. Itaq; quanta ſit diſtantia Solis à terra, concludere non potuit ex aſpectus diuerſitate, hanc enim admodum difficile erat inſtrumentis inuenire, propter ſui paruitatem, ſed econtrariò ex diſtantia ipſius à centro terræ, quam ſupradicta arte cognouit, quamq; inuariarã poſuit, aſpectus diuerſitatem inuenit. Ex his igitur palam eſt, aſtrorum altitudines inſtrumentis deprehenſas, eorũ quæ ſupra Solem ſunt, pro veris accipiendas eſſe. At in ipſo Sole diuerſitas aſpectus, quantum attinet ad latitudines locorum, pro nihilo habẽda eſt. In Luna autem nullo pacto negligenda, niſi ea prope Zenith conſtituta fuerit. Ex quibus etiam apparet Hieronymũ Cardanum non ſatis aduertiſſe quæ in quarto libro de Subtilitate ſcripſit, de ijs quæ ex aſtrorum radijs cognoſci poſſunt. Cuiuſcunq; nempe ſideris, & quacũq; hora, altitudinẽ à centro terræ, ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem inueniri poſſe. Quaſi verò omnia aſtra ita illuſtrare poſsint obiecta corpora opaca, vt ex aduerſa parte manifeſtæ vmbræ proijciantur, quod quidem præterquàm Soli, atque Lunæ, nulli conceditur aſtro. Centrum terræ ponit a, eius ſemidiameter ſit a d, planum horizonti æquidiſtans b c virga d e, perpendicularis ſit ſuper ipſum planum, aſtrum verò f radiũ mittat f e h, & vmbra d h, in ipſo tempore notam habeat proportionem ad d e. Quapropter angulus d e h cognitus erit, & idcirco a e f, qui relinquitur ex duobus rectis, cognitus quoque

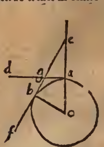


erit. Sumatur (inquit) per planiſphærium ipſi⁹ f, ſideris altitudo ſupra horizontem, cuius differentia à Gr. 90. arc⁹ erit anguli f a e vt ipſe putat, & idcirco reliquus angulus a f e, ignorari nõ poterit. Iam igitur in triangulo a e f, ex angulis cognitis cum latere a e reliqua latera patebunt: & proinde proportio a f ad a e cognita erit. Ita propemodum Cardanus, cæterùm manifeſtum eſſe puto ex ijs quæ diximus, diſtantiam aſtri à vertice ſumptã per Aſtrolabium, angulum f a e ſubtendere non poſſe, ſed alium quendã, æqualem angulo d e h, qui ex proportione vmbræ ad gnomonem quantus ſit inuenitur. At maior eſt exterior angulus d e h, ipſo interiore f a e. Et idcirco nihil concludit Cardanus ſua illa demonſtratione. Quin proportio a f, ad terræ ſemidiametrum, in Sole non cognoſcitur ex vmbra, ſed vel arte Ptolemæi, vel Ioannis de Monteregio in Epito. Itẽ neq; in Luna, propterea quòd terminus vmbræ illius, termino vmbræ Solis incertior eſt, ſed vel regulis Ptolemæi, vel quouis alio inſtrumento ad id idoneo, angulus K e f inueniendus erit: interior autem e a f numeratione, ex diſtãtia Lunæ à meridie, & ipſius declinatione cognitis, quo quidẽ detracto ex ipſo K e f angulus a f e, diuerſitatis aſpect⁹ not⁹ relinquetur:

 qua-

quapropter proportio a f ad a e vel ad, terræ ſemidiametrum illico pateſiet. Quòd ſi neq; ex vmbra Solis, neq; Lunæ, altitudo a terra inueniri poteſt, multò igitur minus reliquorum aſtrorum altitudines, quorum illuſtratio circa corpora opaca lumen ab vmbra vix diſtinguit. At etiam ſi ſuperiorum planetarum, & fixorum ſiderum lumen, Solis lumen ſuperaret, nondum tamen proportio altitudinis ad terræ ſemidiametrum, ex angulis cognoſceretur, propterea quòd angulus ipſe a ſe, inſenſibilis quantitatis æſtimaretur.

Nec minus labitur cum in eodem libro conatur oſtendere ad quantam altitudinem à terra, vapores aſcendere poſsint. In quo quidem perperam Vitellionem reprehendit. Obſeruemus (inquit) Solem exiſtentē ſub æquinoctiali circulo, qui Crepuſculum inchoat partibus xix. ante ortum, ideſt hora fermè & quarta ante Solis ipſius aſcenſum, & manifeſtum eſt quod tūc primū Solis radius, qui aerem illuſtrat, terram contingit: nam ſi non contingeret, ex ſummo loco vaporum, contingēs ad terram ductus perueniret ad locum inferiorem priore, atque ſic crepuſculum anteaquam dictum ſit inchoaret. Hoc igitur poſito, cōſtituatur circulus terram referens cuius centrum c, contingens linea a d, ſumma pars vaporum e, locus radij ſolis ſ, & vbi ſecat a d, ibi g, ponatur. Quia igitur Solis diſtantia maxima eſt ad terræ cōparationem, angulus ſ g d, eſt ac ſi eſſet in centro c terræ, quare eſt xix. partiū, igitur & e g a vt in centro circuli, ſed a & b recti ſunt, igitur cū e communis ſit duob⁹ trigonis c b e & a e g, ipſi erunt ſimiles, & ideo ratio laterum cognita, at b c eſt paſſuū M. vt dictū eſt quinquies mille: igitur a e eſt paſſuum M.CCLXXXVIII. & ad tantam altitudinem vapores aſcendunt. En vides humani ingenij ſubtilitatem quouſq; perueniat? Vitellionem haud ignoro deceptum eſſe, qui aſcendere tantum ad LII. paſſuum millia tradiderit, cum quintuplo plus ac dimidio quàm dixerit aſcendant, verū cum ambitum terræ contrahat, & paſſus ob id



etiam maiores faciat aliquanto, non tamen vſq; ad quartam partem debitæ altitudinis deducere eam poteſt. Quod ſi vt ad ſummū deducatur Crepuſculum per duas horas ante diem fiat, erit angulus c in circunferētia qui æqualis eſt g, partium LX. & e. CXX. quare linea a e quæ eſt altitudo vaporum, erit paſſuū millia DCCLXXII. & hoc eſt maximum ad quod aſcendere vapores poſsint è terra ſpatium.

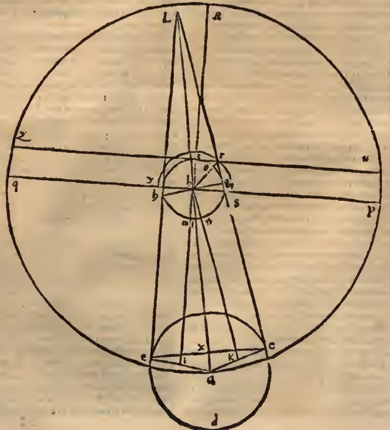
Hactenus Cardanus, quem ſtatim oſtendemus inſigniter deceptum eſſe, non Vitellionē, qui pulchram illam demonſtrationē de ſummorum vaporum altitudine ab Allacen mutuatus eſt. Cuius quidem libellum de Crepuſculis vnà cum quodam alio de eadem re à nobis conſcripto, annis ab hinc viginti impreſsioni dedimus. Cauſa erroris Cardani ea fuit, quòd putauit ſūmos vapores Crepuſculum efficientes eſſe ad e, at nō ſunt ibi. Primus enim radius in initio Crepuſculi matutini reflexum lumen nobis oſtendens eſt f g e, ipſa verò reflexio in horizonte fit in g, igitur non in e. Nam quis vnquam vidit lucem Crepuſculinam ſupra verticem eſſe? eſt enim a centrum ſenſibilis horizontis. Diſtantia itaq; ſummorū vaporū à terra multò minor eſt quàm a e. Sed vt hæc facilius intelligantur ipſā ſummorum vaporum altitudinis demonſtrationem, quemadmodum à nobis in libro prædicto de Crepuſculis tradita eſt recenſebimus, Sphæra cuius centrum a eſto in ſubiecta figura Solare corpus, ſphæra cuius centrū b eſto terræ globus Intelligatur autem circulus quidam maximus a p R q ſuper b centro mundi deſcriptus interuallo a b, per horizontis polum ductus, & ſolis cētrum, apud initium Crepuſculi matutini, communis ſectio plani huius concepti circuli cum ſole, eſto circulus c d e cū terra verò circulus f g h, ab arcu e c radij Solares procidāt c l, e l terram contingentes ſuper punctis g h. Igitur ſub arcu g f h. pars terreni globi radijs ſolaribus illuſtrata cōprehēditur, ſed ſub reliquo arcu g h, ea pars quæ vmbra obcæcata eſt. Eſto præterea pūctū R horizōtis polus, & cōnectatur b R circulū f g h ſecās ſuper pūcto t, in quo cētrū viſus collocatur: recta deinde p q per cētrū mūdi veniēs eſto cōmunis ſectio horizōtis & deſcripti circuli a p R q, recta verò z t u, eiuſdē circuli cōmunis ſectio, & alterius cuiuſdā circuli, in quo ſenſibilis horizon, concepto illi horizonti quod per centrum mundi tranſit, æquidiſtantis. Igitur duæ rectæ lineæ p q, z u æquidiſtantes ſunt, per 16. propoſitionem vndecimi libri

Eucli-

Euclidis. Angulus verò R b p rectus eſt, quia R p quadrãs: igitur angulus b t u rectus etiã, quod item per primum librum Theodoſij concludi poſſet. Recta idcirco z u, circulum tangit in pũcto t, per correlarium 16. propoſitionis 3. libri Euclidis. Quoniam verò ab aëre puro, tenuiq; non fit luminis reflexio, concipiamus igitur animo ſphæram vaporum à terra mariq; aſcendentium, quia aërem vſq; eò ſpiſſant, condenſantq;, vt Solis lumen reflexionem efficere poſſit. Nam quod vltra hanc ſphæram verſus cœlũ eſt, quanquam nocturno tempore illuminetur à Sole, ob reflexionis defectum viſibile nõ eſt. Eſto autem y t s, arcus circuli maximi huiuſmodi ſphæræ, ſuper b centro deſcripti, in eodẽq; plano exiſtentis, in quo maximus terræ circulus f g h, eumq; ſecet recta z u ſuper pũcto r. Igitur quamuis ante Crepuſculum matutinũ ab omni puncto arcus r s, lumen Solis reflecteretur: nullus tamen radius peruenire potuit ad t centrum viſus, quia ſub recta linea t u, nulla alia recta linea ſumi poteſt, quæ circulum non ſecet f g h, quemadmodum ſuper 16. propoſitione 3. libri Euclidis demonſtratur. Erat idcirco terræ globoſitas impedimento, quo minus videretur quod ſub ipſa recta linea t u collocabatur. At etiam quidquid intra iur binatam terræ vmbram g l h continetur, aſpici non poteſt. Primũ igitur punctum quod illuminatum apparet, in principio crepuſculi matutini, cum illuceſcit, eſt r. Nam neque in eo aëre tenuiſsimo liquidiſſimoq; exiſtit, qui lumen Solis nobis minime reddit, neq; intra terræ vmbram, neq; ſub ſenſibilis horizontis planicie. Itaq; connectatur b r recta linea, quæ circulum terræ ſecet in o puncto, erit idcirco recta linea o r, ſumma vaporũ altitudo, qui à terra in ſublime attolluntur, cuius longitudinem in hunc modum perſcrutabimur. Angulus p b t rectus exiſtit, angulus verò a b p depreſsionis Solis ſub horizonte notus ſupponitur ex obſeruatione, graduum videlicet 19 ſecundum Allacen, & Vitellionem: totus igitur angulus a b t notus erit, ab hoc autem angulum ſubtrahemus a b g. quem quidem ſupponimus cognitum, vtpote qui dimidium arcus maximi circuli terræ ſubtendat à ſole illuſtratum, & ideo angulus g b t notꝰ relinquetur. Porrò angulus quem b g cum recta g l, circulum contingente ad pũctum g efficit, rectus eſt, per 18. propoſitionem 3. libri Euclidis. angulus etiam ad t rectus, igitur bina triangula b r g, b r t æqualia habent latera per 47. propoſitionem primi, & communem ſententiam: æquiangula idcirco ſunt ipſa triangula, per 8. propoſitionem primi, & angulus t b r dimidium eſt anguli t b g: at innotuit iam ipſe angulus t b g, innoteſcet igitur t b r quare reliquus angulus t r b, trianguli b r t cognitus erit. Eſt autem ſicut ſinus rectus anguli t r b, ad ſinum totum, ita recta b t ad rectam b r, & harum quatuor quantitatum duæ primæ notæ ſunt, tertia verò recta nempe linea b t, quot ſtadia habeat cognoſcitur, ſuppoſito numero ſtadiorum totius orbis f g h ex Ptolemæo, aut Eratoſthene, ſuppoſita etiam proportione eiuſdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentũ numerorum proportionalium, numerus ſtadiorum rectæ b r cognitus erit, ab eo autem auferemus numerum ſtadiorũ ſemidiametri, & relinquetur nota o r, diſtantia videlicet qua ædituſsimi vapores à terra abſunt, quod inueſtigandum propoſuimus.

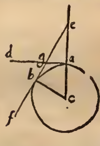
Quæ autem præmittuntur à nobis in memorato Crepuſculorũ libro demonſtrata, tria ſunt. Primum, ſi luminoſum ſphæricum aliud ſphæricum corpus illuminat, neceſſe eſt extremos radios luminoſos vtramq; ſphæram contingere. Quod ſi procidentes radij vtrumq; corpus contingunt, eos extremos eſſe, longiſsimosq; neceſſe eſt. Secundum, luminoſum ſphæricum ſphærici minoris pluſquàm dimidium illuminat ſub eodemq; cono comprehenduntur, verticem habente in minorem ſphæram. Demonſtrauit hæc Vitellio in ſecundo libro, ſed multo melius Ariſtarchus Samius in libro de Magnitudinibus & diſtantijs Solis & Lunæ. Tertium verò, ex cognita diſtantia centrorum prædictarum ſphærarum, & ratione ſemidiametrorum, tum inter ſe, tum ad ipſam diſtantiam, arcum maximi circuli minoris ſphæræ ſub quo pars illuminata comprehenditur, certis numeris indicare. Hoc autem ex prioribus concluditur de propoſitis ſphæris Solis atque Lunæ. Rectæ enim lineæ a c, a e connectantur, & ex a e, recta abſcindatur e i æqualis b h terræ ſemidiametro, & connectatur b i, ſimiliter ex a c recta linea abſcindatur c k, ęqualis ſemidiametro b g & connectatur b K. Et quoniam duo anguli ad e & h puncta, recti ſunt, per 18. propoſitionẽ 3. libri Euclidis, quadrilaterum igitur b e, rectãgulum eſt, atque parallelogrammum, & eodẽ ſyllogiſmo concludes, quadrilaterum b c rectangulum eſſe. Anguli igitur ad i & K puncta recti ſunt, & idcirco per 8. & 47. propoſitionem

nem primi libri Euclidis, duo anguli a b i & a b K æquales erunt. Quadrãtes ſunt autem duo arcus h m & g n, propterea quòd anguli h b m & g b n recti ſunt, arcus igitur n m differentia eſt, qua ſemicirculus terræ ab eo arcu ſub quo illuminata pars cõprehẽditur, ſuperatur, arcus verò ſ m, aut t n, illius differentiæ dimidium, cuius quidem quantitatem facilè erit certis numeris indicare. Nam b h & e i, oppoſita latera parallelogrammi æqualia ſunt ad inuicem, at proportio rectæ a b tum ad a e, tum ad b h nota ſupponitur, proportio igitur eiuſdẽ a b ad a i cognita erit. In triangulo autẽ rectãgulo a i b, ſicut recta a b ad rectã a i, ſic ſinus totus ſe habet ad ſinum rectũ anguli a b i: ipſe igitur ſinus rect⁹ arcus anguli a b i cognitus veniet, & per tabulã ſinus recti. eiuſdẽ anguli arcus qui eſt m ſ innoteſcet, & proinde totus arcus m n patefiet. Vt ſi ſphæra maior ſit Sol, minor verò terra, quoniam ſecundum ſententiam Albategnij, qualiũ partium ſemidiameter terræ eſt vna, taliũ eſt a e quinque & dimidium, & a b 1108. in medijs longitudinibus: earundem igitur partium erit a i, quatuor & dimidium. Multiplicabimus itaq; 4. cum ſemiſſe in 100000. ſinum totum, productum verò diuidemus per 1108. & venient ex partitione partes ſinus recti 406. quibus reſpondent in tabula 24. minu. ferè. Sol igitur in medijs longitudinibus terram illuminat ſub arcu maximi circuli gradus continente 180. min. 28. ferè.



Porrò vt quanta ſit ipſa ſummorum vaporum à terra altitudo, facilius computari poſsit, intueri oportet, quòd ſi Sol nõ prius nos illuminare inciperet, quàm æqualem arcum ſimilemue haberet occultationis ſub horizonte differētiæ quadrantis maximi circuli terræ & dimidij arcus illuminati, neutiquam Crepuſculum matutinum efficeret, lamberet enim eius ſuprem⁹ radius horizontem. Atqui matutinum crepuſculum efficit: igitur priuſquàm ſub æquali arcu occultetur ipſi differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, nos illuminare incipit. Eſt itaq; ſemper arcus occultationis Solis ſub horizonte, apud initium Crepuſculi matutini, aut veſpertini finem, maior differentia quadrantis & dimidij arcus illuminati. Ipſa igitur differentia ab arcu occultationis ſubtracta, arcum relinquet æqualem ei qui inter punctum in quo radius Solis globum terrenum tangit, & centrum ſenſibilis horizontis interiacet, quemadmodū in ipſa figura animaduertere licet. Nam duo anguli n b g, p b t recti ſunt, à quibus detracto cõmuni angulo p b g: duo igitur anguli n b p, g b t æquales relinquentur. porrò idem ipſe angulus n b p relinquitur, ſubtracto angulo a b n, differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati ab angulo a b p occultationis Solis, in principio crepuſculi matutini, idem enim iudicium habetur de angulis, & de arcubus. Quoties igitur ſummam vaporum altitudinem metiri libuerit, differentiam ſemidiametrorum Solis & terræ in ſinum totum multiplicabimus, quinque Ziphras adijciendo, productum verò diuidemus per diſtantiam centrorum, & proueniet ſinus rectus differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, eius arcum ſubtrahemus ab arcu depreſsionis Solis, & relinquetur arcus inter centrum ſenſibilis horizontis, & pūctum illud in quo radius Solis terrenum orbem tāgit: deinde dimidij huius arcus complementum ſumemus, & per ipſius complementi ſinum rectum, diuidemus eū numerum, qui ex ductu ſinus totius in numerū ſtadiorum ſemidiametri terræ fit. Equidem proueniet ex partitione, ſummorum vaporum diſtantia à centro terræ, ſublato igitur numero ſtadiorum ſemidiametri, ſuprema ipſa altitudo in quam vapores attolluntur, nota relinquetur. Differētia enim quadrantis & dimidij arcus illuminati minu. 14. inuenta eſt, eam igitur auferemus à gradibus 19. occultationis Solis, & relinquentur Gr. 18. minu. 46. huius arcus dimidiū eſt Gr. 9. min. 23. cuius quidem complementū Gr. 80. m̄. 37. ſinum rectū habet 98661. Multiplicentur autem in ſinum totum ſtadia 40090 quæ (ſi ſententiam Eratoſthenis de ambitu terræ cum Cardano recipiamus) ſemidiameter cõtinet, fientq; 4009000000. Diuidatur is numerus per 98661. & veniens ex partitione 40634. ſtadia, ab his auferemus 40090. & relinquetur ſumma vaporum altitudo ſtadiorum 544. ſiue M. paſs. 68. At ſecundum calculum Albateniā tum reperies M. paſs. 52. propterea quòd ambitum terræ poſuit M. paſs. 24000. Quod quidē cum nautarum obſeruationibus maximè conuenit.

Exiſtimat autem Cardanus angulum f g d, partium eſſe 19. ac ſi eſſet in centro terræ, idq; fieri propter maximam Solis diſtantiam ad terræ comparationem. At ex ijs quæ à nobis oſtēſa ſunt, liquidò apparet partium eſſe 18. minu. 46. deſunt enim minu. 14. differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati. Magnitudo autem diſtantiæ Solis ad terræ comparationē maximam diuerſitatem facit, velut ſuperius diximus ex ſententia Ptolemæi minu. 2. ſe. 51. ſed ſecundum Albategnium minu. 3. ſe. 13. angulus f g d in figura hac Cardani, eſt in noſtra figura c r u, huic autem æqualis eſt angulus C S P. quia lineæ z u & p q, æquidiſtantes ſunt, angulus verò K b p ipſi c s p eſt æqualis: æquidiſtātes ſunt enim b K, & c s, duo igitur anguli K b s & c r u, æquales ſunt p cõmunem ſententiam. Angulus porrò a b p occultationis ſolis ipſo K b s, maior eſt, eorum enim differentia eſt a b K, minutorum videlicet 14. igitur minor eſt angulus c r u ipſo a b p: quare



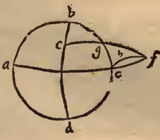
ſi a b p ponatur 19. Gr. erit c r u Gr. 18. mi. 46. neq; maior erit, aut minor, in ipſa Cardani figura prædictus angulus f g d, quod erat oſtendendum. Nullam equidem excuſationem habere poterit, niſi dixerit, non prius Solem matutinū Crepuſculum inchoare, quàm radius centri in ſphæram vaporum incidens, reflexionem efficiat, quaſi verò alij radij aërem illuminare non poſſent, cuius contrarium Vitellio concludit libro. 2. propoſitione 17. ex vmbrarum ratione,

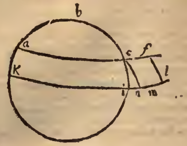
atq;

atq; idem Cardanus in eodem 4. libro oſtendit, ex toto Sole vndequaque radios prodire, argumento ſumpto ex deliquijs: pars enim (inquit) quæ centro Solis oppoſita eſt, occupatur à Luna, & tum aer & parietes illuminantur. Præterea ſi radius centri eſt qui reflexionem efficere poteſt, non alius: veſperi igitur centro Solis in horizonte conſtituto, initium erit Crepuſculi veſpertini, at non erit niſi cum primum Solare corpus ſub horizonte conditum fuerit, antea enim primario lumine, ideſt radijs directis nos illuſtrabat, & propterea in initio crepuſculi matutini cum illuceſcit, alij radij ſunt, qui luminis reflexionem efficiunt, non centrales.

Putat præterea Cardanus (quantum ex ijs quæ ſcribit intelligere poſſum) arcum occultationis Solis ſub horizonte in circulo altitudinis, æqualem eſſe arcui diſtantiæ ipſius à pũcto exortiuo: quando Sol ſub æquinoctiali decurrit. Solem enim Crepuſculum inchoare (ait) partibus 19. ante ortum, hora fermè & quarta ante Solis ipſius aſcẽſum, & ſi ad ſũmũ (inquit) deducatur Crepuſculum, vt per duas horas ante diem fiat, erit angulus occultationis ſolis partium 60. in circumferentia. Quare ſi in circumferentia partes habet 60. in centro igitur 30. & proinde arcus occultationis in circulo altitudinis æqualis erit arcui longitudinis Crepuſculi in æquinoctiali. Quod quidem ijs duntaxat accidere oſtẽdemus, qui ſub æquinoctiali degũt, eiſdemq; ipſa tantum æquinoctij die, vt pote quibus circulus æquinoctialis eadem die altitudinis circulus fiat. Eſto enim in mundo circulus a b e horizon, b e d meridianus, æquinoctialis a c f punctum e, ſit verticale eorum qui extra æquinoctialem poſiti ſunt, conſtituatur ſol in f puncto æquinoctialis ſub horizonte, in initio crepuſculi matutini, circulus verticalis eſto e g f cuius quidem e g quadrans, ſed g f arcus occultationis Solis. Dico quòd maior eſt c f quàm g f. Angulus enim c g f trianguli c f g rectus eſt, & angulus g c f complementi altitudinis poli acutus: igitur maior eſt arcus c f ipſo g f. Sed eſto circulus a c f non æquinoctialis, ſed ei æquidiſtans. Dico rurſus quòd minor eſt arcus g f quàm arcus æquinoctialis proportionalis ipſi f c cum eodem aſcendens. Scribatur enim per duo puncta c & f maximus circulus, cuius ſegmentum inter ipſa c & f puncta ſit c h f, & quoniam arcus f g minor eſt quadrante, gradus enim cõtinet 19. occultationis Solis ſub horizonte, in initio crepuſculi matutini, angulus igitur ei oppoſitus quem c g ad punctum e, efficit cum arcu c h f acutus eſt, & propterea in triangulo rectangulo c f g, ex ſegmentis maximorum circulorum conſtituto, latus f g minus erit ipſo c h f. At maior eſt eodem c h f æquinoctialis arcus, qui cum arcu c f æquidiſtantis circuli ſimul aſcendit, ei proportionalis exiſtens. Igitur minor eſt arc⁹ f g, occultationis Solis in circulo altitudinis, quam arcus æquinoctialis qui ab initio crepuſculi matutini vſq; ad ortum Solis aſcendit. Idem etiam accidere demonſtrare poteris eademq; arte, ijs qui ſub æquinoctiali degunt, cum Sol extra ipſum æquinoctialẽ fuerit conſtitutus.

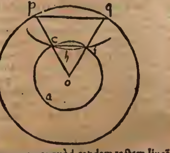
Duo autem quæ ſumpſimus ſtatim demonſtrabimus, primum, quòd arcus c f æquidiſtantis circuli cum arcu æquinoctialis ſibi proportionali qui ad horizontis ſectionem terminatur, ſimul aſcendat. Eſto enim æquinoctialis circuli k i l, arcus i m proportionalis ipſi c f, & veniant per c & f meridiani, quorum ſegmenta inter ipſa c f puncta & æquinoctialem, ſint c n & f l: proportionalis igitur erit arcus n l ipſi c f, per 14. propoſitionem ſecundi libri Theodoſij. At proportionalis eſt etiam arcus i m, eidem c f per hypotheſim, æquales igitur erunt inter ſe duo arcus i m & n l, & quia motus æquinoctialis omni tẽpore æqualis eſt, mota igitur ſphæra,





cum l fuerit vbi n.erit m vbi i;at cum l fuerit vbi n meridianus f l,poſitionem habebit c n, & erit f vbi c.igitur cum m.fuerit vbi i erit f vbi c, & proinde æquinoctialis arcus terminum habens a d i,horizontis ſectionem,ipſi c f proportionalis,cum eo ſimul aſcendit;quod erat oſtendendum.

Aliud præterea quod ſumpſimus demonſtrabimus,arcū videlicet æquinoctialis ipſi c f proportionalem arcu c h f maiorem eſſe. In plano enim circuli a c f,cuius centrum ſit o circulus maximus ſcribatur per c & f, cuius arcus inter eadem puncta c & f,dicatur(vt antea) c h f i æquales ſunt enim quanquam in diuerſis planis



exiſtant,propterea quòd eandem rectam lineā ſubtenſam habent,& productis o c & o f, rectis lineis ad menſuram ſemidiametri maximi circuli,quæ quidem ſit o p vel o q. ipſo interuallo ó p aut o q,ſuper o cētro,circulus maximus deſcribatur p q r. Quapropter deſcriptus circulus vicem geret æquinoctialis,cuius quidem arcus p q,ſimilis erit proportionaliſue ipſi arcui c f minoris circuli,per vltimam difinitionem libri 3.Euclidis. Connectatur autem c f & p q rectæ lineæ,& erit idcirco p q maior ipſa c f. in ſimilibus triangulis rectilineis o p q & o c f,arcus igitur p q maior erit arcu c h f,quod erat oſtendēdum.

¶ *De diſtantia polaris ſtellæ à polo mundi arctico,& de eius vero loco. Modus etiā examinatur,quo nautæ vtuntur ad inueniendum altitudinem poli ſupra horizontem per ſtellas minoris vrſæ.*

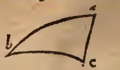
Capit.7.

EAM ſtellam quæ in extremitate caudæ minoris vrſæ poſita eſt, idcirco polarem eſſe dicunt, quia eſt noſtro tempore arctico polo viciniſsima: tribus enim tantū gradibus cum minu. 30. ab eodem polo diſtare noſtræ ætatis nautæ affirmāt. Sed ſi verus eſt ſtellarum fixarum motus, Ioānis Verneri calculo repertus per tabulas Alphonſi quatuor gradus continet ea diſtantia cū minu,ferè 9. noſtro tempore ideſt anno 1500. At ſi ſentētiam Albategnij recipiamus,aliquāto minorem prædictam diſtātiam pones, quam ſi ſequaris Alphonſum,futurum tamen aliquando,vt dimidia circiter parte vnius gradus recedat eadem ſtella ab ipſo mundi polo,quando videlicet Geminorum ſignum in quo modo eſt abſoluerit.Eſt enim eius latitudo graduum 66. minima videlicet reliquarum omnium eiuſdē imaginis,diſtantia igitur à polo zodiaci Boreali graduum 24. maxima.Quapropter non immerito Marinus ex Hipparcho (Ptolemæo id referēre cap.7. primi libri Geographiæ) ipſam ſtellam vltimam caudæ Auſtraliſsimam eſſe dixit,cum præſertim ea ætate diſtantiſsima etiā eſſet à mūdi polo,gradibus nempe diſtabat duodecim cum duabus quintis, quamuis modò ſit propinquiſsima. Quod non aduertentes quidā Ptolemæi interpretes Borealiſsimam verterūt, Græco etiam codice reclamante. In Verneri tamen tralatione,& Bilibaldi priore editione Auſtraliſsimam reperies. Eſt præterea in eodem loco aliud inſigne erratū omnium interpretum, quòd pro quingentis ſtadijs, quinq; millia & quingenta poſuerunt. Hoc autem vt facilius intelligas, ſenſum authoris explicabo. Sub æquinoctiali (inquit) circulo habitantibus, omnia ſidera oriuntur,& occidunt,inde verò progredientibus verſus polum mundi arcticum, quædam ſidera minoris vrſæ ſine occaſu relinquuntur ſupra horizontem,ſed non tota imago,donec peruentum fuerit ad loca Ocele Borealiora, quingentis ſtadijs. In eis enim iam tota minor vrſa, eaq; ſola,primum ſupra horizontem apparebit ſine ortu atque occaſu, vltima verò caudæ horizontem tangere videbitur. Quoniam enim in Ocele polus Boræus eleuatur ſupra horizontē gradibus vndecim,cum duabus quintis, quingentis igitur ſtadijs ideſt gradu vno vltra Ocelem,eleuabitur idem polus gradibus duodecim cum duabus quintis. Et quia tantam inuenit

Hipp.

Hipp. diſtantiam extremæ caudæ vrſæ minoris ab ipſo polo: circulum igitur integrum conficiet ipſa vltima caudæ ſupra horizõtem, quẽ tamen in vno puncto contingere neceſſe eſt. Erat autem eadem ſtella tempore Hipp. omnium aliarum eiuſdem imaginis ab ipſo mundi polo diſtantiſsima: tota igitur imago primum ſupra horizontem ſine occaſu relinquebatur in ipſis locis Ocẽle Borealioribus ſtadijs quingentis. Reliquis verò imaginibus illud nondum accidere poterat, quia diſtantiores ſunt à polo ipſa minore vrſa. Ex his igitur palàm eſt quinq; millia ſtadia ſuperaddita eſſe ab interpretibus Ptolemæi, neq; plura quàm quingenta in Græco codice reperiuntur.

Aduertendum eſt tamen, quòd poſita latitudine ipſius ſtellæ quæ vltima eſt caudæ minoris vrſæ Gr.66. quantam Hipparchus & Ptolemæus inuenerũt, poſita præterea diſtantia eiuſdem ab initio Cancri Gr.32.minu.30. Hipparchi tempore, tantam enim reperies ſi à decimo minuto primi gradus Geminorum in quo eadẽ ſtella erat tempore Ptolemæi Gr.2.minu. 40. retrò numeraueris, quibus fixa ſidera progreſſa fuerant ab Hipparcho ad Ptolemæum, impoſsibile eſt his poſitis ipſius ſtellæ diſtantiam à polo mundi Hipparchi tempore fuiſſe graduum duodecim cum duabus quintis, idq; etiam ſi aliam putes fuiſſe maximam Solis declinationẽ, quàm ipſi poſuerunt. In triangulo enim ſphærico a b c, ex ſegmentis maximorum circulorũ



conſtituto, ſit a polus zodiaci Boreꝰ, b verò ea ſtella quę in extremo caudę eſt, arcus a b Gr.24. angulus a, Gr.32. minu.30. arcus autem b c, rectus ſit ad a c Colurum ſolſtitiorum: erit igitur idem arcus b c, breuiſsima diſtantia ſtellæ b ab ipſo Coluro. graduumq; inuentus erit duodecim cum minutis triginta ſeptem. Quapropter ab alio quouis pũcto eiuſdem Coluri, vel ſupra c vel infra idem c, maiori adhuc arcu diſtabit eadem ſtella, quàm Gr.12.minu.37. Iam verò ſi in triangulo d e f, ſit d zodiaci polus, f verò polus mundi, arcus d f polorum diſtantia Gr.23.minu. 51. quantam inuenit Hipparchus, quod teſtatur Ptolemæꝰ ſeruato angulo d, graduum 32.min.30. ſi ſit d e, arcus maximi circuli venientis per polum zo-



diaci & ſtellam: arcus autẽ e f ad rectos angulos incidat ſuper d e, erit arcus e f breuiſsima diſtãtia poli mũdi à circulo d e, graduumq; inuentus erit 12.min. 53. Et propterea ſi ipſam ſtellã poſueris aut ſupra e, aut infra e maiori adhuc diſtãtia recedet à polo mundi Boreali, quàm Gr.12.min.53. In priori autem habitudine ſi ponas punctum c polum mundi Borealem, multo minor relinquetur polorum diſtantia gradibus 23.min.51. In poſteriori verò ſi ipſam ſtellã poſueris in e, multo minorem reperies arcum d e, gradibus vigintiquatuor. Quod ſi velis vtramq; diſtãtiam variare, maximam videlicet Solis declinationẽ & complementum latitudinis ſtellæ, vt arcus e f aut b c graduum 12.min.24. relinquatur, multo minorem oportebit ponere maximam Solis declinationem, & complementum latitudinis eiuſdem ſtellæ etiã minus erit quàm poſuerint Hipparchus & Ptolemæus. Et proptereà niſi diſtantia ipſius ſtellæ ab initio Cancri corripiatur, ideſt niſi minorem ponas angulum d, quàm graduum 32.minu.30. illa omnia ſimul ſtare nõ poterunt. Ponemus igitur diſtantiã ſtellæ à polo æquinoctialis graduum duodecim cum duabus quintis, maximam verò Solis declinationẽ Gr.23.minu.51. complemẽtum latitudinis ſtellæ graduum 24. nam tria hæc ita poſita ſunt ab Hipp. & per ſextam propoſitionem noſtri libri Crepuſculorum reperietur angulus d, diſtantię extremæ caudæ vrſæ minoris à principio Cancri graduum 30.minu.53. Erat igitur Hipparchi tempore eadem ſtella in Gr. 29. m̃. 7. ſignĩ Tauri. Additis autem Gr.2.minu. 40. quibus ſtellæ fixæ progreſſæ fuerunt in annis 265. vſq; ad tempus Ptolemæi, locus igitur ipſius ſtellæ fuit tempore Ptolemæi, gradus vnus minu. 47. Geminorum. In ſeptimo tamen libro magnæ compoſitionis aſtrorum poſita eſt eadem ſtella in decimo minuto primi gradus eiuſdem ſigni: differentia igitur gradus vnus cum minutis triginta ſeptem. Quare ſi res ita ſe habeat, memorata ſtella vlterius progreſſa eſt quàm Aſtronomorum calculus oſtẽdat ipſa differentia vnius gradus minu.37. omnium enim ſupputatio numeros Ptolem. ſupponit, & proinde polo arctico propinquior eſt noſtra ætate, quàm ipſi putant. Poſſet autem huiuſmodi ambiguitas ſtatim diſſolui, ſi obſeruaretur eadem ſtella quando

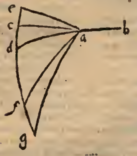
do maximam habet altitudinem, & quando minimam, aut ſi vel ſola maxima, vel ſola minima capiatur, eleuatione tamen poli ſupra horizontem præcognita, ex obſeruationibus Solis meridiano tempore. Quanquam verò exiguus error in declinatione partiũ eclipticæ circa puncta tropica, magnam efficiat in longitudine varietatem, id tamen locum habere nõ poteſt in ſtellis magnam habentibus latitudinem. Si enim prædictæ ſtellæ diſtantiam à principio Cancri graduum. poſueris 32. min. 30. Hipparchi tempore, quòd neceſſario facies ſi calculo Ptolemæi vſus fueris, haud minorem tamen reperies eius diſtantiam à polo mũdi Boreali gradibus tredecim cum duobus inſuper minutis. Differentia igitur à gradibus 12. minu. 24. minutorum relinquitur triginta & octo, quæ vni gradui cum minutis 37. differentiæ longitudinis inter Gr. 30. min. 53. & Gr. 32. mi. 30. reſpondent. Ita denique declinationis differentia longitudinis differẽtiæ duas quintas ferè partes cõprehendit, & ab Hipparchi temporibus ad noſtram vſq; ætatem eandem quoque ferè ſeruat proportionem declinationis differentia ad longitudinis differentiam, & in poſterum perpetuò ſeruabit, donec attingat pũctum polo viciniſsimum. Aliud tamen putat Auguſtinus Ricius, qui aduerſus Ptolemæum contendit, ex declinationibus ſtellarum ab æquinoctiali certas longitudines deprehendi non poſſe: quia minima (inquit) declinationis particula magnã, notatuq; dignam in longitudine varietatem efficit, quod non eſt omnino verum. Minus autem probabile erraſſe Ptolemæũ gradu vno minutis ſex in locis ſolis & lunæ, & ſtellarum fixarum, quod conatus eſt oſtẽdere idẽ Auguſtinus leui admodum atq; fallaci argumẽto, cuius ſumma hæc eſt. Ptolemæus (inquit) motum ſolis tardiorem eſſe credidit, quàm ipſa poſtea experientia patefecit. Anni enim quantitatem poſuit 365. dies & quartam, minus 300. parte diei. Poſteriores verò ſicut Alphonſus, & alij, certius, eundẽ dierum numerum cum quarta minus 130. parte diei. Differentia igitur motuum inter calculũ Ptolemæi & Alphõſi (ſi rectè numeraueris) erit in annis 265. gradus vnus, minuta ſex. Quoniã verò nullus modus certior eſſe poteſt, quo ſtellarum fixarum motus cognoſcantur, quàm ex coniunctione Lunæ cum aliqua ſtellarum fixarum, vel ex diſtãtia inter Lunam & ſtellam inſtrumentis comprehenſa, nam ex loco Lunæ locus ſtellæ innoteſcet, ea enim arte Ptolemæus, deprehendit locum ſtellæ cordis Leonis in medio tertij gradus Leonis, vbi igitur erratum fuerit in loco Lunæ, illic etiã errabitur in loco obſeruatæ ſtellæ. Quantus autem fuerit lapſus in loco Solis, tantus erit in loco Lunæ, eius enim locus non niſi ex diſtantia ipſius à Sole deprehẽdi potuit. Ptolemæus igitur quoniam in 265. annis quib' ipſe Hipparcho fuit poſterior in loco Solis Gr. 1. minu. 6. errauit, in motu ſtellarũ fixarum tantundem erroris commiſit. At huius argumentationis ſolutio eſt, quòd Ptolemæus diligentiſsime obſeruauit ingreſſus Solis in æquinoctialia puncta, cuius obſeruationes & radices motuum niſi veteres ſupponerent recentiores, certam anni quantitatem ſtatuere non poſſent. Inſtrumentorum igitur adminiculo exquiſitiſsimè inuenit tempus quo Sol occupabat principium Libræ. Et quoniam eiſdem ferme temporibus ſtellarum fixarum conſiderationes ab eo factæ fuerunt: quamuis igitur motum Solis paulò tardiorem crediderit, quàm iuniores poſuerunt, non potuit idcirco in paucis illis annis & à radice parum diſtãtibus, motum Solis ſupputando, errore ſenſibili labi. Hæc autem vt lucidius conſtent obſeruationem factã à Ptolemæo circa ſtellam cordis Leonis referemus, quod & ipſe Auguſtinus facit. Anno ſecũdo Antonini die nono mẽſis Pharmoti Aegyptiorum in Alexandria Sole occidẽte horis quinque mi. 30. poſt meridiem, conſiderauit Solem & Lunam per inſtrumentum, & diſtãtia Lunæ à Sole viſa fuit Gr. 92. mi. 7. ſe. 30. Poſt mediam verò horam cum iam occubuiſſet, ſtellã quæ in corde Leonis eſt diſtare à Luna perſpexit Gr. 57. mi. 10. ad ſucceſsionem ſignorum, in circulo per medium ſigniferi ducto. Erat autẽ ſol in Gr. 3. mi. 3. ferè ſigni Piſcium. Quapropter videbatur Luna in Gr. 5. mi. 10. ferè Geminorũ. Additis igitur 15. min. propter eius motũ in dimidio horæ, & detractis quinque propter aſpectus diuerſitatem, relinquitur tandem ipſius Lunæ locus in Gr. 5. min. 20. Geminorum, quando Sol iam erat ſub horizonte. Stella igitur cordis Leonis quia tunc diſtabat à Luna, Gr. 57. minu. 10. ad ſucceſsionem ſignorum, gradus duos minu. 30. Leonis obtinebat. At Auguſtinus contendit Solem tunc fuiſſe in Gr. 4. min. 9. Piſcium, Lunam verò iuxta prædictam à Sole diſtantiã in Gr. 6. minu. 26. Geminorum, & cor Leonis in Gr. 3. minu. 36. Leonis, vno enim gradu & ſex minutis affirmat Solem eo tẽpore vlterius fuiſſe progreſſum. Cæterùm nos apertiſsimè

oſtēdemus locum Solis repertum à Prolemæo, iſtius obſeruationis tempore, verè deprehēſum eſſe, quod ex aliis & diligentiſsimis ab eo factis obſeruationibus ita conſtabit. Inter alias æqui noctiorum obſeruationes exquiſitiſsimā feciſſe (ait) in Autumno anno 17. Adriani. 7. die mēſis Athir, ſecundum Aegyptios, poſt meridiem duabus proximè horis æqualibus, Colligit autē à prima die primi anni regni Nabonaſaris vſq; ad expoſitum Autumnale æquinoctium annos Aegyptios 879. & dies 66. & æquales horas. 2. Et quoniam ſecundo Antonini anno fluxerāt anni Aegyptij 885. poſt initiū regni Nabonaſaris, quod in quinto libro ait: fuerunt igitur à regno Nabonaſaris, vſque ad ſupradictum tēpus conſiderationis ſtellæ cordis Leonis anni Aegyptij 885. dies 218. horæ 5. cum ſemiſſe. A quib⁹ ſi detraxeris ānos 879. dies 66. horas 2. relinquētur anni 6. dies 152. horæ 3. cum ſemiſſe quibus poſterior fuit obſeruatio ſtellæ cordis Leonis obſeruatione æquinoctij. Si igitur ad id tēporis ſpatium, medium motum Solis ſupputaueris per tabulas Ptolemæi, reperies vltra integras reuolutiones ſolem perambulaſſe Gr. 148. min. 30. & quoniam tempore æquinoctij illius Autumnalis diſtabat ſol ab auge ſecundum medium motum Gr. 116. minu. 40. erat enim aux in Gr. 5. minu. 30. Geminorum: & differentia veri motus & medij Gr. 2. min. 10. igitur ſecundo Antonini anno quando ſtella cordis Leonis obſeruabatur, diſtabat ſol ab auge ſecundum medium motum Gr. 265. minu. 10. quibus addendi ſunt Gr. 2. min. 23. æquationis, ſiue differentiæ, & conſtabitur arcus graduum 267. min. 33. veri motus initium ſumens ab auge. Erat igitur ſol in Gr. 3. minu. 3. ſigni Piſcium, in quo etiam loco inuentus fuit à Ptolemæo ipſo tempore obſeruationis. Sed ſi per tabulas Alphonſi mediū motum Solis ſupputaueris ad annos ſex & dies 152. & horas 3. cum ſemiſſe, qui interceſſerūt inter illas dnas obſeruationes, reperies Gr. 148. minu. 31. ſe. 40. antea verò per tabulas Ptolemæi, reperti fuerunt Gr. 148. minu. 30. differentia igitur minu. 1. ſe. 40 Et idcirco ſol ſecundū calculū Alphonſi reperiri debuit in Gr. 3. min. 4. ſe. 40. Piſcium, Luna ſimiliter & ſtella cordis Leonis vlterius progreſſæ erant. 1. minu. 40. ſe. non gradu vno min. ſex, vt Auguſtinus Ricius. Idem rurſus alio modo oſtendi poteſt. Secūdus annus Antonini fuit 462. à morte Alexandri, quod ex capite ſecundo liquet 3. libri magnæ compoſitionis Ptolemæi: quādo igitur ſtellam cordis Leonis obſeruabat, erant à morte Alexandri anni Aegyptij 461. dies 218. horæ 5. cum ſemiſſe: fuit autem obſeruatio illa quam commemorauimus Autumnalis æquinoctij, poſt annos à morte Alexandri 455. dies 66. & horas 2. quemadmodum colligitur ex 8. cap. ipſius 3. libri. Idcirco ſi minor numerus à maiore ſubducatur, adhuc relinquētur anni ſex, dies 152. & horæ 3. cum ſemiſſe, & propterea idem habebitur locus ſolis, ſicut in priori exemplo. Hæc autem congruere reperies cum exactiſsima alia obſeruatione, quam Ptolemæus fecit æquinoctij Autumnalis, nona die menſis Athir, poſt vnam proximè horam à Solis ortu. 3. Antonini anno 463. à morte Alexandri. Erant enim elapſi anni 462. dies 67. horæ 19. Differētia igitur inter ſupradictum tempus obſeruationis factæ circa ſtellam cordis Leonis, & iſtud Autūnale æquinoctium, dies 214. & horæ 13. cum ſemiſſe, medius motus ſolis in eo tempore per tabulas Ptolemæi Gr. 211. minu. 29. quibus addemus Gr. 148. minu. 30. medium nempe motum inter primam obſeruationem Autūnalis æquinoctij, & tempus quo ſtellæ cordis Leonis conſiderationem fecit, & conſtabuntur Gra. 359. minu. 59. Ad completas igitur ſolis reuolutiones inter duo prædicta æquinoctia tantum deeſt vnum minutū. Et proinde quadrant examuſsim obſeruationes Ptolemæi, cum loco ſolis ab eo reperto. Sed ſi iam velis per tabulas Ptolemæi, verum locum Solis inuenire ad ſecundum annum Antonini, nonamq; diem menſis Phar, & horas 5. cum ſemiſſe poſt meridiem, ſupra radicem Nabonaſaris, & ab initio annorū eius computando ſecundum ſignorum ſucceſſionem, vſque ad expoſitum tempus, in eūdem prorſus locum incides, nempe Gr. 3. min. 3. ſigni Piſcium. Nam tametſi Ptolemæus, tardiorem poſuerit Solis motum, quàm repert⁹ eſt à iunioribus, & ob id vera eſſe non poſsit radix illa, quam à 17. anno Adriani, Autumnaliq; æquinoctio, per partes circuli ſignorum retrocedendo, in mi. 45. primi gradus Piſcium collocauit, ad initiū regni Nabonaſaris, ſitq; inſignis lapſus: certum eſt tamen, quod ſi eidē radici æqualem motum adiunxeris, ipſi temporum differētiæ reſpondentem, in eundem rurſus locum zodiaci incides, quem ab auge diſtare reperit Gr. 116. min. 40. Hinc verò progrediēdo, & per eaſdem tabulas æqualem motum computando ad ſecundum Antonini annū, & ad ipſam diem atque horam obſeruationis cordis Leonis, verum

lo-

locum iterũ reperies Gr.3.min.3.ſigni Piſciũ. Sed quod totam controuerſiam dirimit, Ptolemæus non numeratione, ſed inſtrumento & obſeruatione locum Solis inuenit ad id tempus, & idcirco vltra Gr.3.adiecit min.3. propter aſpectus diuerſitatem, quæ non erat negligẽda apud horizontem. Potuit enim diſtãtiam Solis à meridiano per gradus horizõtis, ex vmbra gnomonis deprehendere, ſimul & diſtantiam à verticali puncto. Altitudinem verò poli in Alexãdria cognitam habebat, & idcirco in ſphærico triãgulo ex duobus lateribus, & angulo eiſdẽ comprehenſo cognitis, tertium latus & reliqui anguli innoteſcunt. Sic igitur diſtantia Solis à meridiano per gradus æquinoctialis, & declinatio ad idẽ tẽpus ignorari nõ poſſunt. Ex declinatione verò locũ ſolis inuenire facile erat: ſed ſolo armillarũ inſtrumento oĩa hæc cognoſcere potuit, abſq; numerorũ ductionibus & diuiſionibus. Quoniam verò inter ipſas duas obſeruationes Autumnalis æquinoctij (quemadmodum ex ijs quæ adduximus apertiſsimè liquet) interceſſerunt anni ſeptem Aegyptij, dies vna, & horæ 17. ad quod quidem tempus ſi iterum atque iterũ æqualẽ motũ Solis per tabulas Ptolemæi ſupputaueris, vnum tantum minutum ad exactas circulationes deeſſe reperies. Incõſiderate igitur Hieronymus Cardanus in libello de Tẽporum reſtitutione ſcripſit, octo præciſe ſolaribus annis non Aegyptijs, vnam ab alia diſtare. Cum enim priorem obſeruationem factam colligiſſet ex octauo cap.3. libri annis Aegyptijs à morte Alexãdri 455. diebus 66. & horis 2. id eſt ſeptima die menſis Athir hora ſecunda, quoniã poſterior fuit anno 463. à morte Alexandri nona die eiuſdem menſis, minorem igitur numerum annorum ſubtraxit à maiori, & quoniam relinquuntur octo, putauit idcirco octo Aegyptios annos interceſsiſſe, ex quibus vna cum duobus diebus differentiæ inter ſeptimam & nonã diem menſis Athir, octo anni ſolares ſiue Romani reſtituerẽtur. Non aduertit autem quòd quãdo prior obſeruatio facta fuit, elapſi erant a morte Alexandri 455. & annus agebatur 456. ſed quando poſterior, annus agebatur 463. & elapſi erant 462. ſic igitur ſeptem anni relinquuntur differẽtiæ. Sed neq; ſi octo anni interceſsiſſent, ſolares poterant eſſe, quia non poſſet fieri reditus in annis octo à ſecunda hora poſt meridiem, ad horam vnam poſt ortum ſolis. Quod cum ipſe animaduerteret, ſupponam⁹ (inquit) obſeruationes illas quantum ad horas exactas nõn fuiſſe, nõn enim fieri potuit, vt intra ſpatium octo annorum, ſecunda obſeruatio primã horis ſeptem præceſsiſſet. Sed mirum quòd Ptolemæus, vtramq; obſeruationem exactiſsimam prædicet, tanto reperto lapſu in octo annis. Videat igitur Cardanus quomodo ea quæ infert concludi poſsint, & nos vnde digreſsi ſumus reuertamur.

Animaduertendum eſt igitur quòd quemadmodum ex cognita altitudine poli ſupra horizontem, cuiuſuis ſtellæ in meridiano exiſtẽtis declinatio patefit, ita viciſsim ex declinatione ſtellæ altitudo poli innoteſcit. Cæterùm nautæ quoniam paucas admodum ſtellas cognitas habent, per eam tantum quæ eſt in extremitate caudæ minoris vrſæ, & duas poſtremas lateris quadrilateri eiuſdem imaginis, quæ in tota fermè plaga hac Boreali tota nocte cõſpicuæ ſunt, altitudinem poli arctici inquirunt. Et quia non qualibet nocte eædem ſtellæ ad meridianũ perueniunt, quoſdam propterea canones habent, quos ab aliquo fortaſſe imperito Mathematico acceperunt, ex quibus eliciunt quantum polaris ſtellæ altitudo, in quolibet ipſius ſitu, maior ſit, aut minor poli Borealis eleuatione. Sic igitur quauis nocte, non ſemel tantum, ſed ſæpius, ex explorata polaris ſtellæ altitudine, & cognita diſtantia eiuſdem à ſitu meridiani poli eleuationem manifeſtam fieri putant: falluntur tamẽ ſæpiſsimè. Nam cum ſtella extra meridianum poſita eſt, non vna atq; eadem differẽtia in omni horizonte depreſsior eſt, aut eleuatior. Eſto enim meridiani ſegmentum d g quadrante minus, in quo d polus mundi arcticus, g verò verticale punctum vnius loci: ducatur autem à pũcto d arcus circuli maximi d b, ad rectos angulos in ipſum d g, & ponatur polaris ſtella in ſitu a inter d & b. præterea maximo circulo ſcripto per a & g, ſuper horizontis polo g, interuallo verò a g, circulus deſcribatur in ſphæræ ſuperficie, meridianum ſecans in c, erit igitur d g, complemen



mentum altitudinis poli, a g verò complementum altitudinis ſtellæ a: quare d c, differētia erit altitudinis poli d, & altitudinis ipſius ſtellæ polaris a: quam quidem differentiam oſtendemus in omni horizōte neceſſariò variari. Eſto enim f verticale punctum alterius loci inter g, & eundem polum & ſcripto maximo circulo per a & f ſuper f polo horizōtis, interuallo a f circulus ſcribatur a e. Erit igitur arcus d e, differentia altitudinis poli & altitudinis ſtellæ polaris a. Maior eſt autem d e ipſa d c, quamuis igitur idem ſit ſtellarum ſitus, eademq; ſeruetur habitudo ad ſitum meridiani, non ſeruabitur tamen eadē differentia altitudinis poli & ſtellæ polaris in omni climate, quod oſtendere volumus. Quòd autem punctum e longius diſtet à polo d quam c, ex eo liquet, quòd duo arcus a f & f g, ſimul accepti maiores ſunt ipſo a g, & propterea e f & f g, maiores erunt quàm c g. Detracto igitur communi f g, maior relinquetur e f quam c f, & idcirco punctum e longius diſtabit à polo d quam c, quod erat in demonſtratione aſſumptū. Certiorem igitur modum inferius trademus, quo poſſimus, quo libuerit tempore altitudinem poli inuenire.

De inuenienda altitudine poli per meridianas altitudines Solis & ſtellarum fixarum. *Cap. 8.*

CAnones quibus nautæ vti ſolent ad inueniendum meridiano tempore poli altitudinem ſupra horizontem, clarius & certius in hunc modū perſtrinximus. Declinatio quam Sol habet ipſa conſiderationis die, auferatur ex quadrante, ſi Borealis reperta fuerit, eidem verò adiungatur ſi Auſtralis, numerus enim qui vel detractione relictus fuerit, vel additione conflatus, diſtantia erit Solis à polo mundi arctico. Tum verò eadem obſeruationis die vel per Aſtrolabium, vel quoduis aliud inſtrumentum ad id aptum minimam diſtantiam Solis à verticali puncto explorabis, quam ex inuenta Solis diſtantia à polo arctico auferes, ſi verticale punctum inter Solem & ipſum arcticum polum poſitum fuerit: addes autem, ſi Sol inter eundem polum & verticale pūctum conſtitutus reperiatur: nam numerus graduum & minutorum qui huiuſmodi detractione, aut additione prodierit, diſtantia erit verticalis puncti à polo mūdi arctico, ex qua ſtatim innoteſcet loci latitudo, cui æqualis eſt altitudo manifeſti poli ſupra horizontē. Etenim ſi eiuſmodi diſtantia quadranti æqualis reperta fuerit, erit verticale pūctum in æquinoctiali circulo. Si inæqualis, differētia eius à quadrante erit loci latitudo, Borealis quidem, ſi inuenta diſtātia minor fuerit quadrāte, Auſtralis verò ſi maior. Quò nam autē modo cognoſcere poſſis, ſitnè Sol inter polum mundi arcticum & verticale punctum, an è contrario verticale pūctum inter Solem & eundem polum, difficile tibi non erit. Nam ſi conuerſa facie ad Solem ipſo obſeruationis tempore, quando viciniſſimus eſt verticali puncto, videris eum cum mundo circumuolui à ſiniſtra in dextram, certum habebis verticale punctum poſitum eſſe inter ipſum Solem & arcticum polum. Sed ſi à dextra in ſiniſtram, Solem igitur inter verticale punctum & eundē polum arcticum conſtitutum eſſe non dubitabis. Nautæ verò idem cognoſcunt ex vmbris, & nautico inſtrumento. Sed modus noſter ſimplicior eſt, & facilior, ac nullius inſtrumenti egens. Id porrò relinquebatur dicēdum, ſi Sol ſupra verticem repertus fuerit, qualis quantaq; fuerit ipſius Solis declinatio, talis atq; tāta erit loci latitudo. Aduertendum eſt præterea quòd in locis Borealiſſimis, quæ inter polum mundi arcticum & circulum à zodiaci polo motu diurno deſcriptum, poſita ſunt, cum Sol eſt in ſignis Borealibus, dies aliquot neque oritur, neq; occidit, ſed intra quatuor & viginti horas duas altitudines meridianas habet, alterā maximam, alteram minimam: poteris igitur nō ſolum per maximam, quemadmodum dictum eſt, loci latitudinem inuenire, ſed etiam per minimā, alio tamen modo. Diſtantiam enim Solis à polo auferes à maxima diſtantia inter punctum verticale & Solem, id eſt à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur arcus diſtātiæ inter ipſum verticale punctum & eundem mūdi polū; & propterea loci latitudo ignorari nō poterit. Similiter operandum eſt in locis Auſtraliſſimis inter circulum alium à zodiaci polo deſcriptū & Auſtralem polum poſitis. Diſtantiam namq; Solis ab ipſo Auſtrali mundi polo auferes à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur diſtantia inter verticale punctum & eundē Auſtralem polum. Vbicunq; autem acciderit,

per

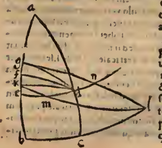
per aliquod temporis ſpatium altitudinem Solis ſupra horizontem nec augeri, neq; minui: ſcito polum mundi ſupra verticem eſſe. Horũ demonſtrationes facillimæ ſunt: ex communibus enim ſententijs quæcunq; hoc in loco tradidimus, ſtatim concludi poterunt. Diuerſitatem aſpectus Solis in circulo altitudinis in huiuſmodi obſeruationibus negligendam cenſemus. Et eadem prorſus arte, qua per altitudines Solis meridianas ſiue maximas, ſiue minimas, altitudo poli ſupra horizontem (quẽadmodum docuimus) inuenitur, poteris etiam nocturno tempore, per altitudines ſtellarum meridianas ipſam poli eleuationem deprehendere. Nam idem eſt omnino modus, & eadem operandi ratio.

¶ *De inuenienda loci latitudine per radiũ meridianum antiquus canon noſter. Cap. 9.*

OBſeruabimus ſolem quando maximam altitudinem ſupra horizontem habuerit, quod quidem faciemus meridiano tempore. Tum verò ſi vmbræ corporum rectorum ſupra planum horizontis, ad eandem partem proiectę fuerint, ad quam ſol declinauerit ipſa cõſiderationis die: complementum igitur maximæ altitudinis declinationi adiungemus, & conflabitur numerus graduum & minutorum latitudinis loci, eiuſdẽ nominis aut Borealis, aut Auſtralis, cum declinatione ſolis. Sed ſi umbræ ad oppoſitam partem proijciantur, tunc conferenda erit declinatio ſolis cum complemẽto maximæ altitudinis ipſius. Quod ſi æqualia inuenta fuerint, vertex loci ſub æquinoctiali circulo erit. At ſi inæqualia, minus à maiori auferatur, & relinquetur loci latitudo, eiuſdem nominis cum declinatione, ſi ipſa declinatio maior reperta fuerit, oppoſitæ tamen denominationis, ſi minor. Quando ſol declinatione caret, complementum maximæ altitudinis eſt ipſa loci latitudo, ſiue diſtantia verticis ab æquinoctiali circulo, & ad eam partem, ad quam proijciuntur vmbræ. Verum verò vmbræ ad ſeptentriones proijciantur, an potius ad Auſtrum, ex acu nautica cognoſces. Et quando deniq; ſol ſupra verticem fuerit, ipſa ſolis declinatio, ſi quam tunc habuerit, erit loci latitudo.

¶ *Examinatur modus Petri Appiani, quo in Coſmographia vſus eſt, ad inueniendum altitudinem poli omni die, per horam cognitam. Cap. 10.*

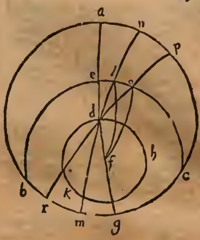
DOctrina illa Petri Appiani ad inueniendum altitudinẽ poli per horę cognitionem, nullũ vſum habere poteſt. Quicunq; enim altitudinẽ poli ignorauerit, horã quoque neceſſario ignorabit. Patet hoc intelligenti fabricas ſolarium horologiorũ, & Aſtrolabij vſum. Sed ſi iam per alia horologia aut mobilium rotarũ, aut fluentis arenæ, aut aquæ, tempus à meridie fluxum cognitum fuerit, conſequens eſt inſtãs meridiei ex radio ſolis exactè cognitum fuiſſe, & proinde latitudinem loci quæ quidem altitudini poli æqualis eſt, multò exactius per radium ſolis meridianum cognoſci potuiſſe, quẽadmodum in capite præcedẽti docuimus. Quin tametſi hora exactè cognita fuerit, gradus etiã ſolis cognitus, & altitudo eius ſupra horizontẽ deprehenſa, certiſſima tamen nos demõſtratione oſtendemus, nondum per tria hæc altitudinem poli in vniuerſum cognoſci poſſe. Eſto enim in mundo polus Boreus a. quadrans meridiani a b. quadrans circuli declinationis ſolis a c, declinatio ſolis arcus d c, ſol ipſe d. arcus b c, æquinoctialis circuli horas ante meridiem aut poſt meridiem oſtendat, ponaturq; is quadrãte minor, vt angulus a ſit acutus. Ducatur autẽ à puncto d maximi circuli arcus d f, ad rectos angulos in meridianum a b. Erit igitur arcus a d maior arcu a f, eſto autem d e ſegmentũ paralleli diurni inter meridiem & ſolem, & ſumatur inter e & f, punctum quoduis K &



& ſupra f, ſit punctum g: æquali diſtans interuallo à perpendiculari d f, vt ſit arcus f g æqualis arcui f K, & ſcribãtur per d & K, item per d & g maximi circuli. Manifeſtum itaq; eſt per ſimilem propoſitionem 4. primi Ele. Euclidis arcus d K & d g, inter ſe æquales eſſe. Quapropter ſi ſole ita conſtituto, verticale punctum vnius loci ponamus K, alterius verò loci nempe Borealioris ponamus g: æquales erunt Solis altitudines ſupra horizontem in vtroq; loco, & eadem erit hora, ſiue diſtantia à meridie, quam videlicet oſtendit arcus b c, diſtantiæ ſolis à meridiano per æquinoctialem: maior tamen erit latitudo b g latitudine b K, & idcirco poli altitudines inæquales. Et proinde incertũ erit vbi nam ſit verticale punctum illius loci in quo facta fuerit huiuſmodi obſeruatio, ſit ne in K vtrum in g. Quoniam verò interiores anguli ad g, & ad k æquales ſunt ad inuicem, & vterque acutus: tendit idcirco altitudinis circulus g d, in quadrantem horizontis Auſtralem, ſed K d in Borealẽ, æquali tamẽ receſſu à ſectione duorum horizõtum & æquinoctialis, in diuerſas partes. Quare ſi poſitio lineæ ortus & occaſus æquinoctialis, in horizontis plano examuſsim cognita fuerit, poteris ex vmbra ſolis ipſo obſeruationis tempore diſtantiam ipſius horizontalem cognoſcere, & idcirco vbi nam ſis patefiet. Cæterùm hoc ex poſitis non conſtat. Ioannes de Monteregio Proble. 19. tabulæ primi mobilis illa tria tãtum ſumit ad inueniendum diſtantiam ſolis horizõtalem à circulo verticali, & vno quidem ſyllogiſmo arcum patefacit d f, alio verò angulum f g d aut f K d, quem detrahit a Gr. 90. vt relinquatur diſtantia ſolis horizontalis à verticali circulo, qui per Oriens & Occidẽs æquinoctiale incedit. Cæterùm quoniam ex poſitis conſtare non poteſt, ſit ne inuenta diſtantia Borealis, an Auſtralis: vertice enim exiſtente in K Borealis eſt, at in g Auſtralis: iubet igitur vt per præcedens Proble. eiuſdem tabulæ primi mobilis, altitudo ſolis in circulo verticali reddatur nota. Nã ſi ea maior reperta fuerit propoſita ſolis altitudine, quam ſcilicet habet in d, memorata diſtãtia Borealis erit, ſed ſi minor, Auſtralis. Veniãt enim per g & K verticales g l & K l, ſecetq; verticalis k l parallelum à ſole deſcriptum in m: verticalis verò g l, eundem ſecet in n. Manifeſtum igitur eſt quod ſi ſol conſtituatur in d ante meridiem, & referatur ad verticale punctum g, maiorem altitudinem habebit ſupra eius horizontem, quam quando erat in n puncto verticalis circuli g l, & idcirco horizontalis diſtantia Auſtralis reperietur. Sed ſi referatur ad K minorem altitudinem habebit ſupra horizontem, quàm cum peruenerit ad punctum m: verticalis circuli K l, & diſtantia horizontalis Borealis erit. Et propterea ſi altitudo quam ſol habet in verticali circulo cognita fuerit, vtrum inuẽta ipſius ſolis diſtantia Borealis ſit, an Auſtralis ignorari non poterit. Cæterùm quoniã ad cognoſcendum quanta ſit ſolis altitudo in circulo verticali, altitudinem poli ſupra horizontẽ cognitam ſibi ſumit. Quatuor igitur ſupponit cognita, vt prædictam diſtantiam inueniat, altitudinem poli, ſolis declinationem, & altitudinẽ ipſius ſupra horizontem, atq; horam. Sat tamẽ fuerit tria tantum cognouiſſe, altitudinem videlicet poli, Solis declinationem, & aut horam, aut altitudinem ſolis ſupra horizõtem. Itaque concludimus neq; per illud inſtrumentum cuius vſum tradit in Coſmographia Appianus, neq; per quoduis aliud, ex trib[9] illis quæ aſſumit, altitudinem poli ſupra horizontem in vniuerſum inueniri poſſe.

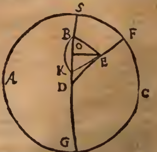
¶ *Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per diſtantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.* *Cap. 11.*

IAcobus Zieglerus in Commentario à ſe edito in ſecundum librum Naturalis hiſtoriæ Plinij, capite de Canonica operatione ſphæræ à planetis per obſeruationes de cœlo, docet canone primo, ſitum meridiani inuenire, per altitudinem poli cognitam ex prolixitate diei, ab horologiorum indicatione. Deinde verò ſexto Canone ex ſitu meridiani cognito, per gradum ſolis, & eius altitudinem ſupra horizõtem, eleuationem poli inquirit. Sed neq; hic modus Ziegleri aliquẽ vſum habere poteſt. Nam ſi non alio modo ſitum meridiani inuenire docet, quàm per eleuationem poli cognitam ex magnitudine diei, quomodo igitur qui ipſam poli altitudinẽ ignorauerit, ſitum meridiani cognoſcet? Quod autem docet ſeptimo Canone, qua nam videlicet arte ſitu meridiani atq; poli altitudine ignoratis, poſsit vtrũq; inueniri, per altitudinem

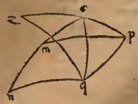


nem Solis duntaxat,& eius declinationē, magna eſt hallucinatio. Nā in infinitis propemodū locis terræ in vna eademq; die,ideſt ſub eadem gradus Solis declinatione, æquales habentur altitudines ſolis ſupra ipſorum locorum horizontes,atq; etiam in vno atq; eodem temporis inſtanti,ſed poli mundi altitudines aliæ,atq; aliæ erunt,multoq; inter ſe inæquales; diſtantiæ itē ſolis à meridianis eorundem locorum,tam quæ ſumuntur in æquinoctiali, quàm quæ in horizonte,aliæ atq; aliæ. Quod Zieglerus non aduertens,totam (inquit) machinam conuertam' in pede,ad quandam ſimilitudinem medij cœli,polum quoque mundi leuemus ex horizonte, & inter hoc agendum obuertamus itidem ſphæram inerraticam,motu in polis meridiani declinationum,cōtra ſolem concepturi radios per meatus dioptræ,& hos motus tentemus, donec ſit radius conceptus,vbi fuerit,eo meridianus ſtabit in ſitu meridiani cœleſtis, & polus mundi in altitudine, qualem poſtulat locus in quo obſeruatio fit. Sed fallitur inſigniter, nam inuentis eo modo (vt putat) altitudine poli, & ſitu meridiani: cum igitur neq; vnam, neq; alteram diſtantiam ſolis à meridiano cognitam ſibi ſumat,licebit idcirco nobis ſuper gradu ſolis & ei oppoſito tanquam polis, ſphæram ipſam inerraticam pbuertere, radij autem ſolis ea facta motione nihil minus per meatus dioptræ concepti erunt,variabitur tamē prior ſitus meridiani,& prior altitudo poli. Sic igitur qualē ſitum,aut qualem altitudinem poli nobis eligamus,neutiquam cōnſtabit. Hoc autem in ſubiecto ſchemate facilius intelliges, in quo quidem circulus a b c ſit horizontis armilla,grad' ſolis in ipſo globo ſit f, meridiani verò ſitus ea Ziegleri arte inuentus ſit a f g, in quo verticale punctum ſit d,polus mundi Boreus e: arcus igitur a e poli altitudo, e f declinationis puncti f complementum, gradum enim ſolis ponimus in ſemicirculo eclipticæ Boreali;& erit f g altitudo ſolis, quam quidem meridianam eſſe conſequens eſt. At ſphæram ipſam inerraticam obuertamus ſuper f gradu ſolis, & ei oppoſito, tāquam ſuper polis. Omnia igitur puncta eiuſdē ſphæræ præter f, & oppoſitum eclipticæ punctum,mutabuntur. Polus igitur Boreus e circulum deſcribet b e o, & quod verticale erat circulum d h k, Solis tamen altitudo f g eadem erit,quæ antea: quia immota eſt horizontis armilla a b c, & immotus quoque gradus ſolis f. Intelligamus igitur polum mundi e, huiuſmodi motu perueniſſe iam ad l: circulus itaq; declinationis puncti f ſitum habebit f l. Ducto autem circulo maximo per d & l,qui horizontem ſecet in m & n, is erit ſitus meridiani,ſi recte operatur Zieglerus, arcus verò l n erit altitudo poli Borei ſupra horizontem. Et quia maior eſt arcus d l arcu d e, per 28. propoſitionem ſecundi libri Theodoſij: minor igitur relinquetur l n ipſo a e,per communem ſententiam. Sic igitur non ſolum alium habebis meridiani ſitū, ſed aliam poli eleuationem. Sed ſi deinde intellexeris eundem mundi polum arcticum perueniſſe ad o,ducto maximo circulo per d & o,qui horizōtem ſecet in p & r, ſimili argumento cōcludes,ſitum circuli declinationis gradus Solis, eſſe f o,altitudinem ſolis atq; declinationem nihil mutari, ſitum tamen meridiani eſſe r d o p, altitudinem poli mundi ſupra horizontem arcum o p,minorem quidem quam l n. Quare patet prædicta Ziegleri arte nihil certi inueniri poſſe. Et eodem prorſus modo oſtēdemus,quod quamuis ſitus meridiani cognitus detur,quemadmodum ipſe ſumit ſexto canone,nondum tamen in vniuerſum altitudo poli inueniri poterit. Leuetur inquit B polus ex S horizontis,donec decretus gradus ſolis veniat ſub decretā ſectionem altitudinis & verticalis. Et deprehenſa eſt B,poli altitudo ſecundum arcum B S. Cæterùm oſtendemus nos decretam ſectionem altitudinis & verticalis, inæqualibus poli eleuationibus communem eſſe. Eſto enim horizontis armilla circul' A S C,meridiani ſitus S D G po-

Polus horizontis D, verticalis quadrans per Solem venientis ipſo conſiderationis tempore ſit D E F, eſto autem punctum F, in quadrante horizontis Boreali. Arcus igitur F S, cognitus erit ex radio Solis. Ponatur altitudo ſolis E F minor declinatione, ſed ipſius declinationis complementum maius ponatur arcu E O, qui in meridianum ad rectos angulos incidit ſuper O puncto. Quibus quidem ita poſitis leuetur (velut iubet Zieglerus) polus mundi arcticus ex S, horizōtis & meridiani ſectione, donec decretus gradus Solis veniat ſub E, ſitque tunc polus mundi ſub B: erit igitur arcus B S, poli Borei eleuatio ſupra horizontem. At quoniam minor poſita eſt ſolis altitudo declinatione: maius idcirco



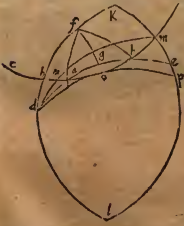
erit D E altitudinis complementum, B E declinationis complemēto. Maior etiam poſitus eſt ipſe B E quàm E O, & propterea ſi manente meridiano, manente etiam horizonte, & verticali D E F, ſphæra ipſa inerratica vertatur, motu facto ſuper gradu ſolis & ei oppoſito, tanquā ſuper polis, polus B circulum deſcribet, meridianum ſecantem inter O & D, ſecet igitur in k. Quapropter cum polus B, fuerit ſub K, idem habebitur meridianus, idem verticalis D E F, eadem ſolis altitudo E F, & complementum declinationis K E idem etiam erit: nam B & K, æquis diſtāt interuallis ab ipſo E. Cæterùm altitudo poli erit K S priore maior, & diſtantia ſolis à meridie in æquinoctiali maior etiam erit. Duo enim anguli ſupra baſim B K, Iſoſcelis triāguli B E K æquales ſunt, atq; acuti, angulus igitur D K E obtuſus erit: quare duo anguli K B E & D K E, ſimul ſumpti duobus rectis erūt æquales. Vt ſi exēpli gratia angulus K B E, quinque fuerit horarum, erit angulus D K E horarū ſeptem, & idcirco ſi vltra ea quæ poſita ſunt, ſpatiū temporis ante meridiem, aut poſt meridiem minus ſex horis eſſe conſtaret: certum igitur haberetur, altitudinem poli in eo loco in quo huiuſmodi obſeruatio fit, arcum eſſe B S: ſi verò maius ſex horis, arcum eſſe K S, ſed ex aſſumptis neutrum horum liquere poteſt, & propterea ipſius poli eleuatio incognita relinquetur. Hoc adhuc manifeſtius intelliges in hunc modum. Sit in globo arcus c n meridiani ſegmētum, pūctum c polus mundi Boreus, arcus c m, æqualis ponatur arcui K D ſuperioris figuræ, & c n æqualis B D, & fit ad punctum c angulus m c p, quem maximus circulus c p, efficit cum c n, æqualis angulo D K E, & angulus n c q æqualis angulo D B E: arcus autem c p & c q æquales ſint inter ſe, ipſiſq; B E & K E æquales, & circuli maximi ſcripti intelligantur per m & p, & per n & q, quapropter vterq; ipſorum arcuum m p & n q, æqualis erit D E, & proinde æquales inuicem erūt ijdem ipſi ac c m p & n q, anguli autē m p & c n q, æquales inuicem erunt, ipſiſq; āgulo K D E equales. Si itaq; ſolē poſuerimus



ad p, & verticale punctum ad m, habebitur quidem ſol ipſe in quadrante Boreali, ſub complemento altitudinis m p, & complemento declinationis c p, & à meridie diſtans tanto æquinoctialis arcu, quantus eſt angulus m c p. Cum autē motu primæ ſphæræ peruenerit ad q, ijs qui verticale punctum habuerint ad n, ſub eodem verticali circulo, & eodem altitudinis complemento videbitur, diſtātia verò à meridie ea erit quam angulus oſtendit n c q. Quod ſi ad polum c cum meridiano c z, angulum feceris z c q, æqualem angulo m c p, arcumq; c z æqualem poſueris c m, & circulum maximum ſcripſeris per z & q, ſolem verò intellexeris iam perueniſſe ad q: in ipſo igitur inſtanti duobus locis terræ quæ ſub z & n ſunt, ſub eodē verticali circulo, & eadem altitudine videbitur ſupra horizontem, quamuis ab ipſis meridianis inæqualiter diſtet per æquinoctialem. Petrus etiam Appianus pronuntiato 69. ex altitudine ſolis & Azimuth, eleuationem poli inuenire conatur, per 39. & 40. & 41. ſed eſt petitio principij. Nam in 39. & 40 horam poſtulat, & in 41 ipſam poli eleuationem.

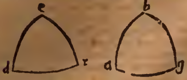
Præte-

Præterea annotatione dignũ cenſemus, proprium eſſe omni loco poſito inter æquinoctialem & circulum Cancri, cum Sol vicinior fuerit polo mundi arctico, quàm verticale punctum, ipſum Solem habere in vno atq; eodem circulo ex verticalibus bis ante meridiem, & bis ſimiliter poſt meridiem, ita vt ex quo horizõtis loco cũ exoritur, leuatur, ex eodem rurſus ante meridiem radios mittat. Quapropter gnomonum vmbras in ipſis locis neceſſe eſt retrocedere, citra miraculũ. Eſto enim in mundo circulus Cãcri, aut quiuis ali⁹ Solis parallelus Borealis a b c, & in eo ſegmentum a b, ſit quadrante minus, & per a & b puncta, circulus maximus ſcribatur, cuius ſegmentum inter ipſa eadem pũcta a & b quadrãte minus quoq; erit, hoc enim ſuperius oſtenſum fuit, capite 6. de Inſtrumentis quibus aſtrorũ altitudines capiũtur, ad finẽ illius. Eſto præterea circumferentia d a b c, eiuſdẽ maximi



deſcripti circuli quadrans, & ſit f punctũ polus mundi Boreus, & per d & f maximus ſcribatur circulus: circumferentia igitur d f, quadrãte minor erit. Nã ſi circumferentia a b, diuiſa intelligatur per medium in puncto g, & à polo f maximorum circulorum ſegmenta veniant ad a & b & g, anguli igitur qui ad g recti erunt: eſt autẽ a f quadrante minus, & a g ſimiliter quadrãte minus, quare f g quadrãte minus erit, & eſt d g quadrante minus, circũferentia igitur d f quadrãte minor erit. Item quoniã f g quadrãte minus eſt, angulus igitur f a g acutus erit, & idcirco angulus d a f obtuſus. At angulus a d f acutus eſt, quia f g minus eſt quadrante: maior igitur eſt circũferentia d f quàm a f, & idcirco ipſa circũferentia d f, parallelum ſecat a b c in puncto h, inter d & f. Sit autem d f K maximi circuli quadrans, & ſuper d polo interuallo ipſo d K, ſemicircul⁹ ſcribatur K e l, cuius quidẽ ſectio cũ Solis parallelo a b c, ſit in m pũcto. Et ponemus punctũ d ſupra verticem eſſe loci cuiuſdam Borealis, in quo altitudo poli ſupra horizõtẽ eſt arcus f K, altitudinis cõplementum d f, ſemicirculus Orientalis horizõtis k e l, meridianus verò f d l, punctum meridiei cum Sol parallelum deſcribit a b c, eſt punctum h: id verò in quo exoritur, eſt m ſub verticali circulo d m, qui rurſus eundẽ ſecat parallelum in pũcto n inter a & h. Quod ſi à verticali puncto d, maximus circulus ductus fuerit, qui parallelum a b c, contingat in puncto o quemadmodum Theo. docet, erit eius quadrãs d o p, is verticalis qui quã maxime à meridiano recedit: reliqui verò arcum ſemidiurnum h b m in duobus locis ſecabunt. Sol igitur in exortu, atq; pũcto n ante meridiẽ ſub vno atq; eodẽ circulo ex verticalib⁹ videbitur, ſed in n altitudinẽ habebit m n: in a verò & b ſub verticali d e, ſed altitudines inæquales erũt, nã minor eſt b e quã a e. Diſtãtia igitur ſolis horizontalis à meridiano ab exortu vſq; ad o ante meridiẽ, perpetuò augetur, ſed ab ipſo o vſq; ad n minuitur. Quapropter ſi gnomon rectus ponatur ad horizõtis planum, cum Sol fuerit in exortu, proiecta vmbra quæ infinita tunc cenſetur, diſtabit à linea meridiana, circumferentia æquali ſimiliq́ue ipſi K m, at cum in b proiecta vmbra diſtabit ab eadem meridiana linea, circũferentia æquali ſimiliq́ue ipſi K e: porrò cum in o quàm maxime diſtabit ab ipſa meridiana linea circũferentia nẽpe æquali ſimiliq́ue K p. Deinde verò appropinquare incipiet eidẽ meridianæ, nã in a tantum diſtabit quãtum in b, in pũcto autẽ n eodẽ ſpatio quo in m, ex quo loco ad meridianam peruenict ſine regreſſu. Poſt meridiẽ verò ſimilis ſeruabitur ordo progrediendi, & regrediendi. Nõ eſt igitur abſurdum, ſi in ijs locis progrediantur vmbræ, & retrocedant. In hac tamen plaga noſtra Boreali quæ citra tropicum Cancri poſita eſt, id citra miraculum fieri nõ poſſet, quemadmodum iuſſu Dei legitur accidiſſe in ſignũ ſaluris regis Ezechiæ. Et ex hoc habes altitudinis poli cognitionẽ, cum Solis declinatione, & ipſius diſtantia per horizontem à meridiano, non ſufficere ad horæ cognitionem. Sol enim in a & in b, æqualiter diſtat à meridiano per horizõ

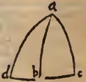
tē,arcu videlicet e K,ſed inæqualiter per æqui
noctialem. Nam angulus b f d, multo maior eſt
angulo a f d. Sed vera ſunt nihilominus horolo
gia ſolaria: in horizontalibus enim quibus ple-
runq; vtimur, vmbra mundani axis quæ horam
oſtendit, nūquam regreditur. Sed in quibus ſty
lus rectus eſt ad horizontis planū, non ex receſ-
ſu tantum vmbræ à meridiana linea horam dig
noſcimus, ſed ex ipſius vmbræ magnitudine. Et
ex hac figura præterea intelliges ex cognitis
poli eleuationibus duorum locorum, & ſitu quē
eorum diſtātia ſeruat ad alterum meridianum,
non poſſe in vniuerſum cognoſci ipſam diſtan
tiam, nec meridianorum differētiam, quanquā
hæc per organum meteoroſcopium iactet Pto-
lemæus ſe inueniſſe. Ponemus enim verticale
punctum vnius duorum locorum eſſe d, alterius
verò poſitum eſſe in parallelo m o h, altitudines
poli dentur cognitæ: ſitus etiam quem diſtan-
tia ſeruat ad meridianum d f cognitus ſuppona
tur, ſitq; is quem oſtēdit angulus e d f: interual
lum igitur eorundem locorum vel erit d a, cum
tanta longitudinis differentia, quantam oſten-
dit angulus a f d, vel fortaſſe erit d b, quod qui-
dem maius exiſtit ipſo d a, cū longitudinis dif-
ferentia quam indicat angulus b f d, & propte-
rea incertum erit vbi nam ſit verticale punctū
loci Borealioris, ſitne in a vtrum in b. In ſphæ-
rico enim triangulo ex ſegmentis circulorum
maximorum conſtituto, ſiue etiā in rectilineo,
quamuis duo latera dentur cognita cum acuto
angulo contento à tertio latere, & maiori duo-
rum datorum laterum, nondum tamen per hæc
ipſum latus tertium, & reliqui anguli innoteſ-
cent. Et hac etiam de cauſa, per ea quæ vel Ap-
pianus cognita ſumit, vel Zieglerus, altitudo po
li cognoſci non poteſt. Ioannes verò de Monte
regio problemate 46. tabulæ primi mobilis, per
latitudines duorum locorum, & angulum poſi-
tionis, differentiam longitudinis inueſtigandā
proponit. Cæterùm inter operandum interca-
pedinem datorum locorum cognitam ſibi ſu-
mit, ex qua quidem atque latitudine primi lo-
ci & angulo poſitionis, latitudinem ſecundi lo-
ci, & longitudinis differentiam inquirit. Hæc
autē ex ipſis aſſumptis cognoſci poſſe, ars Geo-
metrica docet: quanquam idem autor Metho-
dum quandam elegerit non ſatis idoneam ad in
uentionem quæſiti. Nam prius quam ſecūdi lo
ci latitudinem inueniat, indagare cogitur, ſitné
ipſe ſecundus locus Borealior, an Auſtralior:
idq; ex anguli poſitionis qualitate. Conſtat ta
men ex ſupraſcripta figura quòd g, locus Borea
lior eſt quàm a, b verò æqualis latitudinis Bo-
realis: ſed quicunq; poſitus fuerit inter b & e
Auſtralior erit, eodem exiſtente poſitionis an-
gulo f a e. Atque ex his intelliges 13. propoſitio
nem primi libri Menelai de Triangulis ſphæri
cis, veram non eſſe in vniuerſum, quemadmo-
dum propoſita eſt. Ita enim habet: cum æquan
tur duo anguli duorum triangulorum ex arcu-
bus circulorum magnorum ſuper ſuperficiem
ſphæræ, & æquantur arcus continentes duos an
gulos alios vtrorumq;, ſcilicet omnis arcus ſuo
relatiuo, & eſt vnuſquiſq; duorum angulorum
reliquorum non rectus: tunc arcus reliquus vni⁹
duorum triāgulorum eſt æqualis arcui reliquo
alterius, & duo anguli reliqui ſunt æquales duo
bus angulis reliquis, omnis angulus ſuo relatiuo.
Cuius exemplum (inquit) eſt vt ſint duo trian-
guli a b g, d e r. Super ſuperficiem ſphæræ, & ſit
angulus a, æqualis angulo d, & arcus b g æqualis
arcui e r, & arcus g a æqualis arcui d r, & ſunt ar
cus continentes duos angulos g, r, & vnuſquiſq;
duorum angulorum b, e ſit non rectus. Atque ait
arcum a b æqualem eſſe arcui d e, & angulum g
æqualem angulo r, & angulum b æqualem angu
lo e. At quoniam in demōſtratione æquales an
gulos a & d, in primis ſumit non rectos: eos igi-
tur ponamus acutos. fieri igitur poterit, vt duo-
rum b & e, vnus acutus ſit, alter verò obtuſus:



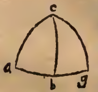
quare concluſio nō ſequitur, niſi ponamus vtrū
que ipſorum b & e, recto eſſe maiorem, aut vtrū
que recto minorem. Hanc etiam laterum & an
gulorum trianguli habitudinem parū aduertit
Nicolaus Copernicus Turinenſis, in eo potiſſi-
mum occupatus, quonam videlicet modo ve-
terem ac penè oblitam Ariſtarchi Samij Aſtro
nomiam de terræ mobilitate, & Solis atque
octaui orbis quiete, quam Archimedes in li-
bro de Arenæ numero commemorat, metho-
do radicibus ac demonſtrationibus Ptolemæi
in lucem denuò reuocaret. Octaua enim
propoſitio capitis 14. primi libri Reuolutio-
num, in quo de Sphæricis triangulis agit, ita
habet. Si bina triāgula duo latera duobus lateri

bus

bus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, ſiue quem latera æqualia comprehendunt, ſiue qui ad baſim fuerit, baſim quoq; baſi, ac reliquos angulos reliquis habebūt æquales. Sed quòd poſterior pars vera non ſit, facili oſtendemus demonſtratione. In ſphærico enim triangulo a b c, bina latera a b & a c ſint æqualia, baſim verò b c, producem⁹ in d: ſit tamen circūferentia c d ſemicirculo minor, & per pūcta a & d, maximi circuli circūferētiam ducemus a d: in duobus igitur ſphæricis triāgulis a b d & a c d, duo latera a b & a d triāguli a b d, æqualia ſunt duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d & angulus a d b, cōmunis exiſtit, ad baſim videlicet vtriuſq; trianguli. Quapropter



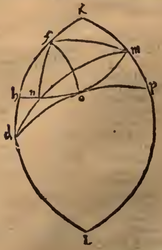
baſis b d trianguli a b d: æqualis erit baſi c d triāguli a c d, per ipſam octauam Nicolai Copernici, pars toti, quod eſt impoſsibile. Et idem abſurdum ſequitur de duob⁹ angulis b a d, & c a d: eſt enim vnus pars alteri⁹. Angulus etiam d b a ſemper erit inæqualis angulo d c a, niſi latera a b & a c, quæ poſita ſunt æqualia, quadrantes fuerint: ea igitur ponamus minora quadrātibus, & erit idcirco angulus d c a acutus, d b a obtuſus, & erit a d b acutus. Et quod igitur vndecima propoſitione docet, omne triangulum cuius duo latera fuerint data cū aliquo angulo, datorum efficitur angulorum & laterum, hallucinatio eſt. Et ſimiliter lapſus eſt propoſitione 6. de rectilineis triangulis. Trianguli enim cuius duo latera cum vno tantum angulo qui ad baſim data ſunt, reliquum latus cū reliquis angulis cognoſci nō poterit, niſi datus angulus aut rectus fuerit, aut obtuſus. aut ſi acutus: maius tamen datorum laterum ſubtendat. Nam ſi aliter proponatur, non cōſtabit ex poſitis ſitne acutus reliquus angulus qui ad baſim, an obtuſus ille, qui cum eo duos rectos angulos complet, & proinde ipſa quoq; baſis ignota relinquetur. Nec minus lapſus eſt in 12. quę ita habet. Adhuc autem ſi duo anguli vt cunque dati fuerint, cum aliquo latere, eadem euenient. Cōſtruatur enim triangulum ſphæricum b c g, in quo duo latera b c & c g, coniuncta vni ſemicirculo ſint æqualia, & extēſo latere b g vſq; ad a, circulus maximus ſcribatur per a & c, triāguliq; a b c duo āguli c a b, & c b a, dētur cogniti, cū latere a c quod angulo c b a oppoſitum eſt, atq; nondum per hæc quæ cognita ſupponuntur, reliquus angulus & reliqua latera cognita erunt. Nam quoniam duo latera c b & c g, coniuncta vni ſemicirculo æqualia ſunt: angulus igitur a b c angulo b g c æqualis erit. Quapropter trianguli quoque a c g, duo anguli c a g & a g c cogniti ſupponuntur, & latus a c angulo a g c, oppoſitum ſumitur cognitū: in vtroq; enim



triangulo a b c & a g c, eædē hypotheſes ſunt. Quare nondum per ea quæ cognita ſumūtur, cognoſci poterit vtrū reliquus angulus qui ignotus erat, ſit a c b an a c g, & vtrum reliqua latera quæ ignota erant, ſint c b & a b an c g & a g. Vtrum verò rationibus illis quibus Ptolemæus vſus eſt ad oſtendēdum terram in circulum minime moueri, ipſe Copernic. ſatisfaciat, cum ait nō ſolum terram, ſed etiam terrea, & omnia grauia, vbicunq; poſita fuerint, naturali motu ab occaſu in ortum ferri: rectum autem eis ſuperuenire, quando extra loca naturalia quomodolibet peregrinātur, atque non aliter cum recto manere circularem quàm cum ægro animal, Philoſophorum eſt diſputare. Nā nihil moueri ſatebitur vel à medio, vel ad medium, quin circa idem medium quoque feratur. Hæc autem idcirco commētus eſt: vt rationem reddere poſſet, cur ſi terra in orbē feratur, nihilominus grauia corpora ſurſum proiecta, ad ſubiecta ſibi loca ad perpendiculum redeant. Quod autem ad Aſtronomiam attinet, Solis & terræ loca commutat, & vt ſolem atque inerrantes ſtellas immobiles faciat, triplicem motum terræ tribuit in eccentrico orbe, vnà cum binis librationibus, vt in omni ætate ſtellarum fixarum obſeruationes ſibi inuicem congruere poſsint, inſtar duarum trepidationum quas Ioannes Vernerus ob eādem cauſam finxit. Lunam non ſine ratione collocat in epicyclo epicycli, cētrum minoris in circumferentia maioris. Cæterūm aduerto totum minorē intra maiorem includi oportere, ne cœlum rūpatur, ſi id incommodum eſſe putet. Et quoniam eccentricos orbes ponit: alios igitur ponere neceſſe erit, qui planetarū ſphæras mundo concentricas compleāt. Quare iudicio meo id ſolum contendere debuit, quonam videlicet modo ex ſuis & aliorum obſeruationibus, tabu

las cœleſtium motuum exactiores reddere poſ ſet. Quod quidem aſſequi poteiai, octaua ſphæ ra moia, Sole etiam moto, terra tamen in medio mundi immobili exiſteute, vt in cōmuni Aſtro nomia. Sed de his aliàs, & nos ad iuſtitutum re uertamur.

Si ex figura ſuperius depicta cognoſcere velis pro data loci altitudine, & data Solis declina tione Boiealiori, quantum retrocedant vmbræ in ſopetficie horizonti æquidiſtante, & quanto tempoie. per duo igitur puncta ſ & m, maxi mus circulus ſcribatur, item per ſ & o punctum contactus. In ſphærico igitur triangulo ſ m k, quoniam angulus ad k ex concurſu meridiaui & horizontis rectus eſt, & ſ K eleuatio poli datur coguita, cum ſ m declinationis complemēto: reliquum igitur laros, & reliqui anguli igno rari non poterunt, circumferentia igitur K m, quæ diſtantia eſt Solis à meridiano per horizōtem, ideſt complementum latitudinis ortus, & angulus k ſ m ei oppoſitus, qui magnitudinem oſtendit arcus ſeminocturni patefient, & propterea ieliquus angulus d ſ m, arcus ſemidiurni



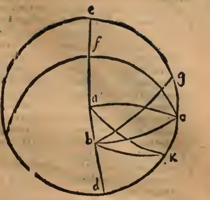
notus relinquetur. In triāgulo autem d ſ o, quo niam angulus d o ſ rectus eſt, idcirco ex d ſ, cōplemento altitudinis poli, & ſ o complemento declinationis cognitis reliquom laius & reli qui anguli innoteſcent: ſic igitur d o complementum altitudinis Solis, quando fuerit in pūcto o a meridiano quàm maximè declinante, & angulus ſ d o qui ipſam oſtendit diſtantiam à meridiano pei horizontem: angolus etiam o ſ d, qui diſtantiam eiuſdem demonſtrat per æqui noctialem, ignorari non poterunt. Ab ipſo verò angulo ſ d o, angulum auferemus ſ d m, qoi cognitus eſt ptopter cognitam circumferentiā K m, & cognitus idcirco relinquetur angulus o d m, cui quidem circumferentia ſubtenditur m p regreſsionis vmbrarū. Exempli gratia: ſit circuniſerentia ſ K, graduum 12. quanta videlicet eſt eleuatio Borealis poli ſupra horizontem in ciuitate Cananor Indiæ intta Gangem regum Loſitaniæ: arcus verò h o m ſit ſegmentum paralleli capitis Cancri, complementum igitur ipſius arcus K m, ideſt latitudo ortus capitis Cā cri graduum erit 24. minu. 3. & ipſe k m, Gra. 65. mino. 57. angulus autem K ſ m, arcus ſemi nocturni Gr. 84. minu. 44. ſe. 20. arcus igitur ſemidiurnus Gr. 95. minu. 16. ferè. Altitudo ſo lis o p Gr. 31. minu. 26. atcus K p, qui magnitudo eſt anguli ſ d o, Gr. 69. minu. 38. à quo au feremus k m, & relinquetur p m Gr. 3 min. 41. regreſsionis vmbtarum. Quanto autem tempo re ipſæ vmbræ regrediantur, & quantum ſol ele uetur ſupra horizontem in altero regreſsionis termino, facile erit cognoſcere in eadē figura. Nam in rectangulo triangulo ſ k m ex ſ k & ſ m, cognitis, cognoſcetur angulus K m ſ. Eum verò auferemus ex tecto d m K, qoi ex concurſu fit verticalis d m cum horizonte, & cognitus re linquetur angulus ſ m n. Iam igitur iu Iſoſceli triangulo m ſ n, quoniam anguli ad baſim, cū duobus æqualibus lateribus cognoſcuntui: ipſa igitur baſis quæ altitudo ſolis eſt ſupia horizontem, & angulus n ſ m patefient. Et idcirco angulus d ſ n, qui relinquitur ex m ſ d notus erit, & proinde tempus ante meridiem cognitum. Fateor tamen me quæſiuiſſe ab ijs hominibus qui ad ea orbis loca crebro adeunt, quæ inter æquinoctialem & circulum Cancri poſita ſunt, vtrum in ipſis locis quando ſol in Cancro eſt, manè & ſerò vmbras corporum rectorum ſupra horizontem aliquantiſper regredi vidiſſent: at ſe hoc minimè conſpexiſſe reſponderunt, nec mirum, nam quia perexiguus eſt vmbrarum regreſſus, idcirco non aduerterunt. At latere eos non debuit vmbrarum longitudinem in ſpatio quatuor horarum nimium contrahi ante meridiē, poſt meridiem verò quam longiſsimè produci, nulla interim circulari motione percepra circum gnomonis pedem. Nam iuxta prædictā demonſtiationem angulus d ſ o, Gr. continet

60.

60.minu. 44. igitur angulus o f m, inuenitur Gr.34.minu.32. m n ſolis altitudo in u Gr.55. angulus porrò n f m, Gr.60.minu.28. igitur angulus d f n Gr.34.minu.48.

De varia Solis habitudine ad verticale punctum in differentibus locis terræ, ante meridiem & poſt, quod Zenit Solis appellant. Cap. 12.

NON parum conferre exiſtimamus ad altitudinem poli per radium ſolis inueniendum, eam habitudinem intelligere quam Sol ipſe habet ad Zenit capitis, ante meridiem & poſt, pro differentibus zodiaci locis, & diuerſa poli altitudine ſupra horizontem, quod quidem facilè intelligi poterit, ex ijs quæ mox à nobis dicenda ſunt. Cum enim ſol declinationem habuerit Borealem, ijs qui longius à Boreali polo diſtiterint, tota die verſabitur in verticalibus circulis Borealibus, ſiue loci latitudo ſit Auſtralis, ſiue Borealis. Fieri enim non poterit vt Sol ipſa die circulum verticalem attingat ortus & occaſus æquinoctialis, qui Boreales verticales ab Auſtralibus diſterminat. Iis autem qui ſub ipſo ſolis parallelo poſiti fuerint, ſimiliter tota die verſabitur in Borealibus, in inſtanti tamen meridiei ſupra verticem erit. Cæterùm ijs quorũ verticale punctũ ipſi polo Boreali vicinius eſt, quamdiu ſolis altitudo ſupra horizontem declinationi æqualis fuerit, aut ea minor, erit ipſe ſol in Azimuth Boreali. Eſto enim polus mundi Boreus a, vertex loci in quo ſumus b, ſolis parallelus c d e, meridianus e a d. Super b facto polo interuallo b f æquali circumferentiæ a d, circulus deſcribatur in ſphæræ ſuperficie. qui parallelum c d e idcirco ſecabit, quoniam maior eſt b f quàm b d. Eſto autem vna eorum ſectio in c & per a & c, itẽ per b & c maximi circuli ſcribantur: æquales igitur erunt a c & b c. Et idcirco cum ſol propter motum primæ ſphæræ peruenerit ad c: erit eius latitudo ſupra horizontem æqualis declinationi. Et quia in triangulo Iſoſceli a b c. duo latera æqualia a c & b c minora ſunt quadrantibus: anguli igitur ad a & b ſupra baſim, acuti erunt, & propterea verticalis

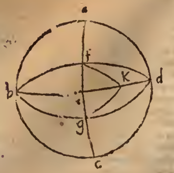


b c in quo ſol, Borealis erit. Eſto autem pũctũ g inter e & c, in ſolis parallelo, punctum verò K inter c & d: deſcriptis igitur circulis maximis per b & g, item per b & K, erit b g maior quàm b c, ſed b k minor, per 25. propoſitionẽ ſecundi libri Theo. Igitur quamdiu Sol minorem habuerit altitudinẽ declinatione, erit inter e & c vt in g: quapropter angulus a b g acutus erit. & verticalis b g in quo Sol, Borealis, quod demonſtrandum erat. Et habeat rurſus ſol declinationem Borealem, vertex verò loci ſit uẽ propinquior ipſi polo Boreali, ſed altitudo ſolis ſupra horizontem maior ſit declinatione. Dico quòd ex poſitis conſtare non poteſt, in quo nam verticali ſit ſol, ſitne in verticali ortus & occaſus æquinoctialis, vtrum in Boreali, an in Auſtrali. Nam quoniam angulus c b d obtuſus eſt, deſcribatur igitur circulus maximus b k, qui ad rectos angulos incidat in meridianũ ſuper b puncto: angulus igitur d b K rectus erit, & ipſe b k verticalis ortus & occaſus æquinoctialis: quare cum ſol fuerit in K in ipſo eodem verticali erit, at cum inter c & K in Borealibus inter k verò & d in Auſtralibus, quod erat oſtẽdendum. Tunc autem ſol erit in verticali ortus & occaſus æquinoctialis, quãdo tantam habuerit altitudinem ſupra horizontem, vt eius ſinus rectus eam ſeruet proportionem ad ſinum declinationis, quam ſinus totus ad ſinum altitudinis poli. Quando igitur minorem altitudinem habuerit, erit in Borealibus: at quando maiorem, in Auſtralibus. In triangulo enim ſphærico a b k, quoniam angulus K b a rectus eſt, & eius late

ra

ra minora ſunt quadrantibus: Igitur ſicut ſinus rectus complementi arcus b K, ad ſinum complemẽti arcus a K, ſic ſinus totus ad ſinum complementi arcus a b: at verò arcus b K complemẽtum eleuatio eſt Solis ſupra horizontem, quando eſt in verticali b K, complementum verò arcus a K, eſt declinatio eiuſdem ab æquinoctiali, ſed complementum arcus a b loci latitudo eſt: & propterea quando ſol prædictam habuerit altitudinem, in verticali circulo erit ortus & occaſus æquinoctialis, quando verò minorem, in Borealibus, ſed quando maiorem, in Auſtralibus. Ex hac demonſtratione colligitur, quod ſi Sol eſt in Borealibus ſignis, & vel in verticali ortus & occaſus æquinoctialis conſtitutus eſt, vel in aliquo ex Auſtralibus, habebit in ijs locis quæ propinquiora ſunt eidem polo Boreali, maiorem altitudinem ſupra horizontem, quàm ſit eius declinatio in ipſa die. Infertur etiam quod vbicunque verticale punctum poſitũ fuerit, Sole exiſtente in Borealibus ſignis, quãdiu eius altitudo ſupra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis, erit ipſe ſol in Azimuth Boreali. Præterea colligitur quod Sole exiſtente in Borealibus ſignis, & in Auſtrali Azimuth, maior erit eius altitudo ſupra horizõtem, quàm declinatio, & minus diſtabit ipſe polus Borealis à verticali puncto, quàm à Sole. Sole autem incedente per Auſtralia ſigna, facile erit intelligere ex ijs quæ dicta ſunt, quas habitudines habeat ad verticale pũctum. Nam ijs qui longius diſtant ab ipſo polo Auſtrali, tota die verſabitur in Auſtralibus: ijs etiam qui ſub ipſo Solis parallelo poſiti fuerint, ſimiliter tota die verſabitur in Auſtralibus. Cæterùm in inſtanti meridiei ſupra verticẽ erit. Portò ijs quorum verticale punctum ipſi polo Auſtrali vicinus fuerit, quandiu Solis eleuatio declinatione minor fuerit, aut ei æqualis, erit ipſe Sol in Auſtrali Azimuth: ſed ſi maior fuerit ipſa Solis eleuatio declinatione, fortaſſe erit in verticali circulo ortus & occaſus æquinoctialis, & fortaſſe in Borealibus, & fortaſſe in Auſtralibus. Tunc autem erit in verticali ortus & occaſus æquinoctialis: quando tantam habuerit altitudinem ſupra horizontem, vt ipſius altitudinis ſinus rectus eam ſeruet proportionem ad ſinum declinationis, quam ſinus totus habet ad ſinum altitudinis poli in eo loco. Quando igitur minorem hac habuerit altitudinem, In Auſtrali erit Azimuth: at quando maiorem, in Boreali. Et ex his ſimiliter concludes, quòd ſi Sol eſt in Auſtralibus ſignis, & vel in verticali ortus & occaſus æquinoctialis cõſtitutus, vel in aliquo ex Borealib^9, habebit in his locis quæ propinquiora ſunt eidem polo Auſtrali maiorem altitudinem ſupra horizontem, quàm ſit eius declinatio in ipſa die. Infertur etiam quòd ſi Sol in Auſtralibus ſignis exiſtit, quandiu eius altitudo ſupra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis: erit (vbicunq; nos ſimus) in Auſtrali Azimuth. Infertur etiam ex ſupra dictis, quòd ſi Sol fuerit in Auſtralibus ſignis & in Boreali Azimuth, eius altitudo ſupra horizontem maior erit declinatione, & minus diſtabit ipſe polus Auſtralis à vertice, quàm à Sole.

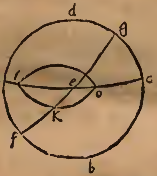
Quãdo autem Sol æquinoctialem circulum percurrit, omnibus oritur & occidit in verticali ortus & occaſus æquinoctialis, ſed per reliquũ diei tempus Borealibus fit Auſtralis, Auſtralibus verò Borealis. Iis autem qui ſub ipſo æquinoctiali circulo poſiti ſunt, tota die radios mittit per eandem rectam lineam ortus & occaſus æquinoctialis, quam Luſitani rumbum Leſtis & Oeſtes appellant, in meridie verò ſupra verticem fit. Sit enim circulus a b c d, rectus horizon eorum qui verticem habent ad e pũctum, æquinoctialis b e d, meridianus verò a e c: circulus autem b f d, ſit verticalis eorum qui ſunt ad f Borealem plagam: at b g d verticalis eorum qui ſunt ad g Auſtralem. Igitur quoniam anguli ad f & g recti ſunt, ſi ab ipſis punctis verticalibus f & g, circuli maximi ducti fuerint, ad pũctum quoduis æquinoctialis inter d & e, quod ſit K aut inter e & b, acutos angulos efficient ipſi maximi circuli cum meridiano. Sol igitur in d oritur in verticali circulo ortus & occaſus æquinoctialis, in K verò eleuatus, ijs qui ſunt ad



f, eſt in Auſtrali Azimuth f K: ijs autem qui ſunt ad g, eſt in Boreali g k. Cærrrùm ijs qui ſub Aequatore degunt, tota die verſabitur in verticali æquinoctiali: quare per rectam lineam radios mittet, quæ communis ſectio eſt æquinoctialis & horizontis. Et quoniam cognito ſitu meridiani, poſirio Solis reſpectu verticalis puncti, ſiue diſtantia ipſius à meridiano per horizontem, ex vmbris gnomonum cognoſcitur: caue igitur ne te decipiat quod Ioannes Stoflerus ſcribit in ſphæram Procli, capite de Ciiculis ſphæræ. Hanc enim putat diuerſitatem eſſe inter vmbras eorum qui temperatas habitant Zonas, & illorum qui intra tropicos poſiti ſunt, quòd nobis quia extra tropicos poſiti ſumus, Sole exoriente in principio Cancri, obiectum corpus vmbram proijciat verſus occaſum ſolis brumalem, ex oriente autem in Capricorno, proijciatur vmbra in occaſum Solis æſtiuum, & ſimile iudicium erit de Solis occaſu: cæterùm qui inter tropicos poſiti ſunt, eo (inquit) die quo Sol per Zenit eorum tranſit, vmbram matutinam habent rectam in occaſum ſolis eiuſdem paralleli proiectam, ſicut pomeridiana recta in ortum ad horizontis punctum, ſuper quo Sol oriebatur, extenditur. Sed reuera inter horum vmbras & illorum talis diuerſitas nuſquam reperitur. Quinimo omnibus habitationibus commune eſt, cum Sol exoritur, rectam gnomonis vmbram in oppoſitum eclipticæ punctum extendi. Sole igitur cum Cancri principio exoriente, ijs qui ſub ipſo tropico Cancri poſiti ſunt, proijcitur vmbra in occaſum ſolis brumalem, non in occaſum eiuſdem Cancri, ideſt in plagam Borealem, vt exiſtimat Stoflerus. Quoniam enim gnomonis recta vmbra in communi ſectione poſita eſt plani horizontis, & illius verticalis, qui per ſolem tranſit, maximi autem circuli ſphæræ ſe inuicem per æqualia ſecant: neceſſe igitur eſt, vt ſole oriente cum ipſo Cancri principio, gnomonis vmbra proijciatur ad oppoſitum ſphæræ punctum, quod quidem ipſi verticali circulo, & horizonti, & eclipticæ etiam commune eſt. Sed neque ſtyli vmbra in horizontali horologio eorum qui ſub Cancro poſiti ſunt, in occaſum ipſius Cancri proijcitur. Quoniam enim Sol ipſa die ante horam ſextam illis oritur: matutina igitur vmbra in Auſtralem horizontis quadrantem occidentalemque extenſa erit.

¶ Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, quando meridiani ſitus datur cognitus. Cap. 13.

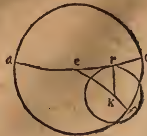
IN globo aliquo abſolutæ rotunditatis circulus maximus deſcribatur a b c d, hunc circulum officio horizontis fungi volumus, eius polus ſit e. Deſcribatur præterea in eiuſdem globi ſuperficie meridianus a c e: & vterque circulus in partes æquales ſecetur 360. Fabricetur autem ex quauis dura materia circulus vnus maximus, ſiue circularis armilla, quæ ſuper ipſo e polo, & ei oppoſito vertatur, globi conuexitati contigua, cuius



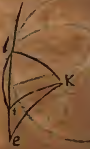
quidem facies illa quæ ad polos horizontis dirigitur, ſimiliter in gradus more ſolito diuidatur. Huiuſmodi verò circularis armilla meridianum & verticalem quemcumque repræſentabit. Quando igitur altitudinem poli ſupra horizontem per radios ſolis inuenire libuerit, ſi meridiani poſitio cognita fuerit: erit huiuſmodi res per ea quæ in ſuperiori capite dicta ſunt, inuentu facilima. In plana enim aliqua tabula circulari horizonti æquidiſtante, ſuper cuius medio vmbilicus vmbram proijciens ad rectos angulos inſideat, cuius item circumferentia in gradus diuiſa ſit, & in qua recta linea meridiana ſit deſignata, per diſtantiam vmbræ ab ipſa linea meridiana ipſo obſeruationis tempore, quantum ſol à meridiano diſtet per horizontem, deprehendemus. Per Aſtrolabium verò vel quadrantem,

quot

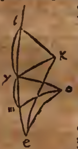
quot gradibus eleuatus cernatur ſupra horizon tem. Ipſam igitur Solis diſtātiam à meridiano cōputabimus in horizōte globi, ab a in b: ſitq; exempli gratia arcus a f, mobilem deinde circulum maximum, ſiue circularem armillam ad f punctum trahemus, in ſitu ſe g: inuentam porrò Solis altitudinem mox in ipſo verticali mobili computabimus, ab f in e & in globi ſuperficie notabimus pūcto K. Hac nimirū arte perinde collocatū habebitur in ſuperficie globi ipſū K, atq; ſol in mundo poſitus eſt. Vt igitur intelligamus in quónam puncto meridiani a c e, manifeſtus mundi polus exiſtat, complementum declinationis Solis eodem obſeruationis tēpore, per tabulam declinationum cognitum, inter circini pedes comprehendemus, & vno eiuſdē circini pede manente ſuper k tanquam polo, alterum circūducemus, circulo deſcripto in ipſa globi ſuperficie. Quod ſi Sol extiterit ipſo obſeruationis tempore in Borealibus ſignis, ſed in Auſtrali Azimuth, minus igitur diſtabit Sol à vertice, quàm a Boreali polo, ipſe etiam polus minus diſtabit à vertice, quàm à Sole, per 6. documentum. Quapropter deſcriptus circulus ſuper k, meridianum ſecabit duobus in locis, ſupra e vt in o, & infra e vt in l. Polus itaq; Boreus erit in o, ad eam nempe meridiani partē, in qua angulus qui efficitur cum verticali e K obtuſus eſt, & proinde arcus o c, eleuationis poli arctici cognitus erit. At ſi ſol eſt in Borealibus ſignis, & in verticali circulo ortus & occaſus æquinoctialis: polus igitur Boreus minus diſtabit à vertice, quàm à Sole: ipſe etiam Sol minus diſtabit à vertice, quàm à polo. Quapropter deſcriptus circulus ſuper K, duobus in locis meridianum ſecabit, paribus interuallis diſtantibus à verticali puncto, & in vtrouis eorum polus Boreus collocari poterit. Ipſo igitur interuallo à gradibus 90. ſublato, arcus eleuationis poli arctici ſupra horizontem cognitus relinquetur. Cæterùm Sole adhuc exiſtente in Borealibus ſignis, ſi in Azimuth Boreali repertus fuerit, paribus præterea interuallis diſtiterit à verticali puncto, & à Boreali polo: deſcriptus igitur circulus ſuper K, meridianum ſecabit in duobus locis, quorū alter erit polus Boreus, alter verò vertex loci in quo ipſa obſeruatio fit, & idcirco diſtantia inter verticale punctū & Borealē polū cognita erit. Quod ſi quadrās inuēta fuerit, verticale pūctum in æquinoctiali erit, ſi quadrante maior, exceſſus ſupra quadrantem erit altitudo Auſtralis poli: ſed ſi fuerit quadrāte minor id quod relictum fuerit ex quadrante, altitudo erit Borealis poli. At ſi Sol exiſtit in Borealibus ſignis, & in Boreali Azimuth, veruntamen minus diſtat ipſo obſeruationis tempore à verticali pūcto, quam à polo Boreali: circulus idcirco deſcriptus ſuper k puncto, ipſum Solem repreſentante, in duobus locis meridianum ſecabit: verticale autem punctum inter ipſa ſectionum loca poſitum erit, quod ex eis quæ in ſuperiori capite diximus, facile oſtendes, locus verò arctici poli ea erit ſectio, quæ ad eam partē eſt, in qua Solis Azimuth cum meridiano acutum efficit angulum. Cognita igitur diſtantia inter verticale punctum & polum Borealem, altitudo manifeſti poli ſupra horizontem ignorari non poterit. Sed ſi ſol declinationem habet Borealē, & in Boreali Azimuth conſtitutus reperitur: minus tamen diſtat à Boreali polo, quàm à verticali puncto, neceſſe eſt deſcriptum circulum ſuper K, aut meridianum cōtingere, aut in duobus locis ſecare. Si contingit, locus poli Borealis erit in ipſo contactu, & idcirco cum diſtantia inter verticale punctum, & ipſum polū Borealem, quæ quidem minor eſt quadrante, cognita fuerit, erit arcus qui relinquitur ex gradibus 90. eleuatio poli arctici ſupra horizontem, diſtabitq; ipſe Sol à meridie horis ſex. Eſto enī a f diſtantia ſolis à meridiano per horizontem, ipſo tempore obſeruationis, & circulus deſcriptus ſuper K puncto, ſolem repræſentante, meridianum contingat in r: locus igitur poli Boreī erit in ipſo r. At quoniam k r venit à polis meridiani per 6. propoſitionem 2. lib. Theo. anguli igitur ad r recti erunt, per 19. primi libri. Eſt autem arcus e k quadrante minor, & k r quoq; quadrāte minor: quapropter reliquum latus e r trianguli e K r, quadrante ſimiliter minus erit. Arcus igitur c r eleuatio erit poli Borealis, & quia angulus e r K rectus eſt: diſtantia igitur



Solis à meridie ſex horarum erit. Cæterùm ſi circulus deſcriptus ſuper k, meridianum ſecet, in duobus igitur locis eum ſecabit, vt in i & l: quare Boreus polus aut erit in i, aut in l. Et idcirco ſi exploratum fuerit, eum locum in quo huiuſmodi obſeruatio fit, in plaga Auſtrali eſſe, quanta tamen ſit ipſius Auſtralis poli eleuatio ignoramus. poterit hoc ex eadem obſeruatione cognoſci. Nam polus Boreus in nullo alio loco eſſe poterit, quàm in l. Circuli enim maximi ſcripti intelligantur per k & i, item per k & l: in triangulo igitur Iſoſceli i k l, ex ſegmentis maximorum circulorum conſtituto, duo anguli ſupra baſim i l acuti erunt: angulus igitur e i K obtuſus. Et quoniam Sole incedente per Borealia ſigna, ijs qui in plaga ſunt Auſtrali, ante ſextam horam occidit, & poſt ſextam oritur: non poterunt igitur Borealem polum habere ad i, ſed potius ad l, in quo loco angulus e l K, diſtantiæ ſolis à meridie, acutus eſt. Detracto itaq; quadrante ex arcu e l, qui eſt inter Zenith & polum Borealem, nota relinquetur diſtantia ab æquinoctiali verſus Auſtralem polum, & proinde quanta ſit in eo loco eleuatio poli Auſtrini cognita erit.



Veruntamen ſi vbi nam poſitus ſit locus ipſe, in quo ea obſeruatio facta eſt, prorſus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli deprehendi. Quin & ſi compertum fuerit eundem locum poſitum eſſe in Boreali plaga, nondum tamen ex datis cognoſci poterit, quanta ſit ipſius poli arctici altitudo. Illud tamen certum erit, eundem Borealem polum aut eſſe in i aut l. Ad l autem erit, ſi diſtantia Solis à meridie maior fuerit ſex horis: at ad l, ſi ſex horis minor fuerit. Cæterùm vtrunq; ignotum proponitur, poli altitudo, & diſtantia ſolis à meridie. Et propterea vt vtrunq; conſtare poſsit, facta priore obſeruatione, in qua ſol poſitus eſt ad K ſub cognito verticali e K: poſt paruam temporis morulam, iterum Solem obſeruabimus, qui exempli gratia amplius eleuatus reperiatur in verticali e o. Quare ſuper o pũcto Solem repræſentante in poſteriore ſitu, circulum deſcribemus ad menſuram prioris, interuallo nẽpe æquali cõplemento declinationis. Secabit igitur hic ẽ poſterior circulus meridianum aut in y aut in l, & in alio quodã puncto. Nã in vtroq; y & l ſecare nõ poteſt, ne accidat impoſsibile 7. propoſitionis primi Euclidis. Secare autẽ in altero eorũ neceſſe eſt, quia aut in y aut in l, polus arcticus poſitus eſt: ſecet igitur in y atq; in m, & erit idcirco ipſe arcticus polus in y. Quapropter cognita diſtantia e y, inter punctũ verticale, & polũ Boreũ, altitudo manifeſti poli ſupra horizontem ignorari nõ poterit. Tempus verò ante meridiem, ex angulo cognoſcetur e y o, ſuper mundi polo in poſteriore obſeruatione, in priore verò ex angulo e y K, & idcirco parua illa temporis mora ſimiliter innoteſcet.



Porrò quonam modo ſit operandum quando ſol per Auſtralia ſigna incedit, ex eiſdem regulis deprehendes. Nã ſi ipſo tempore obſeruationis, in Boreali extiterit Azimuth: facto igitur polo ſuper puncto Solẽ repræſentante, interuallo autem æquali cõplemẽto declinationis, circulum deſcribemus in ipſius globi ſuperficie, & locus Auſtrini poli, quemadmodum in primo canone inuentus erit. At ſi in Azimuth ortus & occaſus æquinoctialis, locus Auſtrini poli, quemadmodum in ſecũdo inueniri poterit. Si in Auſtrali Azimuth poſitus reperitur, & æquis diſtat interuallis à verticali puncto & à polo Auſtrino, inueniemus quemadmodum in tertio diſtantiam verticalis puncti ab ipſo polo Auſtrino, & ex ea altitudo manifeſti poli innoteſcet. Si in Auſtrali Azimuth, minus tamen diſtat à verticali puncto quàm à polo Auſtrino, inueniemus quemadmodum in quarto diſtantiam verticis ab ipſo Auſtrino polo, ex qua quidem altitudo manifeſti poli patefiet. Si in Auſtrali rurſus Azimuth, cæterum minus diſtat à polo Auſtrino, quàm à verticali pũcto, tangitq; deſcriptus circulus meridianum, locus Auſtrini poli erit in ipſo contactu: diſtãtia verò ſolis à meridie Gr. 90. comprehendet, quibus in æquinoctiali circulo ſex horæ debentur. Sublato autem interuallo inter verticale punctum & ipſum polum Auſtrinum ex vno quadtante, altitudo eiuſdẽ Auſtrini poli cognita relinquetur.

At ſi non tãgit, ſed ſecat, in duobus igitur locis

ipſum ſecabit meridianum. Quare ſi compertū fuerit eum locum in quo ipſa obſeruatio fit, in Boreali plaga poſitum eſſe, ſed quanta ſit Borealis poli eleuatio ignoramus, poterit hoc ex eadem obſeruatione deprehendi. Nam locus Auſtrini poli in ipſo globo, ea erit ſectio, quæ remotior fuerit à verticali puncto, & idcirco inuento loco Auſtrini poli, quanta ſit Borealis poli eleuatio per doctrinam ſexti canonis patefiet. Cæterùm ſi vbi nam poſitus ſit locus ipſe, in quo huiuſmodi obſeruatio fit, prorſus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli cognoſci. Quin & ſi compertum fuerit, eum poſitum eſſe in Auſtrali plaga, nondū poteris ex datis, quanta ſit Auſtrini poli altitudo deprehendere. Et propterea poſt aliquam temporis morulam, iterum Solem obſeruabimus, & quemadmodum in octauo canone, altitudo manifeſti poli ſupra horizontem innoteſcet. Quando verò Sol nullam habuerit declinationem ab æquinoctiali circulo, facilimum erit altitudinem poli inuenire. Nam ſi in Auſtrali Azimuth repertus fuerit, polus manifeſtus Boreus erit. At ſi in Azimuth Boreali Auſtrinus erit manifeſtus polus. Deſcribemus igitur maximum circulum in ipſius globi ſuperficie, polo facto ſuper puncto Solem repræſentāte, ſectio enim verticali pūcto vicinior locum manifeſti poli oſtendet.

Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis etiam ſi meridiani ſitus ignoretur. Cap. 14.

IN plana illa circulari tabula qua in præcedenti capite vſi ſumus, quanquam in ea recta linea meridiana deſignata non ſit, Sole lucente ſitus vmbræ gnomonis notetur, & per Aſtrolabium in eodem temporis momento ſolis altitudo ſupra horizontem deprehendatur. Deinde verò poſt aliquam temporis morulam ſimilem faciemus obſeruationem, rurſus enim ſitum vmbræ notabimus & ſolis altitudinem ſupra horizontem capiemus. Nam ex ipſis duabus ſolis eleuationibus, & vmbræ progreſſu per circularis tabulæ circumferentiam. non erit difficile altitudinē poli inuenire. Vmbrarum enim differentiam inter ipſas duas obſeruationes, in horizonte globi ſupputabimus, a quo libuerit pūcto exordientes. Sit autem exempli gratia arcus h m, mox verò ad punctum h, mobilem verticalem traducemus in ſitu h e i, & altitudinem ſolis prioris obſeruationis computabimus ab h in e, cuius quidem finis notetur puncto n. Eadem arte verticali eodem tranſlato ad m in ſitu m e t, & altitudine ſolis poſterioris obſeruationis cōputata, finem notabimus puncto p. Pūcta itaq; n & p. perinde collocata erunt in globo, reſpectu pūcti e, atque Sol in mundo reſpectu verticalis pūcti. Quare vt poſitionem alterius polorū mundi



ad ipſum verticale punctū cognoſcamus, arcū complementi declinationis ſolis in ipſo obſeruationis die, inter circini pedes comprehendemus, & ſuper ipſis n & p, punctis factis polis, duos circulos deſcribemus, quorum ſectiones ſint in q & r punctis. Ille igitur polus mundi à quo ſolis declinatio denominationem ſortitur, cuius ſol in ipſo obſeruationis tempore vicinior eſt, vel erit in q vel in r. Si eſt in q Solis parallelus erit p u z n, & arcus meridiani inter e, verticale punctum & ipſum mundi polum erit e q. Sed ſi eſt in r Solis parallelus erit p s x n, & arcus meridiani inter verticale punctum & eūdem mundi polum erit e r. In vtro autem eorū punctorū ſit, hac arte cognoſcemus. Nam ſi cōuerſa facie ad Solem moueri cernatur à ſiniſtra in dextram, pūctum idcirco verticale poſitum eſſe dicemus inter polum mundi Borealem & ſolis parallelum, ipſumque Solis parallelum inter verticale punctum & polum Auſtralem, vel in eodem Solis parallelo ipſum verticale poſitum erit. Si à dextra in ſiniſtram contrarium pronunciabimus: nam cum hoc acciderit, poſitus erit Solis parallelus inter polum

Borea

Borealem & verticale punctum, & idem verticale inter Solis parallelum & polum Auſtralē, vel in ipſo Solis parallelo. Quare ſi polus mundi qui eo tēpore Soli vicinior eſt, Borealis fuerit, & vertatur ipſe ſol à ſiniſtra in dextram, certum erit locum Borealis poli eſſe ad q, & proinde arcus e q cognitus fiet: ex quo quidē manifeſti poli eleuatio illico pateſiet. Sed ſi à dextra in ſiniſtram verti cernatur, quod quidem ex vmbrarum circuitione facile cognoſces, polus Boreus erit ad r, & meridiani ſegmentum inter eūdem polum & verticale pūctum erit e r, ex quo quanta ſit manifeſti poli eleuatio, & ſitus meridiani innoteſcet. Similiter autem ratiocinādū, quando polus Soli vicinior Auſtrinus fuerit. Cognito autem hac arte ſitu meridiani, quanta fuerit in vtraq; obſeruatione diſtantia ſolis horizontalis ab ipſo meridiano, ignorari non poterit. Atq; ex hoc quantum nautici inſtrumenti meridiana linea à vero meridiano recedat, ſtatim cognoſces, ſi ſupra medium ipſius ſtylū ad rectos angulos erexeris. Quod quidem nautis non tantum vtile, ſed apprimè neceſſarium, vt quorſum nauigando tendant, veroſq; locorum ſitus, intelligant. Cæterùm in quibus locis gnomonum vmbræ ante meridiem & poſt, progrediuntur, & deinde regrediuntur, quod ſuperius commemorauimus, regula hæc noſtra de habitudine verticalis puncti ad Solis parallelum, & mundi polos, operantem fallere poterit. Sol enim exoriens ad m in figura capitis XI. ijs qui ſunt ad d, in verticali cernitur d n m: quando autem peruenerit ad o, in verticali videbitur d o p. Quæ autem dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent, quæ verò ſiniſterioribus, ſiniſteriora videntur, per ſuppoſitiones perſpectiuæ Euclidis: ab m igitur vſq; ad o verti videbitur à ſiniſtra in dextram, vmbræ verò gnomonum alterno motu à dextra in ſiniſtrā, at ab o vſque ad h meridiani ſectionem, à dextra in ſiniſtrā reuolui videbitur, nam ad n perueniens, ad verticalem redibit d n m: vmbræ igitur à ſiniſtra in dextram. Quapropter vt nihil erroris aut ambiguitatis in noſtra hac poli mūdi inueſtigatione relinqui poſſit, tertiā facere oportebit obſeruationem, in qua ſolis altitudò notetur, cū differentia inter duas poſtremas vmbras. Et eadem arte qua antea vſi ſumus, punctū ſignabimus in globo, quod in poſtrema hac obſeruatione ſolem repræſentet, ſuper quo facto polo, ad eandem menſuram complementi declinationis circulum deſcribemus, qui quidē duos priores circulos in altera duarum ſectionum ſecabit, nempe vel in q, vel in r: in vtraque verò impoſſibile, niſi Sol declinatione caruerit. At vbi ſecauerit, ibi locus erit illius poli, qui in ipſo obſeruationis tempore Soli vicinior fuerit. Quandoq; igitur ſol per æquinoctialem incedit, tertia obſeruatione opus non eſt: nam Borealibus tota die à ſiniſtra in dextram vertitur, Auſtralibus verò à dextra in ſiniſtram: ijs autem qui ſub ipſo æquinoctiali poſiti ſunt, nec à dextra in ſiniſtram nec à ſiniſtra in dextram, vmbræ enim gnomonum in vnam rectam lineam proijciuntur.

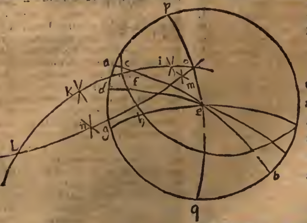
¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis ſitu meridiani & declinatione Solis ignoratis.*

Cap. 15.

QVando verò non ſolum meridiani ſitus, ſed etiam declinatio Solis ignoratur, non erit difficile ex eis quæ docuimus, vtrumque notum efficere. Tres enim faciemus ſolis obſeruationes in tanto temporis interuallo, quantum ſufficiat vt ipſius Solis altitudines ſenſibili differentia creſcāt, aut decreſcant, & in quo progreſſus vmbræ per circularis tabulæ circumferentiam ſit manifeſtus. Tum verò quemadmodum in præcedenti capite operati fuimus, trium vmbrarū differentias in horizonte globi ſupputabimus, & mobilem verticalem traducendo ad tres earū ſitus, treſq; altitudines ſolis in eodem verticali mobili computando, tria puncta in globo notabimus, quę quidem tres Solis ſitus reſpectu verticalis puncti repræſentabunt. Et quia in parallelo Solis poſita eſſe neceſſe eſt eiuſmodi tria puncta: polos igitur illius circuli qui per eadē tria puncta venit, ſecundum præcepta Geometricæ artis inueniemus: ipſi enim duo poli mundi erunt, Boreus nempe & Auſtrinus. Exempli gratia, ponatur verticalis mobilis in quo libuerit ſitu, qui ſit a e b. & ſit a c altitudo Solis prima obſeruatione reperta, a d verò in horizōte globi, ſit arcus ille, quē gnomonis vmbra per circūferentiam plani inſtrumenti inter primam & ſecundā obſeruationem pertranſiuit. Tranſlato igitur mobili verticali ad d ſit d f, altitudo ſolis

ſecundâ obſeruatione reperta. Inde porrò eodē verticali tranſlato ad g ſit d g, arcus pertranſiuus ab ipſius gnomonis vmbra inter ſecūdam & tertiam obſeruationem, arcus verò g h eſto ſolis altitudo ipſa tertia obſeruatione reperta. Tria igitur puncta c f & h, reſpectu puncti e collocata erunt in globi ſuperficie, perinde atq; Sol tribus illis obſeruationibus in mundo repertus eſt. Quare vt polos mundi inueniamus, circulumq; deſcribamus, qui per ipſa tria puncta veniat, non alia arte operādum erit, quàm ea qua communiter vti ſolent, ad inueniēdum in vno plano centrum circuli, qui per tria data puncta veniat, quæ in vna recta linea non ſunt: & demonſtratio huius ſimilis erit demonſtrationi illius. In hac enim ducendi ſunt arcus maximorum circulorum per quælibet duo puncta, in illa verò rectæ lineæ. Ratiocinamur illic per 8. & 4. primi libri Euclidis: hic verò per propoſitiones ſimiles 4. & 8. quas quidem Menelaus demonſtrauit in 1. lib. triangulorum ſphæricorum. Super punctis itaq; c & f, interuallo maiori quàm eſt dimidium c f, quadranti tamen minori, decuſſationes faciemus ad i & k, ipſis autem k & i, punctis circularem aliquam armillā mobili verticali ſimilem coaptabimus, penes quam circulum maximum in ipſa globi ſuperficie deſcribemus l k i. Eodem modo ſuper f & h, interuallo maiori quàm eſt dimidium f h, duas alias faciemus decuſſationes ad m & n, & ipſis m & n pūctis eadē circulari armilla coaptata, circulum maximum deſcribemus l n m.

Horum verò duorum maximorum circulorum vna ſectio ſit in puncto o ſupra horizontem, & altera in l ſub horizonte. Aio itaq; ipſa l & o, puncta duos eſſe mūdi polos, arcticum nempe, & antarcticum, ita vt ſuper o aut l, deſcriptio circulo per c, tranſeat etiam per f & h. Qui polus vicinior inuentus fuerit puncto verticali e, ipſe erit manifeſtus: remotior verò ſub horizonte occultus: arcus igitur e o complementum erit altitudinis poli, circulo maximo deſcripto per ipſa e & o puncta, qui horizontem ſecet in p & q. Si arcus maximi circuli inter e & o, quadranti æqualis inuentus fuerit, verſabatur Sol ipſa die in æquinoctiali, ſed ſi quadrante minor, aut maior, repertus fuerit, differentia à quadrante erit Solis declinatio. Cum igitur ad eum modum quanta ſit manifeſti poli eleuatio, & quanta ſit Solis declinatio innotuerit, ſi in qua Zodiaci medietate ſol eo tempore verſetur, cognitum fuerit, non ſolum ex his qualis ipſa declinatio ſit patefiet, ſed etiam quinam ſit mundi polus, qui eleuatus cernitur, Boreusne, an Auſtrinus. Situm verò meridiani per diſtantiam vmbræ à puncto p aut q, quemadmodum in præcedenti capite cognoſces.

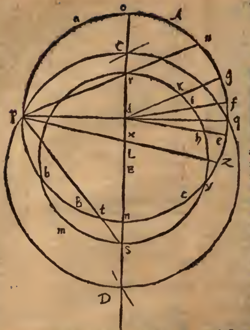


¶ *Rurſus declinatione Solis & meridiani ſitu ignoratis, altitudinem poli in planiſphærio circul. inuenire. Cap. 16.*

IN primis commemoranda eſt diſpoſitio & habitudo quorundā circulorum ſphæræ, polorum & centrorum eorudē circulorū in vulgato planiſphærio Ptol. Centrum enim æquinoctialis pro polo manifeſto ponitur. Rectæ lineæ ab ipſo centro venientes vice circulorum maximorū ſunt, qui

qui per polos mundi ducuntur. Rectus igitur horizon recta quædam linea exiſtit. Pro reliquis circulis, circuli ponūtur, ſed non vna atq; eadem magnitudine. Eorum centra alibi ſunt, quàm vbi ipſorum poli. Obliquorum porrò horizontum & ei æquidiſtantium centra, & verticalia puncta, in recta meridiana poſita ſunt. Sed quanquam horizontis & ei æquidiſtantiū idem polus, centra tamen nō ſunt eadem: at ex cognito ſitu ſiue poli, ſiue centri horizontis, cētra & diametri æquidiſtantium circulorū, quos Almicantarath Arabicè vocant, cognita erūt, & viciſsim ex cognita diametro cuiuſuis eorūdem æquidiſtantium, habitudo atq; diſtantia poli horizontis à mundi polo patefiet. Quæ cū ita ſint, licebit cum opus fuerit, polos mundi cū polis horizontis commutare; æquinoctialem cum obliquo horizonte, æquidiſtantes æquinoctiali cum ijs qui ipſi horizonti æquidiſtāt: meridianos etiam cum verticalibus, vt qui erat rectus horizon, verticalis fiat ortus & occaſus æquinoctialis. In qua quidem commutatione vna tantum recta linea quæ meridiani vice fungitur, per polos mundi & horizontis tranſiēs in ſuo permanet officio. Ex quo facile erit intelligere, quanam arte poſsimus in plaoiſphærio ex cognita diametro atq; ſitu cuiuſuis circuli, eorum qui æquinoctiali æquidiſtāt, diſtātiam poli mundi à polo horizontis inuenire. In planiſphærio enim æquinoctialis a b c, ponatur pro horizonte, & in partes æquales 360. ſecetur, centrum d quod erat mundi polus, ſit modo ipſius horizontis polus, ſiue verticale punctum. Ducantur autem per ipſum centrum duæ diametri occultæ, ſe inuicem ad rectos angulos ſecantes, & à termino vnius qui initium dicatur primi quadrantis eiuſdem circuli in ſingulas partes ſecundi quadrantis rectæ ducantur lineæ, cuius ſectiones cum altera diametro punctis quibuſdam ſignentur, quemadmodum facere conſueuimus cum in vulgato planiſphærio Ptol. circulum Cancri, & quoſuis æquidiſtantes ex æquinoctiali deducimus. Diuiſa igitur ad eum modū vna ex ſemidiametris in 90. partes. Aſtrolabij indicem ſiue oſtenſorem ad eandem menſuram in eiſdē partibus, eiſq; apertis diuidemus, quibus debitos numeros apponemus. Eritq; ipſe oſtenſor vice mobilis verticalis, cuius adminiculo Solis altitudines in planiſphærio notentur. Quando itaq; ex tribus ſolis altitudinibus, & duabus vmbræ differentijs, altitudinem poli ſupra horizontem cognoſcere operæ prætium fuerit, ſupputabimus in circulo a b c à quo libuerit puncto exordiētes, exempli gratia ab e vmbræ curriculum inter primam obſeruationem & ſecundam, quod quidem ſit e f, & à puncto f ſimiliter vmbræ curriculum inter ſecundam & tertiam poſtremamue, quod ſit f g: mobili deinde verticali ſiue oſtenſore poſito in ſitu d e, primam ſupputabimus Solis altitudinem ab e in d, quæ ſit e h; in ſitu verò d f, ſecundam altitudinem f i: at in ſitu d g, tertiam g k. Ipſa igitur tria puncta h i K, eam habitudinem habebunt in planiſphærio ad punctum d, quam ſol in mundo ad verticale. Per præcepta igitur artis Geometricæ centrum inueniatur, ſuper quo deſcribatur circulus, qui per eadem tria puncta veniat, quod ſit l. Quapropter ſi ad menſuram l h aut l i aut l K, circulus K m h, deſcriptus fuerit, ipſe erit ſolis parallelus ea die in qua prædictæ obſeruationes factæ ſunt. Connectatur autem d l recta linea, quæ vtrinque producta circumferentiam horizontis ſecet in o & n punctis. Et erit idcirco ipſa recta linea n o, pro meridiano poſita: & proinde meridiani ſitus cognitus erit. Nā tot gradibus atque minutis gnomonis vmbram diſtare neceſſe eſt à meridiano in poſtrema obſeruatione, quot ſunt in arcu o g. A puncto autem d planiſphærij centro, ſuper n o, recta excitetur linea ad rectos angulos in eodem plano, & vtrinque producatur ad lōgitudinem diametri, ſitq; ea p q: erit igitur ipſa p q, pro circulo verticali poſita ortus & occaſus æquinoctialis. Ducantur à puncto p ad r & s, ſectiones paralleli ſolis, & meridianæ, rectæ lineæ horizontem ſecantes in t & u, & arcus t u per æqualia ſecetur in z: præterea ab ipſo p ad z, recta ducatur linea meridianum ſecans in x: erit igitur q z, diſtantia inter Zenith & polum mundi manifeſtum: ipſum autem punctum x, eundem polum in planiſphærio repræſentabit. Quare ſi circulus a b c meridianus intelligatur, erit q verticale punctum, z verò manifeſtus mundi polus: arcus porrò z u, diſtantia ipſius paralleli, quem gradus ſolis deſcribit, ab eodem mundi polo, & idcirco ipſa ſolis declinatio cognita erit. Cuius quidem altitudo meridiana erit o u, orientalis interſectio eiuſdem paralleli ſolis & horizontis ſit in y: erit igitur horizontis arcus q y, latitudo ortus. Duo arcus z A & z B ſint

qua-



quadrantes: erit igitur in hoc exemplo A n, loci ſolis declinatio ad manifeſtum polum, quæ quidem manifeſta erit, etiam ſi maxima zodiaci obliquitas ignoretur. Ducantur ab eodem puncto p rectæ lineæ ad A & B rectam n o, vlterius productam ſecantes in C & D. Erit igitur C D, æquinoctialis diameter. Quare ſi ſuper E puncto medio circulus deſcribatur, per p tranſibit & q. & fungetur in planiſphærio æquinoctialis officio. Arcus porrò A q, eſt loci latitudo: at æ n poli altitudo ſupra horizontẽ. Similiter ſi indicem oſtenſoremuè qui pro verticali mobili poſitus eſt, in ſitu poſueris n o, numerus partium inter n & x, ipſam quoq; oſtendet poli altitudinem ſupra horizontem, C d verò loci latitudinem. Non ſunt hæc ad operandum difficilia: ea porrò quæ ſumuntur ad inuentionem quæſiti perpauca ſunt, & in promptu omnibus, nempe lucente Sole, ipſius altitudinem ſupra horizontem deprehendi poſſe, atque vmbræ gnomonis curriculum in plano horizonti æquidiſtante. Quæ inueniuntur plura, ſcituq; digniſsima, Aſtronomiæ & Coſmographiæ fundamenta.

¶ *Nocturno tempore altitudinem poli ſupra horizontem inuenire. Cap. 17.*

SI ſtella aliqua cognitæ declinationis in meridiano reperta fuerit, id eſt i maxima aut minima altitudine, poteris ex ea altitudinem poli non aliter, quã per radios ſolis inuenire. Si non, duarũ ſtellarum cognitarum quæ in diuerſis verticalibus conſtitutæ ſint, altitudines capiantur, & in aſtrifero globo quo Aſtronomi vtũtur, ſuper eiſdem ſtellis tanquam polis cum complementis ipſarum altitudinum duo circuli deſcribantur, quorum ſectiones duæ erunt, & quia in altera earũ erit verticale punctũ loci in quo obſeruatio fit, vtra earum accipienda ſit, ex ſtellarum conuerſione cognoſces, quemadmodum ſuperius in capite 14. de Sole diximus. Quare diſtãtia ipſius verticalis pũcti ab æquinoctiali, quæ quidem altitudini poli æqualis exiſtit, cognita veniet.

¶ *De inſtrumento, quo vtraq; Solis diſtantia à meridiano per æquinoctialem videlicet & per horizontem inuenitur, & de vmbrarum ratione ad gnomonem. Cap. 18.*

SOlaribus horologijs rarò vtũtur nautæ, propterea quòd nauigando non diu permanent ſub vna poli mundi eleuatione. Sæpius verò Solem obſeruant, vt cognoſcant, in quonam verticali ſiue Azimuth ſit conſtitutus: idq; ſola deprehẽdunt æſtimatione nautici inſtrumenti adminiculo, non ex radio Solis, neque ex vmbris gnomonum. Quare non erit inutile Solare cõſtruere horologium, quo vtraque Solis diſtãtia à meri-

ridia

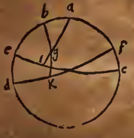
ridiano,per æquinoctialem videlicet &horizõ tem deprehendatur. Horizontalis enim horologij circulo in horaria ſpatia (vt ſolet) diuiſo, ſuper a meridiei puncto,ad eandem menſuram circulus vnus deſcribatur, & in 32. æquales partes diuidatur,ductis ex centro lineis ad ſectionum puncta: eritqúe huiuſmodi circulus pro eo nautico inſtrumento, quod Hiſpani acum appellant. Deinde ſuper ipſo a ſtylus c d, erigatur ad rectos angulos ſuper horologij plano, rãtæ proceritatis vt filum quod centro b, & verticali d innecti debet, efficiat cũm a b,ad punctũ b. angulum altitudinis poli in data regione. His enim ita paratis,ſi ipſum inſtrumentum in plano aliquo poſueris horizonti æquidiſtantes



rectapræterea a b in meridiani ſitu poſita fuerit,ſtyli c d vmbra in circulo cuius centrum eſt a Solis Azimuth,fili verò vmbra in horologio, horam diei indicabit.

Putant autem nautæ diſtantias Solis à meridiano per horizontem, & per æquinoctialem computatas,æquales inter ſe ſemper eſſe, talluntur tamen: quia ſemel tantum ſunt æquales, ſi ab eadem parte meridiani computentur, nempe quando tanta eſt Solis altitudo ſupra horizõtem,quanta declinatio ad partes occulti poli inuenitur. Præterea ſemel æquales, ſi à diuerſa,

quando videlicet tanta fuerit ſolis altitudo ſupra horizontem,quãta ipſius declinatio ad manifeſtum polum. Ponamus enim meridianum a b c,æquinoctialis ſemicirculum e c: horizontis verò d f polum manifeſtum a,Zenith b, Solem in g conſtitutum in eadem mundi parte eſſe in qua Zenith, & ante meridiem, aut poſt. Veniat autem per Solem circulus declinationis a i, altitudinis verò b K: duo igitur arcus a g & b g,iuncti ſemicirculo ſunt minores,& idcirco in triangulo a g b exterior angulus g b d. in-

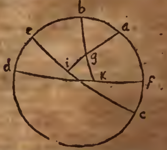


teriore b a g maior erit. Et proinde d K ſolis diſtãtia à meridiano per horizontẽ maior erit quã e i, diſtantia ipſius per æquinoctialem. Idem concludes, eademq́; arte, ſi ſol in æquinoctiali circulo conſtitutus fuerit. Porrò eiſdem circulis deſcriptis, ponamus ſolem ad partes occulti poli declinare,& arcum g K altitudinis,arcui g i declinationis æqualem eſſe. Duo igitur arcus b g & a g,iuncti vni ſemicirculo ſunt æquales: quapropter exterior angulus e b g, æqualis erit interiori b a g,in eodem triangulo a g b,& proinde diſtantia d K per horizontem,diſtantiæ e i per æquinoctialem æqualis erit. Sed ponamus arcum g K,altitudinis ſolis minorem eſſe g i, declinationis arcu. Igitur duo arcus b g & a g,iuncti vno ſemicirculo ſunt maiores: quare exterior angulus minor erit interiore, & proinde minor erit d K ipſo e i. At ponamus g K,maiorem eſſe

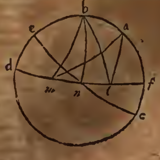


ipſa declinatione g i. duo igitur arcus b g & a g, iũcti vno ſemicirculo minores erunt,& propterea exterior angulus interiore maior

maior erit in eodem triangulo a g b. Quapropter diſtantia d k, maior erit ipſa e i. Et ponamus tandem g k, ſolis altitudinem ſupra horizontem æqualem eſſe g i, declinationi ipſius ad polum manifeſtum a. Igitur ſphærici trianguli a g b duo latera a g & b g, æqualia erunt inter ſe: quapropter duo anguli g b a & b a g, æquales inuicem erunt, & proinde horizontis arcus f K, quo ſol ab angulo abeſt mediæ noctis, arcui æquinoctialis e i quo à meridiano in oppoſitas partes diſtat, æqualis erit. Porrò ſi has per horizontem & pe æquinoctialem diſtantias inter ſe conferre libuerit, quando ſol eſt in exortu, aut occaſu, facile erit hoc cognoſcere in ſubiecta figura.

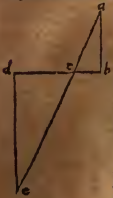


Sol enim declinationem habens ad partes manifeſti poli, in puncto l ponatur horizontis, in exortu videlicet, aut in occaſu. Arcus igitur b l quadrans erit, ſed a l quadrãte minor: quare duo arcus b l & a l iuncti vno ſemicirculo minores ſunt. At in puncto m horizõtis, quãdo declinat ad partes alterius poli, duo arcus b m, & a m, iuncti vno ſemicirculo maiores ſunt. Igitur angulus d b l, diſtantiæ per horizontem maior erit angulo b a l, diſtãtiæ per æquinoctialem ad partes puncti meridiei. Et proinde angulus l b a, reliquæ diſtantiæ per horizontem,



minor erit angulo l a f, diſtantiæ per æquinoctialem ad partes anguli mediæ noctis. Contrarium huius accidit, quando ſol eſt in puncto m: cæterum ſi ponatur in puncto n, ortus aut occaſus æquinoctialis, æquales inuicem erunt ipſæ diſtantiæ e n & d n: ſunt enim quadrantes.

Illud verò hoc in loco de ratione vmbrarum ad gnomonem oſtendemus, quod ſuperius commemorauimus, has tres nempe longitudines, vmbram rectam gnomonem, & vmbrã verſam, proportionales eſſe: ſicut enim recta vmbra ad ſuum gnomonem, ſic gnomon quicunq; ad ſuã verſam vmbrã. Eſto enim b d, recta linea in ſuperficie horizonti æquidiſtante, recta a b ſit gnomon, perpendicularis exiſtens ad idem planum, proiecta ab eo vmbra b c, præterea eſto d e vmbra verſa in muri ſuperficie, qui rectus exiſtat ad horizontis ſuperficiem, recta verò d c ſit gnomon ipſam proijciens: radius ſolis ſit a e, ſiue gnomones a b & d c ſint æquales, ſiue inæquales, nihil enim refert. Aio a b, ad b c & d e, ad d c in eadem eſſe ratione. Aequiangula ſunt enim duo triangula a b c & d c e: igitur latera habent proportionalia, quæ circum æquales angulos, ſicut a b ad b c, ſit d e ad d c per 4. propoſitionem 6. Euclid. Quanquã verò non eodem radio a e, ſed differentibus, in eodem temporis momento vmbræ diſtinguantur, eadem nihilominus habebitur demonſtratio, propter triangulorum ſimilitudinem.

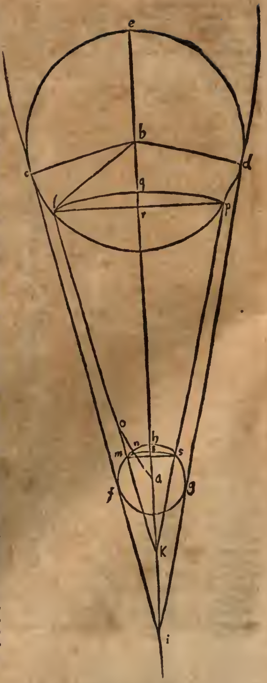


Nautæ verò noſtri temporis paruam vmbrarum cognitionem habent, nec ex eis diſtantiam verticalis puncti ab æquinoctiali eliciunt. Priſci verò Mathematici (vt apud Vitruuium 9. libro) proportione duntaxat vmbrarũ meridianarum ad gnomones tempore æquinoctij, horizontum notabant obliquitates. Cognita enim proportione gnomonis a b, ad vmbrã b c latus a c, rectum angulum ſubtendens, cognitum erit per 47. propoſitionẽ primi libri Euclidis. At ſicut a c ad b c, ſic ſinus tot⁹ ad ſinum rectum anguli b a c: igitur per commune documentum

mentum numerorum proportionalium ipſe ſinus rectus anguli b a c innoteſcet, & per tabulā ſinus recti arcus eiuſdem anguli patefiet, qui diſtantia eſt Solis à verticali puncto & idcirco loci latitudo cognita erit. Per tabulam verò Georgij Purbachij Geometrici quadrati idem inuenies ſine extractione radicis quadratæ, hoc videlicet modo. Si vmbra minor eſt gnomone, partes quæ in ea ſunt per 1200. multiplicabis, productum diuides per numerum partium gnomonis: cum quotiente verò prædictam tabulam ingrediaris, & magnitudinem inuenies arcus anguli b a c. Exemplum, ratio gnomonis ad ſuam vmbram rectam æquinoctij tempore in meridie eſt, ſicut 9. ad 8. Romæ, vt ait Vitruuius: multiplicabimus igitur 8. in 1200. productum verò diuidemus per 9. & veniēt 1066. & duæ tertiæ, cum quibus elicio ex ipſa tabula Gr. 41. minu. 38. latitudinis vrbis Romæ, quam quidem Ioannes de Monteregio ex altitudine meridiana, & declinatione ſolis, inuenit Gr. 42. min. 4. aut 8. Sed ſi recta vmbra maior fuerit gnomone, multiplicabis gnomonis partes in 1200. productum verò diuides per b c, & cum quotiente eliciem⁹ ex eadem tabula arcum anguli a c b, altitudinis ſolis, ſupra horizontem: igitur diſtantia à verticali puncto cognita erit. Quando autem vmbra par fuerit gnomoni, tanta erit altitudo ſolis ſupra horizontem, quanta diſtantia ipſius à verticali puncto, graduum nempe 45.

Præterea annotatione dignum cenſemus, receptum eſſe à Geometris radios ſolis apud terrā parallelos apparere, ſimiliter & gnomonum vmbras: cæterum non quoſuis, ſed eos tantum qui longiſsimè à terra concurrunt. Oppoſitum tamen putant Georgius Valla, Iacobus Zieglerus cum Plinio: nam eos radios qui vel à gnomonibus proijciunt vmbras, vel per foramina tabellarum dioptræ Aſtrolabij ingrediuntur, non ſolum parallelos videri (aiunt) ſed eſſe: vmbras quoq; gnomonum verè æquidiſtantes eſſe. Et idcirco non erit alienum à præſenti inſtituto membratim iſthæc tractare, examinareq;. Aduertendum igitur eſt quòd innumeri radij ſolares paralleli ad terram mittuntur, & quantouis interuallo in terrena ſuperficie à ſe inuicem diſtātes. Quoniam enim qualium partium in ſemidiametro ſolis ſunt quinque & dimidium, talium ſemidiameter terræ vna duntaxat eſt. Si itaq; duæ lineæ parallelæ ipſam terrā complectentes ad ſolem vſque ductæ fuerint, intra ambitum partis illuminatæ, neutra earū corpus ſolare continget, ſed ſecabit potius. Cōſtat autem ex perſpectiua lumen ſolis per rectas lineas luminoſas, quas radios appellant diffundi, & idcirco dubium non eſt in numeros radios à ſole ad terram dimiſſos parallelos eſſe. Innumeri etiam ſolares radij in terræ ſuperficie, & prope terram cōcurrunt. Ductis enim à quouis terrenæ ſuperficiei puncto duabus lineis rectis ſolem contingentibus ad diuerſas partes, quotquot inter has rectæ lineæ ab eodē puncto verſus Solem ductæ fuerint, ſolare corpus ſecabūt, per quas quidem lumen Solis in idem coincidētiæ punctum deferri palam eſt. At quia Geometræ radios ſolis non ſimpliciter parallelos dixerunt, ſed apud terram: patet igitur eos neq; illorum qui verè ſunt paralleli, neque horum qui apud terram concurrunt meminiſſe. Quos igitur radios apud terram parallelos apparere ſuppoſuerunt, non erit difficile intelligere. Conſtat enim ex perſpectiua à ſegmento ſolis nobis obiecto cum ſolarem altitudinem Aſtrolabijs obſeruamus, dimiſſos radios ad obiectum foramen tabellarum dioptræ, aliquanto antè coincidere in formam mucronis: deinde verò à congreſſu inuerſo turbine obiectum foramen permeantes, ampliore baſe lucere, atque ita radius centri idemq; conorum axis ſolaris altitudinis efficitur idagator. Et quoniā ad differētes terræ partes differētes fiūt coni radiorū ſolis, atq; axes: patet igitur à differētib⁹ ſolis partib⁹ ad differentes terræ partes radios trāſmitti, ſolaris altitudinis indagatores, ſed qui ad commune vnū coincidentiæ punctum concurrunt, quod centrum ſolis exiſtit, hoc autem primum oſtendere voluimus. Eos item radios qui à gnomonibus iaciunt vmbras longiſsimè à terra, concurrere ad hunc modum oſtendemus. Centrum terræ ſit a, ſolis vero b, connectaturq; recta linea a b, & per eam planum agatur ſolare corpus atque terrenum ſecans. cōmunes igitur ſectiones huius concepti plani & corporis ſolis atque terræ circuli maximi erunt per primā & ſextā primi libri Theodoſij, qui ſint c d e & f g h. Extremi autem radij ſolares terram illuminantes ſint c i & d i, quos quidē neceſſe eſt vtrūque corpus ſolis & terræ cōtingere, per ea quæ Ariſtarchus, Allacē, & quā plures alij demonſtrarunt. Terra enim nō ſolum radijs illis qui à centro proficiſcuntur illuminatur à Sole, ſed ijs etiam qui à circumferentia mittuntur. Contingant itaq; ipſi radij c i & d i, ſolare corpus in c atq; d, terrenū verò in f & g, recta autem a b, cum fuerit extēſa

cum eiſdē cōcurret in i: illuminabitur
igitur terra ſecundū f h g, maximi cir-
culi ſegmentum. A puncto autem quo
uis K inter a & i, recta linea ducatur cir
culum ſolis c d e contingens in puncto
l ante c: non enim contingere poteſt ſu
pra, ne accidat impoſsibile contra vlti
mā cōmunem ſentētiam, ſolas duas re-
ctas lineas ſuperficiē nō cōcludere, cir
culū verò terrę ſecet eadē k l in m. Qua
propter cōcurret ipſa K l cum c i, recta
linea ipſos ſolis & terræ circulos tangē
te, ante ipſum punctū c apud ſolem. Et
eadem arte oſtendes à quolibet alio pū
cto præter K quod inter a & i fuerit, re
ctā lineam ductā quæ ipſum maximū
ſolis circulū cōtingat, cū eiſdē c i & k l
apud ſolem concurrere. A puncto autē
o, quod prope terrā exiſtit in recta li-
nea m l, recta ducatur linea vſq; ad a cē
trū terreni globi, quæ circulū f g h in
n puncto ſecet, & ipſum n locum quen
dam eſſe intelligemus in terrena ſuper
ficie, in quo ſol eleuatus cernitur ſupra
horizontem, rectam verò n o gnomo-
nem, per cuius verticē o radius ſolis ve
niat l o, vmbrā diſtinguēs m n, in terre-
na ſuperficie. Angulus itaq; m o n, aut
ei contrapoſitus quem n o, in rectū pro
ducta efficit cum ipſo radio l o, angulū
ſubtendet diſtantiæ ſolis à vertice loci
n. Iis autē qui fuerint ad h, radius ſolis
b h, in centrū terræ ad perpendiculum
incidēs, in nullas horizontis partes vm
bras proijciet, ſed ſub gnomonū pedi-
bus occultas. Concurret igitur ipſe per
pendicularis radius b h, cū radio l o, in
puncto K ſub terræ cētro, nō apud So-
lē. Idēq; fieri intelligatur, & eædē vm-
brarū rationes erunt, in omnibus locis
qui æqualibus interuallis ipſi h n, aut
h m diſtiterint à loco h. Hoc enim faci
le concipies, ſi à puncto l rectam lineā
deduxeris l p, quæ rectā b K ad rectos
angulos ſecet in pūcto r, rectangulūq;
triangulum K r l, manente K r circūdu
ci intellexeris. Ea enim arte conus qui
dam deſcriptus erit, cuius axis erit K r
& triangulum ab axe erit k p l, baſis ve
rò circulus cuius diameter l p, & ſemi-
circūferentia l q p. Huius coni pars al-
ter conus erit baſim habens in terreno
globo circulum, cuius diameter eſt re-
ctam



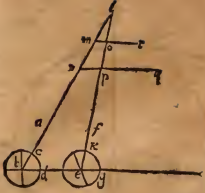
ĉta m s, ad rectos angulos ſecans rectam a h, terræ ſemidiametrum, ſemicircumferentia verò m t s. Et idcirco quotquot rectæ lineæ ductæ fuerint à coni vertice k, ad circumferentiam l q p. Solare corpus contingent in punctis eiuſdem circumferentiæ, ſed globum terrenum ſecabũt in punctis circumferentiæ m t s. Connectantur autem in Sole ipſa contactuum puncta cũ eius centro, & conſtituta erunt triangula æquilatera & æquiangula rectangulo triangulo K b l, per octauam propoſitionem primi Euclidis; omniumq; commune latus erit b K, reliquorum verò laterum quæ æqualia ſunt radio K l, partes abſcindantur: rectæ K o æquales, & ab earum terminis ad punctum a, rectæ ducantur lineæ. Triangula itaque hac arte conſtituta erunt ipſi triangulo a k o, æquilatera atq; æquiãgula. Et propterea in omnibus locis poſitis in ſemicirculo m t s, ſolares radij qui gnomonum vmbras diſtinguunt, æquales diſtantias Solis à verticibus commõſtrabunt, & concurrent ad K, commune coincidentiæ punctum, quod etiam reliquis locis alterius ſemicirculi accidere neceſſe eſt. Sic igitur patet quòd ſolares radij vmbras diſterminantes in illis locis quorum vertices in vno atq; eodem circulo maximo per centrum ſolis veniente, vel ante ipſum ſolem, vel poſt eum poſiti fuerint, ad ſolis partes concurrent, non autem in ipſo ſole. Sed in quibus ipſa verticalia puncta æqualibus circumferentijs diſtiterint ab ipſo Sole, ſub cẽtro terræ coincident. Hinc fieri neceſſe eſt, vt cum radio quocunque qui vmbram diſtinguit, innumeri altj radij concurrant apud Solem, & innumeri ſub centro terræ. Proinde qui neq; primi generis ſunt, neq; ſecũdi, quoniam in vno plano non ſunt, neque paralleli ſunt, neq; concurrunt.

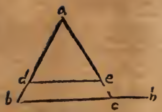
Ipſos autem ſolis radios apud terram parallelos apparere, demonſtratum inuenimus à Vitellione, & in libro de Compoſitione diuerſorum ſpeculorum incerti authoris. Idipſum nos tamen multo exactius oſtendemus in hunc modum. Duo ſolares radij æqualesq; a b & a c, ad ſuperficiem terræ venientes in puncto a concurrant, ſiue in ſole, ſiue prope ſolem, ſiue ſub centro terræ, quorum æquales partes b d & c e apud terram, inſenſibilis ſint quantitatis reſpectu longitudinis eorundem radiorum a b & a c, & connectantur b c & d e. Duæ igitur rectæ lineæ b c & d e, æquidiſtantes erunt, per ſecundam pro-



poſitionem ſexti libri Euclidis: & idcirco æquiangula erunt atque ſimilia duo triangula a b c & a d e. Quapropter ſicut a b ad a d, ſic b c ad d e, & per conuerſionem rationis ſicut a b ad b d, ſic b c ad exceſſum quo ipſa eadem b c, ſuperat rectam d e. Atqui imperceptibilis quantitatis eſt ipſa b d, ſi conferatur cum a b vel a d: igitur imperceptibilis erit quantitatis differẽtia rectarum b c & d e, ſi cum vtrauis earum conferatur. Aequales itaque apparent b c & d e, & quia ſunt æquidiſtantes: duæ igitur b d & c e, quæ æquales poſitæ ſunt, æquidiſtantes apparebunt. Rectæ enim lineæ æquidiſtantes annuere & quaſi concurrere videntur, quando earum interuallum minui videtur, magiſque ſibi inuicẽ videntur appropinquare: quẽadmodum oſtenſum eſt ab Euclid. 6. propoſitione Perſpectiuæ, & à Vitellione libro quarto. Et idcirco quando æqualia apparuerint cõcurrentium linearum interualla, neq; annuere, neq; abnuere videbuntur ipſæ concurrentes lineæ, & omnino parallelæ apparebunt. Et propterea b d & c e, rectæ lineæ apud terram æquidiſtantes videbuntur. Nihil autem refert ſiue ipſas b c & d e, pro interuallis ſumas rectarum b d & c e, ſiue perpendiculares ab earum terminis ductas. Concludes etiam ſi voles per 33. propoſitionem primi Euclidis veluti Vitellio, & in ipſo Speculorum libro.

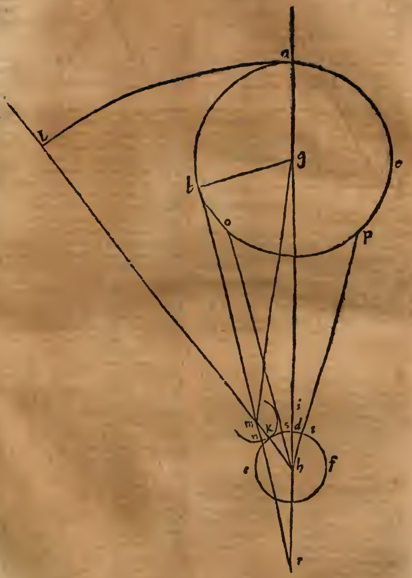
Idẽ aliter experimento probatur in eodem libro. Radius enim a b, in Aſtrolabio cuius centrum eſt b, altitudinem ſolis demonſtrat c d, horizontis linea b d in rectũ producatur, & in eodẽ plano in quo eſt ipſa Aſtrolabij facies, aliud Aſtrolabium ſuſpendatur, centrum e habens in eadem recta linea. Itaq; radio ſolis e f per e centrum veniente, in eodem inſtanti altitudinis arcus g K, æqualis ipſi c d apparebit: anguli igitur a b d & f e g æquales. Quapropter duo radij a b & e f, paralleli apparebũt per 28. propoſitionem primi lib. Eucli. quod erat demonſtrandũ. Cęterùm hanc poſteriorẽ oſtenſionẽ non probam⁹. Concurrant enim ipſi duo radij in pũcto l ſolis





cētro,& ſumantur radij b l,duæ æquales partes l m & m n,& à punctis m & n ipſi rectæ b e. duæ excitētur æquidiſtātes lineæ m o & n p. Dupla igitur erit n l ipſius m l,& idcirco propter ſimili tudinē triangulorū l n p & l m o dupla erit n p ipſius m o,& propterea inæquales apparebunt: nō igitur videbūtur æquidiſtare ipſæ n m & p o,productis tamē n p & m o,vſque ad q & r angulus l p q.æqualis reperietur per Aſtrolabiū angulo l n p,& angulus l o r angulo l m o, ꝑpter inſenſibilē differentiā: æquales ſunt enim anguli l n p & l m o angulo a b d,ãguli etiā l o r & l p q. æquales ipſi f e g.Sed neq; ſi duæ rectæ lineæ viſæ fuerint æquidiſtantes, coalterni anguli, aut exterior interiori, ob idipſum æquales reperti erunt per Aſtrolabiū.In triãgulo enim æquilatero lōgiſsimorumq; laterū a b c, æquales ſumā tur partes b d & c e,imperceptibilis tamē quātitatis,ſi cum ipſis a b & a c cōferātur, & cōnectatur d e. Differētia igitur duarū rectarū b c & d e imperceptibilis erit,ſi cū vtrauis earum conferatur,& idcirco ęquales apparebunt eædē b c & d e,rectæ lineæ,& quia ſunt æquidiſtantes:duas igitur b d & c e,æquidiſtantes apparere,quemadmodū in prima figura cōcludes. Conſtat tamen quod producta b c ad h, & Aſtrolabij centro poſito tū ad b tum ad c.multo maior inuent⁹ erit exterior angul⁹ a c h,ipſo interiore a b c duplus enim eſt ad eū. Quare nō ꝑpterea quòd radij ſolares æquidiſtātes apparēt,æquos angulos efficere vidētur in cētro Aſtrolabij, exteriorē interiori cū horizōtis linea, neq; è cōtrario.

quia huiuſmodi anguli æquales reperiūtur per Aſtrolabiū,ipſi ſolares radij paralleli apparebūt. Propterea verò ãguli æquales apparēt in Aſtrolabijs aut Sciotheris iſtrumētis, tametſi inæquales ſint quoniā angulus quē ijdem radij vel in ſole vel prope ſolem efficiunt,quo quidē exterior interiorem ſuperat, propter ſui paruitatem imperceptibilis eſt. Quanquam vero Erathoſtenes ſuppoſuerit radios ſolis æquidiſtantes, & idcirco coalternos angulos ad gnomonis verticē, & ad centrum terræ, æquales eſſe concluſerit, in obſeruatione illa quam in Alexandria fecit, ad inueniendum quantus eſſet totus terreni globi circuitus ſecundum maximum circulum, nihilominus vera eſt demonſtratio noſtra, ex qua colligitur radios ſolis in ipſa Erathoſtenis obſeruatione ſub centro terræ coincidere, angulū verò factum ad gnomonis verticem, coalterno qui ad centrum terræ quarta circiter parte vn.i⁹ gradus minorem eſſe, & proinde arcus ipſius anguli qui in centro terræ, graduum erit ſeptem cum min. 27. Quare ſi inter Syenē & Alexādriā quinq; millia ſtadia ſunt: in toto igitur terreni globi circuitu ſtadia erunt dūtaxat 241610. non 250000. Sit enim meridies ad vnguem ijs qui ſunt in Syene, & Alexandria: hæc enim duo loca ſub vno atque eodē meridiano poſita ſunt, cōmunes verò ſectiones ipſius meridiani & ſolaris corporis, necnō & terreni, circuli ſint a b c & d e f, centrū ſolis g: terræ verò h & cōnectatur g h. Sitq; in Syene gnomon d i, rectus ad horizontem, verticale punctum a. Sit Alexandria vbi eſt K, agaturq; recta linea per h & k, vſq; ad meridianū vbi eſt punctum l, quod ſupra verticem eſt: gnomon verò ad horizōtem rectus K m. Ex magnitudine itaq; anguli d h K. concluditur ratio ſimilium arcuum d K, a l ad ſuos circulos: ipſius verò anguli magnitudo ex binis radijs ſolaribus deprehenditur, quorum alter qui eſt g i à centro Solis miſſus vnam rectam lineam efficit cum gnomone d i, ac terræ ſemidiametro d h: incidit enim ad perpendiculū,


a
g
l
o
p
i
m
k
s
d
n
e
h
f
r

& propterea nullam admittit vmbram idē gnomon meridiano tempore. Alter Solis radius eſt qui ad Alexandriam miſſus per punctum m trāſit, quod eſt gnomonis faſtigiū, vmbrāq; diſterminat k n, in cauitate hemicycli, ſolareq; corpus contigit in puncto b, cum recta verò g h cōcurrit in puncto r. Cōcurrere enim neceſſe eſt: propterea quòd angulus b g h, in centro ſolis acutus eſt. In triangulo porrò m g h, interior angul⁹ g h m, exteriori g m l æqualis cēſetur: propterea quòd angulus h g m, diuerſitatis aſpectus ſolis, qui ipſorum duorum angulorū differentia eſt, in eo ſitu inſenſibilis quantitatis eſt. At verò idem exterior angulus g m l, angulum ſuperat b m l angulo g m b: angulus igitur g h m, eodem b m l maior erit ipſa differentia g m b. Aequalis eſt autem angulus K m n contrapoſito b m l, angulus itaque g h m angulum K m n, ipſa eadem differentia ſuperabit, quæ eſt angulus g m b. Atqui ipſe angulus K m n, quinquageſimam ſui circuli partem ſubtēdere repertus fuit ab Erathoſtene, ideſt Gra. 7. minu. 12. angulus verò g m b, quarta circiter pars vni⁹ gradus eſt, per ea quæ Ptol. in quinto libro magnæ compoſitionis demonſtrauit, quod etiam ſtatim concludere poteris in triangulo rectangulo b g m, ex ratione b g ad g m cognita, nempe ſicut 5. cū ſemiſſe, ad 1210. Et idcirco ipſe idem angulus g h m, angulum ſuperat k m n, ipſa quarta parte vnius gradus, & proinde gradus ſeptem continebit idem angulus g h m, cū min. 27. totq; erūt in arcu d K, ſiue in a l. Et quia vt Erathoſt. ait ipſa diſtantia d K, quinq; millium eſt ſtadiorū: erunt igitur in toto terreno circuitu ſtadia 241610. quod erat oſtendendum. At ſi non ex vmbra gnomonis, ſed ex radio Solis per foramina tabellarum dioptræ Aſtrolabij, aut quadrantis ingrediente diſtantiam verticis à ſole Erathoſt. exploraſſet, maiorem fateor reperiſſet huiuſmodi diſtantiam ipſa quinquageſima ſui circuli parte, fruſtra tamē poſtulaſſet ad ſuam demonſtrationem dimiſſos radios à differentibus partibus ſolis parallelos eſſe, à centro enim ipſi⁹ veniunt eiuſmodi radij, ex quibus in Aſtrolabijs altitudinem ſolis deprehendimus, nō à differentibus partibus. Deducantur autem à cētro terræ duæ rectæ lineæ ſolem cōtingentes in pūctis o & p, terram verò ſecantes in s & t; angulus igitur p h o, diametri ſolis viſualis dimidiū circiter vnius gradus continebit: & idcirco in toto terræ ſpatio s t, gnomones meridiano tēpore ſine vmbris videbūtur, & ob eā cauſam Erathoſt. dixiſſe puto, Cleomede referēte, Sole in Syene ad perpēdiculū poſito, immunes eſſe gnomones ab vmbra, ad tercēta ſtadia. Ex his etiā palā eſt, altitudinem ſolis per Aſtrolabiū deprehenſam, ea minorē eſſe quæ ex ratione vmbræ ad ſuum gnomonem concluditur, tantam verò eſſe ipſarum altitudinum differentiam, quantum eſt id quod relinquitur, detracta diuerſitate aſpectus ſolis à ſemidiametro eiuſdem viſuali. Cuius rei equidem miror Ptol. minimè nos admonuiſſe, cum in libro ſecūdo magnæ cōpoſitionis aſtrorum ex ratione vmbræ ad gnomonem, ſolis altitudinem inuenire docuit.

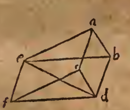
Nunc verò poſt tractationem de radijs, gnomonum vmbras in terreni globi ſuperficie proiectas oſtendemus parallelas non eſſe, ſed videri: propoſitis enim duabus vmbris duorum gnomonum ad perpendiculum poſitorum, ſi radij ſolares ipſas vmbras diſtinguentes primi generis ſunt, hoc eſt, ſi verticalia pūcta gnomonum in vno ſunt plano maximi cuiuſdā circuli per centrum ſolis venientis, nec concurrēt ipſorum gnomonū vmbræ, neq; parallelæ erunt, ſed fiet ex eis in longitudinem productis vna dūtaxat linea circularisq;, non duæ. At verò ſi radij ſolares propoſitas vmbras diſtinguentes ſecundi generis fuerint, eas cōcurrere oſtēdemus, parallelas tamen apparere. Sint enim ad perpendiculū poſiti ſuper terreni globi ſuperficie duo gnomones æquales a b, c d, quorum verticalia puncta æqualibus diſtent interuallis à ſole, radij ſolares vmbras diſtinguentes ſint a e, c f, proiectæ verò vmbræ in terreni globi ſuperficie b e, d f. Dico ipſas vmbras b e, d f, vlterius productas in vtraſque partes concurrere, ſed tamē parallelas apparere. Quoniam enim radij a e, c f ſecundi generis ſunt; in planis igitur erunt maximorum



circulorum per verticalia puncta gnomonum, & centrum ſolaris corporis, & centrum terræ venientium: quapropter vmbræ b e, d f in communibus erunt ſectionibus eorundem planorum cum globo terræ: & idcirco ipſæ vmbræ b e d f, arcus erunt maximorum circulorū terreni globi per primam propoſitionem atque ſextam primi libri Theod. Et proinde ſi eædē vm-

brę

bæ b e, d f in cõtinuum producantur, ad vtraſque partes concurrent, quod in primis oſtendẽdum erat. Cæterùm quod parallelæ appareant, in hunc modum demonſtrabimus. Quoniam enim gnomonum vmbræ & earum interualla cum amplitudine ſuperficiei globi terreni collata rectæ apparent lineæ, & in plana ſuperficie exiſtentes: ſumantur itaq; ipſæ e b & d f, pro rectis lineis, & connectātur b d, e f & a c. At æquales ſunt gnomones a b, c d per hypotheſim, & producti concurrunt in centro terræ: igitur ob angulorum æqualitatem, & ſimilitudinem triãgulorum, communem angulum habentium in ipſo centro terræ, recta a c baſis vnius rectam b d, baſim alterius inſenſibiliter ſuperabit: quemadmodum de ſolaribus radijs ſuperius demonſtrauimus. In duobus autem triangulis a e b, c f d, duo anguli a b e, c d f æquales ſunt ad inuicẽ: duo præterea anguli b a e, d c f, ijs contrapoſiti æquales etiam ſunt: igitur reliqua ipſorum triangulorum latera, alterum alteri cũ reliquis angulis æqualia erunt per 26. propoſitionẽ primi libri Euclidis. Et proinde radij a e, c f æquales ſunt, qui ſi vlterius producti fuerint, ſub cen



tro terræ concurrent in cuiuſdam coni vertice, velut ſuperius fuit oſtenſum. Ob angulorum igitur æqualitatem & ſimilitudinem triangulorum communem habentium angulum ad idem pũctum, verticem ipſius coni, recta a c baſis vnius inſenſibiliter ſuperabit rectam e f baſim alterius: æquales igitur apparebunt ipſæ b d, e f per communem ſententiam: inſenſibili enim differentia à recta a c ſuperantur. Connectatur autem d e, & per 8. propoſitionem, & 27. primi libri Euclidis, ipſas e b, f d oſtendes parallelas apparere. Melius tamen meo iudicio id ex eo inferes, quòd ipſæ æquales rectæ lineæ e b & f d paribus videantur diſtare interuallis, nempe e f & b d, quemadmodum ſuperius de radijs ſolis concluſimus. Et non ſolum gnomonum vmbræ quæ in cõnexa ſuperficie terreni globi extenſæ ſunt: ſed etiam quæ in vna plana ſuperficie iaciuntur, parallelæ videbuntur, ſi modò ipſi gnomones à ratione perpendiculi parum diſtiterint. Quoniam enim in rectam lineam producti in centro terræ coincidunt: nõ poteſt igitur vterq; eorum ad vnum idemq; planum ad rectos angulos eſſe. Repetatur itaq; præcedens figura, & ponamus gnomonem a b, ad rectos angulos ſuper ſuperficie æquidiſtante horizonti loci b, gnomonem verò c d, eidem plano incumbere, ſed tamen à rectitudine inſenſibili differẽtia declinare, item paribus in mundo interuallis eorũdem gnomorum vertices à Sole diſtare. Recta igitur c d vſq; ad centrum terræ extenſa maior erit ipſa a b, ad idem centrum perducta, inſenſibili tamen differẽtia: rectæ autem a b & c d æquales poſitæ ſunt: duæ igitur rectæ lineæ a c & b d pro parallelis habebuntur, per 2. propoſitionem 6. Euclidis. Iam igitur in ſimilibus triangulis quemadmodum de radijs ſolaribus ratiocinati ſumus, rectam a c concludemus in ſenſibili differentia ſuperare rectam b d. In duobus porrò triangulis a b e & c d f: quoniam anguli ad b & d, puncta, propter inſenſibilem declinationem gnomonis c d, à rectitudine, æquales ſupponuntur: duo item anguli b a e & d c f, ijs contrapoſiti qui pares diſtantias ſubtendũt inter vertices & ſolem, æquales ſunt, ipſi etiam gnomones a b & c d, æquales poſiti ſunt: reliqua igitur latera eorundem triangulorum reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri per 26. propoſitionem primi libri Euclidis: & idcirco duo radij a e & c f æquales erunt. At hos ſub cẽtro terræ concurrere, ad verticem cuiuſdã coni baſim habentis in ſolaris corporis ſuperficie ſuperius oſtenſum fuit: igitur propter interuallorum immenſam longitudinem, ipſi a e & c f cũ eiſdem collati inſenſibilis quantitatis exiſtimabuntur: & idcirco in ſimilibus triãgulis quorũ baſes a c & e f, rectam a c concludemus ſicut antea inſenſibili differẽtia ſuperare rectam e f. Oſtenſum porrò fuit ipſam quoq; rectã b d, inſenſibiliter ſuperare: duæ igitur b d & e f, pro æqualibus habebuntur. Et idcirco duo b e & d f, quoniam paribus diſtant interuallis parallelæ apparebunt. Vel ſi mauis id inferre ex elementis Geometricis primi libri Euclidis, connectatur b f aut e d: & quoniã b e & d f æquales oſtẽſæ ſunt: per 8. igitur propoſitionem & 27. ipſius primi libri, duas rectas lineas b e & d f, paralle-

las

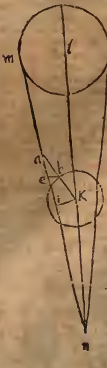
las apparere concludes. At concurrere neceſſe eſt ad partem b d, ſi in rectū producantur, quod quidem non erit difficile demonſtrare. Radius enim a e, ſi ad verticem vſq; concepti coni productus intelligatur, maiorem ratione͂ habebit ad a e, quàm recta a b, vſque ad centrum terræ extenſa habet ad ipſam a b: & idcirco in duobus illis triangulis quorum communis baſis eſt a c, oppoſitus verò angulus in vno eorū ad verticem coni eſt: in altero autem ad centrum terræ, maiorem ratione͂ habebit a c, ad eum exceſſum quo rectam ſuperat e f, quàm ad eum quo rectā excedit b d, per conuerſionem rationis & 13. quinti, & proinde minori differentia ſuperabit ipſa eadem a c, rectam e f quàm rectam b d, & propterea maior erit e f quàm b d. Ex quo quidem ſtatim concludes ipſas b e & d f, concurrere ad partem b d. Connectatur enim d e, & quoniam in duobus triangulis e f d & e b d, duo latera b e & d f æqualia oſtenſa ſunt: latus autem d e cōmune eſt vtriq; triangulo, ſed baſis e f triā guli e f d, maior eſt baſe b d trianguli e b d: angulus igitur e d f ipſius trianguli e f d, maior erit angulo b e d trianguli e b d, per 25. primi Euclidis. Ad punctum itaq; e terminum rectæ e d, faciemus cum ipſa e d angulum d e g. æqualem ipſi angulo e d f. per 23. propoſitionem ipſius primi libri Euclidis: & idcirco duæ rectæ lineæ d f & e g. parallelæ erunt per 27. propoſitione͂ eiuſdem primi libri Euclidis: & proinde duo anguli e f d & f e g, duobus rectis æquales erunt per 29. Atqui angulus f e b, minor eſt ipſo angulo



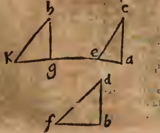
f e g: duo igitur anguli e f d & f e b, minores erunt duobus rectis, & idcirco ipſæ duæ rectæ lineæ f d & e b, cōcurrent ad partes b d. per quintum poſtulatum, quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Suppoſita porrò ſententia Erathoſtenis de ambitu terreni globi, & Archimedis demonſtratione de circuli demenſione, quā do gnomon c d à rectitudine diſceſſerit decima parte vnius grad^{9}, ideſt minutis 6. interuallum b d, inter duas vmbras b e & d f, nouem ferè millia paſſuum continebit: quando verò vno duntaxat minuto à rectitudine declinauerit, erit ipſum interuallum paſſuum ferè 1500. Angulus enim quem duo gnomones a b & c d, in centro terræ coincidentes efficiunt, ipſi declinationi gnomonis c d æqualis exiſtit, ipſamq; vmbrarum diſtantiam ſubtendit.

Lemma.

SVmpſimus autem ad oſtendēdum vmbras b e & d f, concurrere ad partem b d, quòd maiorem rationem habet recta a e, vſque ad verticem concepti coni extenſa, ad radium a e quàm recta a b, vſque ad centrum terræ perducta, ad gnomonem a b. Hoc autem in ſubiecta figura oſtendemus. Centrum enim terræ ſit K, Solis verò l gnomon a b, & connectatur K l, quæ in rectum producatur ad partem K, radius a e, in vtramq; partem productus, Solem contingat in m, & cum recta K l ſub centro terræ coincidat in n, vmbramque diſtinguat b e, in plana ſuperficie æquidiſtante horizonti loci F, & ipſius gnomonis a b, longitudo producta intelligatur vſq; ad K. Dico quòd maiorem rationem habet a n ad a e, quam a K ad a b. Quoniam enim angulus b k l, arcū ſubtendit complemēti altitudinis ſolis ſupra horizonte͂: acutus igitur eſt, & reliquus idcirco b k n obtuſus erit. A puncto itaq; K ſuper a K in plano trianguli a k n recta k i, ad rectos angulos excitetur. Igitur propter æqualitate͂ angulorum & ſimilitudinem triangulorum a K i & a b e, ſicut



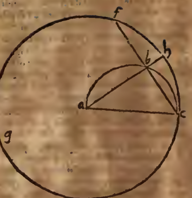
ſicut eſt a K ad a b, ſic erit a i ad a e, maior eſt autem a n ipſa a i: maiorem igitur rationẽ habebit a n ad a e, quàm ipſa a i ad eandem a e: & idcirco maiorem habebit rationem a n ad a e, quam a K ad a b, per 12. propoſitionem quinti libri Euclidis ex Campano, quod erat aſſumptum. Et in hac quoque figura poteris alio modo oſtendere rectam b d, minorem eſſe recta e f. Nam ſicut eſt a b ad b K, ſic a e ad e i, atqui a e ad e i, maiorẽ habet rationem, quàm ad e n: igitur a b ad b k, maiorem rationem habet quàm a e ad e n: igitur tota a K ad b k, maiorem habebit rationem quàm a n ad en. At verò ſicut a K ad b K, ſic in ſimilibus triangulis a c ad b d, & ſicut a n ad en, ſic in alijs ſimilibus triangulis a c ad e f: igitur maiorẽ rationẽ habebit a c ad b d quàm ad e f, & proinde minor erit b d ipſa e f. Et reliquas quoque vmbras quas cæteri radij diſtinguũt, qui neque primi generis ſunt, neque ſecundi, parallelas non eſſe, ſed videri, eadem methodo oſtendem⁹. In locis enim a & b, gnomones a c & b d, vmbras proijciant a e & b f, radij verò c e & d f, qui eas diſtinguunt neq; primi generis ſint, neque ſecundi, ideſt neque exiſtant in plano vni⁹ maximi circuli per verticalia puncta eorundẽ locorum, & centrum ſolaris corporis, atque terreni globi venientis, nec æquales diſtantias à verticibus oſtendant, ſed angulus a c e quem radius c e, cum gnomone efficit a c angulo b d f quem radi⁹ d f, cum gnomone efficit b d minor ſit. Dico ipſas vmbras a e & b f, parallelas non eſſe, ſed videri. Nam quoniam a e maximi circuli terræ ſegmentum eſſe, ſuperius oſtenſum fuit: extendatur igitur ad partem Soli oppoſitam, & in eodem maximo circulo locus g, intelligatur, à cuius vertice tanto interuallo Sol diſtet, quanto recedit à vertice loci b. Gnomõ igitur g h in ipſo loco g, vmbram proijciat g K in eodem inſtanti, radius verò Solis ipſam diſtinguens vmbram, erit h K. At ex his quæ à nobis ſuperius oſtenſa ſunt, ipſos radios d f & h K, ſecundi generis eſſe cõſtat: duæ igitur vmbræ b f & g K parallelæ apparebunt: ſed ſi in continuum producantur concurrent. Ipſa porrò vmbra a e, in maximo circulo eſt in quo g K: cõcurret igitur cũ b f & e i parallela apparebit, quod erat oſtendẽdum. Aduertẽdum eſt autem, quòd quæ de vmbris gnomonum æqualium oſtendimus, demonſtrari etiam poſſunt de vmbris gnomonum inæqualium: maioris enim gnomonis & minoris vmbræ in eadem linea extenſæ ſunt.



¶ *Inſtrumentum fabricare, quo abſque numerorum tabulis cordas, atque ſinus datorum arcuum, necnon & rationẽ æquinoctialis ad quemuis æquidiſtãtium inuenire poſſis, & quædam alia.*

Cap. 19.

IN plana quauis tabula ſemicirculus deſcribatur a b c, & in nonaginta æquales partes diuidatur. Et ſuper puncto c termino diametri a c, regula quædã voluatur ipſi diametro a c æqualis, cui⁹ ea facies quæ ad punctum c, dirigitur in 60. æquales partes diuiſa ſit. Igitur cum dati arcus ſinum rectũ inuenire libuerit, numerum graduum qui in eo fuerit, in ſemicirculo ſupputabimus à puncto c in a. Sit exempli gratia finis vbi b. Regulam idcirco traducem⁹ ad ipſum b in ſitu c f, Nã quot ſexageſimæ fuerint in c b, tot habebit ſinus rectus dati arcus. Huius demonſtratio facilis eſt. Super pũcto enim a interuallo a c, circulus quidam deſcriptus intelligatur qui ſit c f g, & ab ipſo centro a recta linea ducatur per b, quæ ipſius concepti circuli circumferentiam attingat in puncto h. Et quoniam angulus a b c, in ſemicirculo rectus eſt: recta igitur linea b c, ſinus rectus erit arcus c h. At verò ſicut rectus angulus a b c, ad acutum b a c, ſic ſemicirculus a b c ad arcum b c. Item ſicut rectus angulus qui in centro a, cõſtitutus fuerit, ad ipſum acutum b a c, ſic quadrans circuli c f g ad arcum c h: omnes porrò anguli recti æquales inuicem ſunt. Igitur ſicut ſemicirculus a b c, ad arcum b c: ſic quadrans circuli c f g, ad arcum c h. Et idcirco quot ſemicirculi a b c, nonageſimæ in arcu b c ſunt, tot quadrantis circuli c f g, erunt in arcu c h.



Tot autem ſupputauimus in ſemicirculo, quot erant in propoſito arcu: igitur inuẽtus eſt ea arte dati arcus ſinus rectus, quod erat oſtẽdendũ. Concludere etiam poteris duos arcus c b & c h, æquales eſſe. Nam ſicut circulus ad circulum, ſic diameter ad diametrum: quadrans igitur circuli c f g, & ſemicirculus a b c æquales erunt. Oſtenſum eſt autem ſemicirculum a b c ad arcum b c, & quadrantem circuli c f g, ad arcum c h in eadem eſſe ratione: igitur ſicut ſemicirculus ad quadrantẽ, ſic b c ad c h per permutatã, & proinde æquales erunt ipſi arcus c b & c h, quod oſtendere voluimus. Aduertendum eſt autem, quòd hac arte inuenitur ſinus rectus dati arcus vno quadrante minoris. At verò ſi propoſitus arcus maior quadrante fuerit, auferendus erit ex 180. & reſidui ſinum rectum inueniemus. Nam vna & eadem recta linea detracti & relicti ſinus rectus exiſtit. Et quoniam ſemidiameter cuiuſuis circuli æquinoctiali æquidiſtantis ſinus rectus eſt diſtantiæ eiuſdem à polo mundi viciniore: cum igitur rationem æquinoctialis circuli ad quemuis æquidiſtantium cognoſcere operæpretium fuerit, ſinum rectum inueniemus illius arcus, quo datus circulus æquinoctiali æquidiſtans à polo viciniore abeſt. Nã ſicut numerus partium qui in inuento ſinu repertus fuerit ad 60. ſic ſe habebit datus æquidiſtans ad æquinoctialem. Præterea quoniam eadem eſt ratio duorum quorumcunq; circulorum, & ſimilium partium: quonam igitur modo gradus circulorum æquinoctiali æquidiſtantium in gradus maximi circuli ſint conuertendi non erit difficile inuenire. Nam diametrum a c, vnum eſſe gradum æquinoctialis ponemus: & erit idcirco quælibet ipſius diametri ſexageſima minutum vnum. Quapropter quot ſexageſimæ repertæ fuerint in ſinu recto diſtantiæ dati paralleli à polo viciniore, id eſt quot habuerit ſexageſimas ſemidiameter dati paralleli, tot minuta vnius gradus æquinoctialis gradus vnus dati paralleli cõtinebit. Deinde verò eadem minuta multiplicando in numerum graduum qui in propoſito arcu dati paralleli ſunt, ſummam colligemus graduum & minutorum maximi circuli qui in ipſo arcu dati paralleli ſunt. Et eadem prorſus arte cognoſci poterit, quot Italica milliaria in terrena ſuperficie vni gradui reſpondeant, dati circuli æquinoctiali æquidiſtantis. Ponemus enim (vt ſupra) diametrum a c, vnũ eſſe graduum maximi circuli: & erit idcirco vna ipſius ſexageſima vnum Italicum milliare, vt ſint in vno gradu milliaria 60. ita enim receptum videmus. Quapropter quot ſexageſimæ repertæ fuerint ĩ ſemidiametro dati paralleli, tot Italica milliaria grad⁹ vnus eiuſdem paralleli continebit. Quòd ſi alijs menſuris præter milliaria vti libuerit, diuidenda erit diameter a c regulæue longitudo in eum numerum partium, qui vni gradui maximi circuli ſecundum datam menſuram reſpondet: deinde verò, vt anteà, operabimur. Iam verò ſi ſinus rectus detur cognitus, ſed arcus ille cui reſpondet ignoretur, numerum ſexageſimarum dati ſinus recti in regula inſtrumẽti ſupputabimus, initium ſumendo ab ipſo c puncto, finem verò nota aliqua ſignabimus, & deinde regulã ipſam tamdiu circumducemus, donec impoſita nota ad ſemicirculi circumferentiam veniat. Nam arcus inter ipſam notam & punctum c, quot gradus arcus ille qui quærebatur comprehẽdat, nobis oſtendet. Porrò ſi arcus detur cognitus, ſinus verò verſus ignoretur, minor quadrante ſi fuerit, ſinum rectum cõplementi inuenies, quẽ quidem auferes ex 60. & ſinus verſus dati arcus cognitus relinquetur. Sed ſi maior quadrãte fuerit, illius arcus quo quadrantem ſuperat, ſinum rectum inuenies, quem partibus 60. addes, & cõflabitur numerus partium ſinus verſi, qui propoſito arcui reſpondet.

Igitur ſi ſinus verſus detur cognitus, arcus autem cui reſpondet ignoretur, ipſum ſinũ verſum auferes à 60. ſi ſexageſimarũ numerus qui in eo ſunt minor fuerit quàm 60. ſinus enim

re-

rectus relinquetur, qui cõplemẽto quæſiti arcus reſpõdet. Cum igitur arcus ipſius ſinus recti modo ſupradicto inuentus fuerit, eum auferemus à gradib⁹ 90. & cognitus relinquetur arcus ille qui dato ſinui verſo reſpondet. Sed ſi datus ſinus verſus maior fuerit quàm 60. auferãtur ab eo 60. & relinquetur ſinus rectus cuiuſdam arcus, quo quidem quæſitus arcus quadrantem ſuperat. Inueniatur igitur arcus qui eidem ſinui recto reſpondet, & quadrãti adijciatur, arcusq; conſtabitur, qui quærebatur. At ſi arcus fuerit cognitus, corda autem ignoretur, dimidij propoſiti arcus ſinum rectum inquiremus, quo geminato ipſius propoſiti arcus corda patefiet.

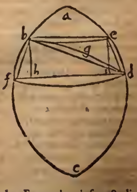
Sed ſi corda cognita fuerit, arcus verò ignoretur, eum inueniemus arcum, cui quidem propoſitæ cordæ dimidium tanquam ſinus rectus reſpondeat. Quo geminato, arcus qui quærebatur, innoteſcet. Reſpondet autem vna atq; eadẽ corda duabus circumferentijs, quarum vna eſt ſemicirculo minor, altera vero maior quæ circulum complet. Regulæ porrò longitudinem circuliuè maximi ſemidiametrũ in hoc inſtrumento in 60. æquales partes ſecauimus more Ptolemæi. Sed quia recentiores Mathematici complura problemata multo facilius quàm Ptolemæ⁹ abſoluunt, ſola videlicet multiplicatione ac diuiſione 4. quantitatum proportionalium, quarum vna ſinus totus ſemper eſt: ſemidiametrum igitur circuli regulæuè longitudinem in 100. partes aut mille ſi diuiſeris, citius ipſas multiplicationes ac diuiſiones perages.

¶ *Datis latitudinibus & longitudinibus, duorum locorum eorum intercapedinem metiri.* Cap. 20.

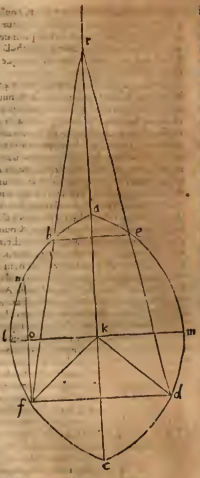
DVobus modis hoc cognoſci poteſt, aut numeris, aut inſtrumẽto. Numeris verò hac arte. Vel enim data loca ſub vno meridiano poſita ſunt, vel ſub vno parallelo, vel ſub diuerſis meridianis & parallelis. Si ſub vno meridiano, & vel ambo ſunt Borealia, vel ambo Auſtralia, ſublata minori latitudine à maiori, arcus meridiani qui relictus fuerit, diſtantia erit viatoria inter ipſa data loca. Sed ſi ſub eodem meridiano poſita ſunt, vnus tamen Auſtralis eſt, alter verò Borealis, ipſas duas latitudines in vnam ſummam colligemus, & diſtantia viatoria prodibit nota. At ſi ſub vno parallelo poſita ſunt, differunt autem meridianis, corda differentiæ longitudinis ipſorum locorum in ſinum rectum complementi altitudinis poli multiplicetur, productum verò diuidatur in 60. & venient in quotiente numer⁹ partium quem chorda arcus circuli maximi per ipſa data loca venientis continet. Maximi enim circuli ſemidiametrum 60. æqualiũ partiũ ſubijcimus. Chorda porrò cognita exiſtente arcus ignorari non poteſt: & idcirco ipſe maximi circuli arcus, qui per eadem loca ſcribitur, cognitus erit. Demonſtratio huius facilis eſt. Nam ſicut ſe habet æquinoctialis ſemidiameter ad propoſiti paralleli ſemidiametrum, ſic recta ſubtendens arcum differentiæ longitudinis in æquinoctiali, ad rectam ſubtendentem arcum differentiæ longitudinis in eodem parallelo, quod quidem per 14. ſecun. Theod. & quartam 6. Euclidis concludes. At ſinus rectus complementi altitudinis poli complementiue declinationis dati paralleli, ſemidiameter eſt eiuſdem paralleli: igitur ſi harum quatuor quantitatum proportionalium ſecundam in tertiam multiplicaueris, productum verò per primam diuiſeris, quarta illico nota prodibit. Et quia vna atque eadem recta linea arcum differentiæ longitudinis in dato parallelo ſubtendens, arcum etiam ſubtendit maximi circuli per eadem loca venientis: idcirco cum ea cognita fuerit in partibus ſemidiametri maximi circuli, arcus ille cui reſpondet ignorari non poterit, & proinde diſtantia viatoria inter eadem loca patefiet. Petrus Appianus & Stoflerus & quidam alij hoc putant abſoluiſſe, cum gradus differentiæ longitudinis qui in ipſo parallelo inter data loca ſunt, in gradus maximi circuli conuerterint, & ipſos denique gradus maximi circuli in milliaria, aut ſtadia, aut alias quaſuis menſuras. At non aduertunt quòd eo modo diſtantiam viatoriam quæ quidem ſegmentum maximi circuli eſſe debet, non inueniunt, ſed tantum quot milliaria aut ſtadia paralleli arcus inter eadem loca comprehendat.

Quando verò duo data loca diuerſos habẽt meridianos, & diuerſos parallelos, maiori negotio præſens problema abſoluitur. Quidam enim in ſphærico rectanguloq; triangulo datorum locorum intercapedinem perinde metiuntur, atq; in rectilineo: ſumptis videlicet radicib⁹

quadratorum duorum laterum rectum angulũ ambientium. Alij hoc idem eadẽ methodo inueſtigant, ſed exactius, conuerſo imprimis vno latere trianguli quod paralleli ſegmentum exiſtit, in partes maximi circuli. His autẽ duobus modis ſiue ſenſibili errore vti poſſumus in exiguis diſtantijs, in magnis verò alia arte vtendũ erit. Quare Ioannes Vernerus & Ioãnes de Mõteregio vt certiſsimis numeris locorum diſtantias inuenirent, multo aliter rem hãc tractarũt. Verneri modus hic eſt. Sint duo data loca ſub diuerſis meridianis a b c & a d c poſita, vertex loci à circulo æquinoctiali diſtantioris ſit b, vertex verò loci qui ab ipſo æquinoctiali minus recedit, ſit d, ſegmentum paralleli loci b inter ipſos meridianos ſit b e, ſegmentum verò paralleli loci d inter eoſdem meridianos ſit d f, arcus maximi circuli inter b & d, cuius quantitatem cognoſcere volumus ſit b g d, & recta ſubtenſa b d, rectæ verò b e & d f, datorum parallelorum ſegmenta ſubtendant: at duæ rectæ b f & e d, duos æquales arcus meridianorum inter eoſdẽ



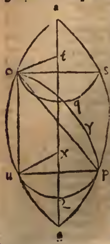
parallelos. Et quoniam ipſæ rectæ lineæ b f & e d æquales, cognitos arcus ſubtendunt: per tabulam igitur de arcu & corda innoteſcent. Paralleli porrò cogniti ſunt, & eorũ ſegmenta inter meridianos comprehẽſa etiam cognita: duæ idcirco rectæ lineæ b e & f d, in partibus qualiũ æquinoctialis, aut meridiani diameter eſt 120. arte paulò ante tradita cognitæ erunt. Deinde à punctis b & e, ſuper rectam f d perpendiculares ſint b h & e i: recta igitur b e rectæ i h æqualis erit, & recta b h rectæ e i æqualis in parallelogramo b e i h, per 34. primi libri Euclidis. Quare in duobus triangulis rectangulis b f h & e i d, duo latera f h & i d, æqualia erunt, per 47. propoſitionem eiuſdem primi libri, & communẽ ſententiam ſi ab æqualibus æqualia auferantur. Igitur vtraq; ipſarum f h & i d, dimidium erit differentiæ duarum rectarum d f & b e. Cognitæ ſunt autem ipſæ d f & b e: igitur dimidia differentia cognita erit, qua ſubtracta à recta f d recta d h, cognita relinquetur. In rectangulo autem triangulo b f h detracto quadrato rectæ f h, quæ iã innotuit ex quadrato rectæ b f, quadratum rectæ b h, cognitum relinquetur. Similiter quadratum rectæ d h, notum exiſtit: igitur in rectangulo triangulo b d h, quadratũ lateris b d, rectum angulum ſubtendentis, quod quidẽ per 47. propoſitionem primi libri Euclidis, eiſdem duobus quadratis æquum eſt, cognitum erit. & proinde ipſum latus b d, ignorari non poterit. Quare per tabulam Ptol. de arcu & corda, b g d maximi circuli ſegmentum inter data loca comprehenſum patefiet, quod erat oſtendẽdum. Cæterùm in hac demonſtratione, quod præcipuum erat, & imprimis oſtendendum, ſine quo reliqua conſtare non poſſunt, id à Vernero prætermiſſum eſt. Operæpretium enim erat demonſtrare duas rectas lineas b e & f d parallelas eſſe, quod quidem per 16. propoſitionẽ 11. libri Euclidis illico concludes, ſi modo oſtenſum fuerit, eaſdem rectas b e & f d, in vno plano poſitas eſſe, ſed non liquet. Quare vt hoc ipſum demonſtremus, centrum ſphæræ ponemus k, ipſorum verò meridianorum cõmunem ſectionem rectam a c, mundanum axem, & in plano meridiani a b c recta K l, rectos angulos efficiat cum ipſo axe a c, item recta K m, in plano meridiani a d c: rectos quoq; angulos cum ipſa a c, & verticale punctum b, vergat ad partes poli a, verticale verò d, ad oppoſitum polũ qui eſt c: cæterum magis recedat b, ab æquinoctialis puncto l quàm d ab m: ita enim modo ponim⁹. Eſto porrò arcus l n, æqualis ipſi f l aut d m, & connectatur f n, quæ rectam K l ſecet in o, item connectantur f K & d K. Quapropter rectilineus angulus n o K rectus erit, rectus etiam eſt a K o: igitur parallelæ ſunt duæ rectæ f n a k. In has autem incidit recta f K. Quare duo anguli K f n, a K f duobus rectis erunt æquales, per 29. propoſitionẽ primi libri Euclidis. Duo igitur anguli b f k & a k f, duobus rectis minores erunt: & idcirco duæ rectæ b f, a K concurrent ad partes a b, per quintum poſtulatum. Similiter demonſtrabitur duas rectas d e, a K concurrere ad partes a e. Concurrant autem b f, a k



in puncto r, dico duas rectas d e, a K in ipſo quoque puncto r concurrere. Quoniam enim duo arcus a f, a d æquales inuicē ſunt: duo igitur anguli a K f & a K d, æquales erunt. Duo verò acuti anguli b f k & e d K, æquales ſunt inter ſe. Nam angulus b f K, in eo minori ſegmento eſt, qui relinquitur detracta circumſerentia b f, ex ſemicirculo. At æquales oſtenſæ ſunt b f & e d: igitur in ſegmentis æqualibus ſunt ipſi duo anguli b f k & e d k: & idcirco æquales erunt per 27. propoſitionem tertij libri Euclidis. Cum igitur ſuper æquales rectas lineas f K & d k, duæ rectæ b f & d e, æquales efficiant angulos ad pūcta f & d: recta præterea a K ad punctum K, æquales efficiat angulos cum eiſdem, niſi fatearis b f & d e, ad idem punctum concurrere quod eſt r, in impoſsibile incides per 26. propoſitionem primi libri Euclidis: totum enim & pars æqualia erunt. Quapropter in ipſo puncto r, cōcurrunt. Quando autem duæ rectæ lineæ ſe inuicem ſecant, in vno ſunt plano, & omne triangulum in vno exiſtit plano per ſecundam propoſitionem 11. libri Euclidis: recta igitur d f, baſis eſt trianguli f d r, & in eodem plano recta b e exiſtit, quod erat demonſtrandum. Simul autē concludes per ſecundam ſexti b e & f d parallelas eſſe. Idem autem oſtendemus, & ſimili omnino ſyllogiſmo, ſi vterq; locus ad eundem polum vergat, aut Borealem, aut Auſtralem. Nam in vno atq; eodem puncto concurrent. Itaque modus ille quo vſus eſt Verneius ad inueniendum interuallū inter duo loca, certior eſt alijs, opus tamē valdè prolixum, quippe in quo quā plures fiant multiplicationes, diuiſiones, atque ſubtractiones, quanquam ſemel tantum radix quadrata extrahatur. Cæterùm ſi ſecundum librum Elementorum Euclidis conſulas, multo breuiori calculo idipſum problema abſolues. Poſtquam enim rectas lineas b e, f d in partes diametri maximi circuli conuerteris, vnam in alteram multiplicabis, producto verò quadratū addes rectæ b f aut e d. nam collecti radix quadrata ipſa recta erit b d: quare arcus b g d, per tabulam de arcu & chorda cognitus erit. Demōſtratio facillima eſt. Nam duarum rectarum f d & b e, differentia in duas æquales lineas diuiſa eſt f h & d i, quibus adiectam intelligas h i. Quapropter quod ex ductu totius d f, in adiectam fit, vna cum quadrato f h aut d i, æquum erit ei quadrato quod ex d h, per 6. propoſitionem ipſius 2. libri Euclidis. In rectangulo verò triangulo b h d, quadratum rectæ b d, æquum eſt quadratis quæ fiūt ex d h & b h, per 47. propoſitionem primi libri. Quadratum igitur ex b d, æquum erit ei quod fit ex d f in h i, vna cum quadratis ex f h & b h. At ipſis duobus quadratis ex f h & b h, æquum eſt quadratum ex b f: igitur quadratum ex b d, æquum eſt ei quod fit ex d f in h i. ſiue b e, cum quadrato ex b f. Et proinde multiplicabis b f in ſe ipſam, producto verò addes id quod fit ex d f in e b: collecti enim radix quadrata erit recta b d.

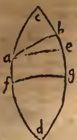
Illud autem relinquitur inueſtigandū: quonam videlicet pacto diſtantia viatoria ſit inuenienda,

nienda, quando data loca diuerſos habent meridianos, & oppoſitos parallelos, quod quidẽ omnium facillimum eſt. Nam rectam lineam arcum paralleli ſubtendentem, qui inter datorum locorum meridianos eſt, in partes diametri maximi circuli conuertemus, & in ſe ipſam multiplicabimus, producto verò addemus quadratum rectæ ſubtendentis arcum meridiani inter eoſdẽ parallelos intercluſi: collecti enim radix quadrata, ea erit recta linea quæ arcum maximi circuli ſubtendit inter eadem duo loca. Meridianus loci o ſit a o c: at loci p in oppoſito parallelo conſtituti meridianus ſit a p c, ſegmentum paralleli loci o, inter ipſos meridianos ſit o q s, recta ſubtẽſa o s. Segmentũ paralleli loci p, inter eoſdem meridianos ſit p z u, recta ſubtenſa p u, arcus verò o u, inter eoſdẽ parallelos recta ſubtẽſa ſit o u, ſphæræ axis ſit recta a c, meridianorũ cõmunis ſectio. Et quoniam ipſe axis a c, ad plana omnium parallelorum rectus exiſtit, & per eorum centra tranſit per 12. propoſitionem primi libri Theodoſij: ſit igitur punctum t, centrũ illius paralleli, qui vergit ad polum a, punctum verò x, centrum illius qui vergit ad polum c: cõmunes porrò ſectiones meridiani a o c, & eorũdem parallelorum vſq; ad centra t & x, ſint o t & u x. Quapropter ipſæ rectæ lineæ o t & u x, parallelæ erunt per 16. propoſitionem 11. Eucl. Et quoniam rectæ lineæ æquas & parallelas cõiungentes, æquales ſunt & ipſæ, atq; parallelæ, per 33. propoſitionem libri primi Euclidis: duæ igitur o u & t x, æquales ſunt & parallelæ. Quãdo verò vna duarum rectarum parallellarũ ad rectos angulos fuerit alicui plano, altera quoque ad rectos angulos erit eidẽ plano per 8. propoſitionẽ 11. libri Euclidis. Rectus autẽ eſt axis a c, parallelorum planis: igitur recta o u, plano paralleli centrum habentis ad pũctum x, ad rectos angulos erit. Et idcirco rectilineus angulus o u p, rectus erit per 2. diffinitionem vndecimi libri. Quapropter quadratum rectæ



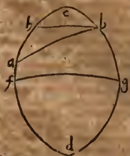
o p, duobus quadratis ex o u & u p, æquũ erit, cognita autem ſunt ipſa quadrata: igitur quadratum ex o p cognitum erit, & proinde ipſa recta linea cognita, & arcus o p, per tabulã Ptolemæi de arcu & chorda cognitus quoque erit, quod erat inueniendum.

Ioannes de Monteregio problemate 45. tabulæ primi mobilis ex proportione ſinuum in triangulis ſphæricis, datorum locorum intercapedinem deprehendit. Quilibet enim ingreſſus ſiue lateralis, ſiue arealis, quatuor numeros proportionales complectitur, quorum maximꝰ qui eſt ſinus totus, eam habet rationem ad ſinũ rectum arcus numeri tranſuerſalis, quam ſinus arcus numeri lateralis, ad ſinum arcus illius numeri arealis, qui dextrorſum iuxta eundem lateralem collocatur. Quare nil refert ſiue ſecundum regulam numerorum proportionalium, numeros multiplices atque diuidas, & quotientis arcum ex tabula ſinuum rectorum elicias, ſiue tabulam ipſi primi mobilis ingrediaris. Sint igitur duo loca quorum vertices a & b, in meridianis c a d & c b d, latitudinum inæqualium. Cæterũ vel ambo Borealia, vel ambo Auſtralia, differentia longitudinis eorum ſit arcus æquinoctialis f g, polus verò manifeſtus c. Igitur cum differentia longitudinis cognita ſupponatur, angulus a c b, dabitur notus. Item quia latitudines dantur cognitæ, earum complementa a c & b c, cognita erunt. Quare in triãgulo a b c baſis a b, locorum intercapedo in hunc modum patefiet. A puncto a, latitudinis minoris in meridianũ c b d, maximi circuli ſegmentum a e, ad rectos angulos veniat. Igitur ſicut ſinus totus ad ſinum rectũ anguli c, differentiæ longitudinis: ſic ſinus rectus arcus a c, complemẽti minoris latitudinis ad ſinum rectum arcus a e, & permutatim ſicut ſinus totus ad ſinum rectum a c, complementi latitudinis minoris: ſic ſinus anguli c, differentiæ longitudinis datorum locorum, ad ſinum rectum arcus a c. Quapropter arcus ipſe a e, notus prodibit in area tabulæ, quem quidem inuentum primum appellat: Repertus enim erit iuxta lateralem a c, ſi tranſuerſalem acceperis ipſam lõgitudinis differentiam. At iuxta lateralem arcum

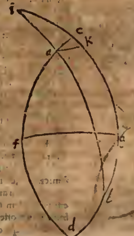


cum

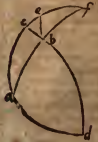
tum qui longitudinis eſt differentia, ſi tanſuerſalem intellexeris minoris latitudinis complementũ. Nã vtrouis eorum licebit vti pro tranſuerſali, quanquã admoneat idem author, duorũ numerorũ maiorẽ ſemper quærẽdum eſſe in frõte tabulæ. Quoniã verò ſicut ſinus totus ad ſinũ cõplementi arcus a c, ſic ſinus cõplemẽti arcus c e, ad ſinũ cõplemẽti arcus a c: tertius autẽ proportionalis terminus ignotus exiſtit, tabulã igitur intrabimus areatim cũ cõplemento inuenti primi, & minori latitudine: cõplemẽtum enim arcus c e quod eſt e g, in latere tabulæ offendes: igitur ſubtracto e g ex b g, latitudine maiori notus relinquetur b e, quẽ inuentum ſecundũ agnominat. Quare ſi ipſe numerus in deſcendenti repertus latere, æqualis inuentus fuerit maiori latitudini, ſcito inuentum primũ diſtantiã eſſe viatoriã inter duo data loca, arcumq; deductũ ad rectos angulos ex a, in meridianum c b d, incidiſſe in b, verticẽ loci maioris latitudinis, nõ in e inter b & g. Accidet etiam aliquando vt cadat inter b & c: tunc verò quod in lateræ tabulæ repeſitur, maius eſt latitudine maiori. Quapropter ſemper minus à maiori auferendũ eſt, vt inuentũ ſecundũ relinquatur. At quoniã (vtcũq; cadat ipſe arcus rectos angulos faciens cũ c b d, ſiue ſupra b, ſiue infra) ſicut ſe habet ſinus totus ad ſinũ complementi inuenti primi, ſic ſinus cõplementi inuenti ſecundi ad ſinũ cõplemẽti arcus a b. Quartus verò proportionis terminus ignotus exiſtit: ipſa igitur cõplemẽta lateraliter in tabulã mittemus, & in area ipſius iuxta numerum lateralẽ, complementum eiuſdem arcus a b oſtendemus. Quo quidẽ ex 90. gradibus ſubtracto, nota relinquetur a b, datorum locorũ intercapedo, quando longitudinis differentia minor fuerit quadrante. Ita enim authoris præceptum intelligere opportet. Poteris autẽ ſi vis ſimpliciore methodo vel ad hũc modũ. A puncto b latitudinis maioris arc⁹ b h, maximi circuli ad rectos angulos deducatur in a c. Quapropter in triangulo rectangulo ſphæricoq; b h c, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum acuti anguli c, differentiæ longitudinis, ſic ſinus rectus arcus b c, complementi latitudinis maioris ad ſinum rectum arcus b h. Intrabimus igitur tabulam lateraliter cum differentia longitudinis, & complemento latitudinis maioris, & in area ipſius tabulæ inueniemus arcum b h, quem inuentum primũ appellabimus. Et quoniã in eodẽ triangulo ſicut ſe habet ſinus totus ad ſinũ complementi inuenti primi, ſic ſinus cõplementi arcus c h, ad



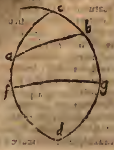
ſinũ complemẽti b c, tertius verò proportionis terminus eſt ignotus, & reliqui tres noti ſunt. Ipſam igitur tabulam areatim ingrediemur cũ ſecundo & quarto, & in latere tabulæ tertium reperiem⁹, quo quidem ſubtracto ex quadrãte: arcus igitur c h, not⁹ relinquetur. Ipſum itaq; c h, auferem⁹ ex a c, minoris latitudinis cõplemento, & relinquetur arcus a h, quẽ inuentum ſecundũ appellamus. Deniq; in rectangulo ſphæricoq; triangulo a b h, cum cõplementis inuenti primi atq; ſecũdi, lateraliter tabulã ingrediaris, & inuenies in area ipſius tabulæ cõplementum arcus a b, quo ſubtracto ex 90. ipſe arcus a b cognitus relinquetur. Ex quibus habes quòd ſi ambo loca, vel Borealia ſunt, vel Auſtralia, & longitudinis differentia quadrante minor, datorum locorum intercapedo quadrãte minor erit. Sed ponamus rurſum differentiam longitudinis minorẽ eſſe quadrante, locũ verò qui verticem habet ad a, Borealẽ eſſe, eũ verò qui ad b Auſtralẽ, & arcus a k, ad rectos angulos incidat in c b. Igitur tabulam ingrediemur lateraliter cũ differentia lõgitudinis & arcu a c, complementi latitudinis Borealis, velut author iubet, & in area tabulæ reperietur arcus a K, quẽ inuentum primum appellat. Cuius inuenti cõple



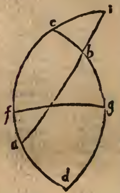
plementum cum complemento arcus a c, id eſt cum latitudine Boreali, areatim in tabulã mittemus: numerus enim qui in latere tabulæ occurrer, qui eſt K g, latitudini Auſtrinæ adiectꝰ, quæ eſt b g, inuentum ſecundum dicetur. Quare ſi trianguli rectanguli a K b, duorum datorũ laterum a K & b K, complemẽta lateraliter in tabula mittãtur, numerus anguli communis ex quadrante demptus, notam relinquet circumfẽrẽtiam a b, datorum locorum intercapedinem, dummodo inuentum ſecundum quadrante minus repertum fuerit. Nam ſi quadrãs, neceſſe eſt quadrantem quoq; eſſe a b, ſed ſi quadrante maius: erit ſimiliter a b, quadrante maior. Et idcirco cum ipſum inuentum ſecundum malus quadrante fuerit, ipſa ſegmenta b c & a b prolongabimus, donec concurrant in i: ſubtracto autem inuento ſecundo ex ſemicirculo b K i, notus relinquetur arcus k i. Igitur cum complementis duorum arcuum a k & k i, lateraliter tabulã ingrediemur, & in area reperiemus complementum arcus a i, cui adiecto quadrante, arcus a b, notus prodibit. Hæc autem idcirco adnotauimus: vt intelligant nemini licere ipſa tabula primi mobilis vti, ſine problematum demõſtrationibus. Sed pergamus, & longitudinis differentiam maiorem quadrante ponamus, ſemicirculo tamen minorem, ſiue ipſa duo loca a & b, ab æquinoctiali recedant ad eandem mundi partem, aut Borealem, aut Auſtralem, ſiue ad diuerſas. Ab altero autem polorum qui ſit c, magis recedat a quàm b: duos igitur arcꝰ a c & a b, prolongabimus, donec concurrant in f, & à puncto b, arcum maximi circuli deducemus b e, ad rectos angulos in c f. In triangulo igitur rectangulo b e c, ſicut ſinus totus ad ſinum arcus acuti anguli b c e, qui quidem arcus relinquitur ſublata longitudinis differentia ex ſemicirculo: ſic ſinus diſtantiæ b c, qua b à polo c diſtat, ad ſinũ arcus b e. Quapropter tabulã lateraliter ingrediemur cum eo quod relinquitur ſubtracta differentia lõgitudinis ex ſemicirculo, & ipſo arcus b c: in area enim eiuſdem tabulæ arcum offendemus b c, qui dicatur inuentum primum.

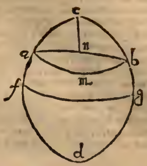


Deinde verò cum cõplementis arcuum b c & b e, ipſam eandem tabulam areatim ingrediemur, & in latere reperiemus complemẽtum arcus c e, quo ſubtracto ex quadrante, arcus c e notus relinquetur, quem addemus arcui a c, & conflabitur arcus a e, inuentum ſecundum. Iam verò ſi propoſita loca a & b, vel ambo ſunt Borealia, vel ambo Auſtralia, fuerit q; inuentum ſecundum æquum quadranti, quadrans quoque erit arcus a b, datorũ locorum intercapedo: ſed ſi quadrante minus, erit idem a b, ſimiliter quadrante minor. Quare tabulam lateraliter ingrediemur cum complemẽtis inuenti primi atque ſecũdi: in area enim cõplementum quæſitæ diſtãtiæ inueniemus, quo ex 90. gradibus ſublato diſtantia ipſa cognita relinquetur. Cæterùm ſi vel ipſis duobus locis in eadem mundi parte conſtitutis, inuentum ſecundum maius quadrante repertum fuerit, vel ad diuerſas mundi partes eadem loca declinauerint, hac vna via progrediendum erit: inuentum enim ſecundum ex ſemicirculo auferemus, notuſq; relinquetur arcus e f, cum cuius complemento, & inuenti primi complemento tabulam lateraliter ingrediemur, & in area offendemus complementum arcus b f. Quod quidem quadrãti adijciemus, & totus arcus a b, datorum locorum intercapedo patefiet. Ponamus rurſus data loca latitudines habere inæquales, differentiam verò longitudinis quadrãti æqualẽ: quare angulus a c b, rectus erit. Et propterea tabulam lateraliter ingrediemur cum ipſis latitudinibus, numerum verò in area tabulæ repertum à quadrãte auferemus, & relinquetur quæſita diſtantia, ſi ipſa duo loca in eadem mundi parte, vel Auſtrali, vel Boreali ſunt conſtituta. Eundem verò quadranti adijciemus, ſi vnus eorum fuerit Borealis, alter verò Auſtralis & conflabitur arcus quæſitæ diſtantiæ. Sint enim duo loca a & b, in eadẽ parte mundi conſtituta, vel Boreali, vel Auſtrali a f, latitudo vnius, b g alterius. Igitur ſicut ſinus totus ad ſinum complemẽti arcus a c, quod quidem eſt a f, ſic ſinus complementi arcus b c, quod eſt b g, ad ſinũ cõple-

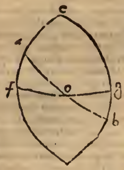


plementi arcus a b. Quapropter in tabulã late-raliter mittemus ipſas locorum latitudines, & offendemus in area cõplementum arcus a b, quo quidem complemento ex quadrante detracto, nota relinquetur ipſa diſtãtia a b. Sed ſit vnus locus Borealis, alter verò Auſtralis: arcus igitur a c & a b prolongabimus, donec concurrant in i. Quapropter in rectangulo triangulo b c i, ſicut ſinus totus ad ſinum complementi arcus b c, ſic ſinus complementi arcus c i, ad ſinum complementi arcus b i. Eſt autem latitudo b g, complementum arcus b c, & quia a c i ſemicirculus eſt, & arcus f c quadrans: latitudo igitur a f cum c i, alterum quadrantem reſtituet. Quapropter tabulam lateraliter ingrediemur cũ ipſis latitudinibus, & in area offendemus cõplementum arcus b i, quod quadrãti adijciemus, & cõſtabitur a b, datorum locorum intercapedo. Quando verò data loca latitudines habuerint æquales, & ex eadem mundi parte ſiue Boreali, ſiue Auſtrali, differentiam verò longitudinis ſemicirculo minorem, tabulam ipſam primi mobilis lateraliter ingrediemur cũ complemento latitudinis, & dimidio differentiæ longitudinis. Nam numerus qui in area repertus fuerit, dimidium interualli erit inter eadem loca: quo geminato integram habebis intercapedinem ipſorum locorũ. Eſto enim a m b. arcus paralleli inter duo loca a & b, maximi circuli ſegmẽtũ inter eadẽ ſit a n b. A polo c veniat c n, arc⁹ maximi circuli, ſegmẽtũ a n b, ad rectos angulos ſecãs ſuper pũcto n. Quapropter acut⁹ angul⁹ a c n dimidiũ eſt anguli, a c b, dimidiumq; differentiæ longitudinis datorum locorum oſtendit, arcus verò a n dimidium eſt arcus a n b. In triangulo igitur a n c ſicut ſinus totus ad ſinum anguli a c n, dimidiæ differentiæ longitudinis, ſic ſinus arcus a c, qui complementum eſt latitudinis, ad ſinum arcus a n. Et idcirco laterali ingreſſu arcum inueniemus a n, cuius duplex eſt a n b. Sed ſi vnus locus

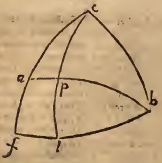




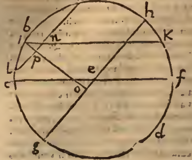
eſt Borealis, alter verò Auſtralis, & latitudines nihilominus ſunt æquales, lateralis ingreſſus cum complemento latitudinis, & complemento dimidij differentiæ longitudinis, complementum præbebit dimidij interualli. Duo enim rectangula triangula a f o & b g o, æquiangula ſunt: nam anguli ad o contrapoſiti ſunt, ad f verò, & g recti ſunt, ſed f a o & g b o anguli idcircò ſunt æquales, quia duo arcus a c & c b, congeſti vni ſemicirculo ſunt æquales. Igitur arcus a o, æqualis eſt ipſi b o & f o, æqualis ipſi o g. Quare f o, dimidium eſt differentiæ longitudinis; at a o dimidium interualli inter ipſa loca a & b. Quoniam verò ſicut ſe habet ſin⁹ totus ad ſinum cõplementi a f, ſic ſinus complementi f o, ad ſinum cõplementi a o: tabulam igitur lateraliter ingrediemur cum complemento latitudinis, & cõplemento dimidij differentiæ longitudinis, & in area ipſius tabulæ complementum dimidij interualli inueniemus. Quare dimidium ipſius interualli cognitum erit: totumq; igitur interuallum patefiet.



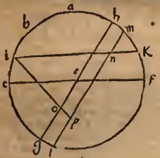
Ponamus demum locum a,latitudinem habere
a t.locum verò b ſub Aequatore conſtitutum eſ
ſe,& oporteat diſtantiam a b, inuenire. Igitur
ſi b f, longitudinis differentia quadrans fuerit,
punctum b polus erit circuli c a f: quare diſtan-
tia a b quadrans erit,& proinde nota. Sed ſi ipſa
longitudinis differentia minor fuerit quadran-
te,erit ſimiliter a b quadrante minor. Quapro-
pter ſicut ſinus totus ſe habet ad ſinum comple
menti arcus b f,ſic ſinus complementi a f quod
eſt a c,ad ſinum complementi a b. Et idcirco la
teralis tabulæ ingreſſus cum complemento dif-
ferentiæ longitudinis,& complemento latitu-
dinis loci a,complementum præbebit arcus a b:



quo detracto ex quadrante, ipſa diſtantia a b,
cognita relinquetur. Sed eſto differentia longi-
tudinis quadrante maior,minor tamen ſemicir
culo. Igitur auferemus ex ea quadrantem b l,&
per c & l,maximum circulum deſcriptum eſſe
intelligemus,qui quidem arcum a b, ſecet in p:
quapropter quadrans erit arcus b p,& quia an-
guli ad p recti ſunt: in triangulo igitur a p c,
ſicut ſinus totus ad ſinum arcus anguli a c p, ſic
ſinus arcus a c,ad ſinum arcus a p. At arcus an-
guli a c p eſt f l,quo quidem differentia longitu
dinis datorum locorum quadrãtem ſuperat b l,
arcus verò a c,complementum eſt latitudinis lo
ci a:ipſe autem a p, exceſſus quæſitæ diſtantiæ
ſupra quadrãtem. Et idcirco lateralis tabulæ in-
greſſus cum complemẽto latitudinis & ipſo ex
ceſſu differẽtiæ longitudinis ſupra quadrantẽ,
arcum indicabit a p,quem quadrãti adijciem⁹,
& tota diſtãtia a b,nota prodibit. Sed neq; ma-
iori negotio locorũ interualla inueniri poterũt
ad imitationẽ eorũ quæ in libro de Crepuſculis
demõſtrauimus,propoſitione .6. Nã quando vel
ambo loca Borealia ſunt,vel ambo Auſtralia,ſi-
cut ſe habet quadratũ ſinus totius ad rectãgulũ
cõtentũ ſub ſinibus rectis cõplementorũ latitu
dinis datorũ locorũ,ſic ſinus verſus differẽtiæ lõ
gitudinis eorũdẽ locorũ ad quandã rectã lineã,
quã non ab re argumentũ intercapedinis appel
labimus. Nã ſi ea æqualis reperta fuerit ſinui re
cto cõplementi differẽtiæ latitudinis eorũdem
locorum,intercapedo quæſita quadrãs erit. At
verò ſi inæqualis erit nimirũ ipſarũ rectarũ dif
ferẽtia ſinus rectus cuiuſdã arcus, qui ſubtrahẽ-
dus erit ex quadrãte (ſi ipſa inuẽta recta linea
quã argumentũ appellamus minor fuerit) vt da
torũ locorũ intercapedo cognita relinquatur.
Adijciendus autẽ quando eadẽ recta linea ma-
ior inuẽta fuerit,& eorundẽ locorũ intercapedo
nota prodibit. Quãdo verò vnus locus Borealis
fuerit,alter verò Auſtralis,agemus cum vno lo-
co & antipode alterius,& cũ eo quod relinqui-
tur detracta differentia lõgitudinis datorũ loco
rũ ex gradibus 180. inuentã autem intercapedi
nẽ ex ſemicirculo auferemus, & datorũ locorũ
intercapedo cognita relinquetur. Eſto enim cir
culus a b c d,circa centrũ e deſcriptus,meridia-
nus primi loci,verticẽ habẽtis ad b, polus mũdi
manifeſtus ſit a,recta c f,ſectio æquinoctialis,re
cta g h ſectio horizõtis ipſi⁹ primi loci. Per ver
ticẽ verò ſecũdi loci duo circuli deſcripti intel
ligantur,vnus circa polũ mundi, cuius quidem
ſectio cũ meridiano ſit k i,alter verò circa b, cu
ius & meridiani a b c d,cõmunis ſectio ſit l m,re
ctã i k ſecãs in puncto n. A puncto autẽ i, termi
no rectæ i K,perpẽdicularis deducatur i o,ſuper
recta g h,quæ rectam l m ſecet in p. Quapropter
iuxta ea quæ in prædicto libro demõſtrauim⁹:
quõ cõceptorũ circulorũ cõmunis ſectio recta
eſt ad planũ meridiani a b c d,ſup pũcto n, ipſa
verò recta k i diameter eſt circuli p verticẽ ſecũ



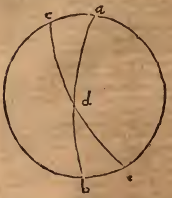
di loci deſcripti, ſuper polo a: recta igitur i n, ſi-
nus verſus erit differentiæ longitudinis datorũ
locorum, in ipſo eodem circulo cuius diameter
eſt K i. In triangulo autem rectangulo p i n, acu
tus angulus i n p, æqualis eſt angulo f e h, com-
plementi altitudinis poli primi loci: arcus autẽ
c i, æqualis eſt latitudini ſecundi loci. Quare
b i, differentia erit duarum latitudinum c b &
c i: arcus igitur g i, complementum eſt diffe-
rentiæ latitudinis datorum locorum, cuius ſi-
nus rectus erit o i. Quod ſi recta linea l m, me-
ridianum ſecat inter b, & rectam g h vt in hac
prima figura, recta idcirco i p, angulum ſubtẽ-
dens i n p, quam quidem intercapedinis argu-
mẽtum appellamus, minor reperta erit ipſa i o,
differentia erit recta o p, æqualis ſinui recto ar-
cus g l, quadrantis verò complementum b l, æ-
quum erit intercapedini datorum locorũ: quan
doquidem punctum b, polus eſt circuli venien
tis per verticem ſecundi loci. Quæ quidem in-
tercapedo ad hunc modum patefiet. Nam ſi-
cut ſinus totus ad ſinum rectum complementi
latitudinis ſecundi loci, ſic ſinus verſus differẽ
tiæ longitudinis eorundem locorum in æqui-
noctiali circulo, ad i n ſinum verſum differen-
tiæ longitudinis in parallelo ſecundi loci. Ete-
nim ſinus rectus complementi latitudinis ſecũ-
di loci, paralleli eiuſdem ſemidiameter eſt. Ar-
cus verò circulorum æquidiſtãtium inter duos
meridianos comprehenſi, non ſolum ſunt pro-
portionales: ſed & ſinus rectos & verſos propor
tionales habent eorundem æquidiſtantium ſe-
midiametris. Præterea in triangulo rectangulo
n i p ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli i
n p, complementiúe latitudinis primi loci, ſic
recta i n ad rectam i p. Igitur ſinus totus bis eſt
antecedens. Et idcirco ſicut quadratũ ſinus to-
tius ad rectangulum contentum ſub ſinibus re-
ctis complementorum latitudinis datorum lo-
corum, ſic ſinus verſus differentiæ longitudinis
eorundem in æquinoctiali, ad rectam i p: hæc
enim ratio quam ſinus verſus differentiæ longi-
tudinis datorum locorum ad ipſam habet i p,
ex duabus conſtat rationibus. Quarum vna ea
eſt, quam ipſe ſinus verſus habet ad i n, altera
verò quam eadem i n habet ad i p. Quatuor au-
tem magnitudinum proportionalium quando
tres dantur cognitæ, quarta ignorari nõ poteſt,
cognita autem exiſtit prima magnitudo, qua-
dratum nempe ſinus totius, cognita etiam ſecũ
da rectangulum cõtentum ſub ſinibus rectis cõ
plementorum latitudinis, cognita quoq; tertia,
ſinus videlicet verſus differentiæ longitudinis:
Igitur multiplicabimus ſecundam in tertiam,
productum verò diuidemus per primam, quæ
quidem partitio ſola abiectione decem vltima-
rum figurarum fieri poterit, ſi ſinum totum cẽ-
tum mille æquas partes habere ſubijcias, & no
ta prodibit in quotiente quarta magnitudo, re-
cta videlicet i p, intercapedinis argumentum.
Et quoniam g i, complementum differentiæ la-
titudinis nota relinquitur, detracta ex quadrã
te latitudinis differentia: igitur i o, ſinus rectus
eiuſdem complemẽti, cognita erit per tabulam
ſinus recti. Quapropter rectam i p, cognitam cũ
cognita i o, conſeremus. Quòd ſi i p, minor re-
perta fuerit ipſa i o, vt in deſcripta figura: earun
dem igitur differentia o p, cognita veniet. Qua
re & arcus g l, per tabulam ſinus recti cognitus
erit. Quem auferemus ex quadrante b g, & ar-
cus denique b l, æqualis intercapedini datorũ
locorum cognitus relinquetur. At ſi ipſa i p, ma
ior reperta fuerit quam i o, hoc ideò erit: quo-
niã recta l m, meridianum ſecat inter rectã g h,
& punctum oppoſitum ipſi b, vt in ſecunda fi-
gura. Quare arcum g l, adijciemus quadranti b
g, & arcus b l, æqualis datorum locorum interca
pedini notus prodibit. Quòd ſi eadem recta li-



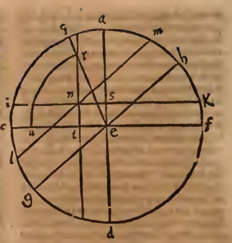
nea l p, æqualis inuenta fuerit rectæ i o: circulũ
igitũr ductum per verticem ſecundi loci, cuius
polus eſt b meridianum ſecare ſuper recta g h,
fateri neceſſe eſt. Quapropter quartus memora
tæ proportionis terminꝰ qui intercapedinis da
torum locorum argumentum exiſtit, ſinus rectꝰ
erit arcus g i: & idcirco quadrans b g, eorundem
locorum intercapedini æqualis erit.
Sed vt præſens problema omni ex parte abſol-
uamus, punctum a in ſubiecta figura Borealem
polum ponemus eſſe, b verò Auſtralem. Primus
locus verticem habeat ad e, in meridiano a c b,

 lati

latitudinemq; Borealem. Secundus locus verticē habeat ad d in meridiano ad b, ſub Auſtrali latitudine. Ducto autem maximo circulo per c & d qui meridianum primi loci ſecet in e, datorum locorum intercapedo erit c d. Et quoniā



duo ſemicirculi a c b & c b e æquales ſunt: & ĩn uicem: detracto igitur communi ſegmento c b, duo reliqua ſegmenta a c & b e, æqualia relinquentur. Igitur ij qui ſunt ſub e, antipodes ſunt eorum qui ſunt ſub c, æqualem habentes latitudinem, ſed Auſtralem. Quare duorum locorum Auſtralium d & e, intercapedinem d e inueniemus, quemadmodum docuimus, eamq́ue auferemus ex ſemicirculo c d e, & intercapedo c d, datorum locorum c & d, cognita relinquetur. Porrò ſi huiuſmodi locorum diſtantias inſtrumento libeat inuenire, ipſa demonſtrationis figura, vna cum regula atq; circino, tibi ſeruiet pro inſtrumento. Circuli enim circumferentia in gradus (vt ſolet) diuiſa, ſupputetur ab c in a, numerus graduum differentiæ longitudinis datorum locorum, ſitq; huiuſmodi arcus exempli gratia c q, & ab e in q, rectam lineam occultam ducemus e q, ex qua ſumemus e r, æqualem iſ ſemidiametro paralleli ſecundi loci, & ipſi r, puncto regulam coaptabimus, quæ ſuper eodem pũcto tamdiu circumferatur, donec diametro a d æquidiſtet. Tunc autem æquidiſtabit, cum æquales arcus vtrinq; ex duobus quadrãtibus reſecauerit, eiusq; interſectionem cum i K notabimus quæ ſit in n. Quare recta linea i n, ſinus verſus erit differentiæ longitudinis datorum locorum, in parallelo ſecundi loci. Coaptabimus



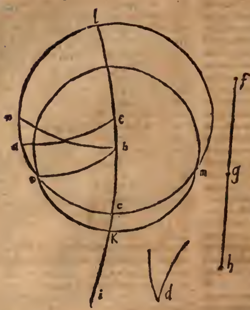
igitur regulam ipſi n, quam eo vſque circumducemus, donec diametro g h, æquidiſtet in ſitu l m, & detracto g l, ex quadrante, datorum locorum intercapedo nota relinquetur. Quòd autem recta linea i n, ſinus verſus ſit differentiæ longitudinis in parallelo ſecundi loci, non erit difficile intelligere. Regula enim per r & n veniens, axi a d, parallela, rectam e c ſecet in t, & cẽtro e, interuallo verò e r, circulus deſcribatur, ſemidiametrum e c ſecans in u. Et quoniam angulus r t u, rectus eſt: recta igitur t u, ſinus verſus erit arcus r u. At verò duæ rectæ e u & s i, æquales ſunt: igitur detractis ab eis t e & s n, quæ ſunt æquales, duæ rectæ t u & n i, æquales relinquentur per communem ſententiam. Quaprópter recta i n, ſinus verſus eſt differentiæ longitudinis in parallelo ſecundi loci. Quãdo verò ſinus verſus maior fuerit ſemidiametro, multo facilius inueniri poterit, vt iam noſti. Præterea iuxta demonſtrationem Ioannis Verneri datorum locorum intercapedo in vno plano inueniri poterit, ſi rectilineum quadrilaterum datorum laterũ conſtruxeris, cuius duo latera oppoſita atque æqualia ſint rectæ ſubtendentes arcus meridianorum inter duos parallelos, duo verò reliqua quæ inuicem æquidiſtant, duæ rectæ ſint ſubtendentes arcus parallelorum inter ipſos meridianos. Recta enim linea inter oppoſitos angulos arcum quæſitæ intercapedinis ſubtẽdet. Item in lamina tabulaue Aſtrolabij generali eadem intercapedo inueniri poterit, qua arte ex cognita diſtantia à meridiano aſtri declinationem

ſitem habentis cognitam, diſtantia ipſius à verticali pũcto cognoſcitur. Sed operæ pretium erit eandem tabulã vltra tropicum Capricorni extẽdere, propter loca Auſtraliora. Ipſius verò generalis tabulæ fabricam atq; vſum conſcripſit olim, impreſſioniq; dedit Ioãnes Vaſæus Salmanticenſis Aſtronomus. Nos autem poſteà vẽ ea citra ambiguitatem vtéremur, fabricæ & vſus rationem demonſtratione inueſtigamus. Deinde verò poſt aliquot annos eandem tabulam exaratam reperimus in Arabicis Aſtrolabijs multis ante ſeculis conſtructis, quæ clariſſimus princeps Ludouicus Portugaliæ infans ex manubijs attulit Tunetis vrbis. Omnium verò facillimus modus erit, ſi in globo duo data loca ſecundum artis præcepta collocaueris, ipſorũ deinde diſtantiam inter circini pedes comprehenderis: mox enim eo tranſlato ad meridianum, vel æquinoctialem, quot gradus maximi circuli quæſitum interuallum habeat, deprehẽdes.

¶ *De ijs quæ præmitti debent ad ducendum eas lineas in globo, quas nautæ rumbos appellant.* *Cap. 21.*

ENtre initia prioris libri oſtẽdimus eam lineam, quam nauis ſuo curſu citra meridianum aut æquinoctialem deſcribit, circularem non eſſe, ſed ex exiguis quibuſdam maximorum circulorum ſegmentis conſtare. Quanquam aduertimus non ſine ratione dici poſſe inflexam quandam lineam eſſe alterius formæ inſtar helicæ duabus confectam motionibus. Nauis enim lationem dum citra meridianũm aut æquinoctialem curſum tenet, ex duabus lationibus, à duobusue motoribus prouenire, fortaſſe quiſpiam ſuſpicabitur. Vna latio eſt, qua nauis ipſa in illius maximi circuli plano ſecundum longitudinem poſita, qui in optatam horizontis partem ſpectat, vel flatu, vel remis impellentibus, in longum fertur. Altera verò in latus fit, ſiue obliquum, qua gubernator clauum tenens, nautica acu docente, nauem ipſam interim detorquet, atque eò deflectit, quo prora ſpectabat, cum illiuſmodi curſus inſtitueretur. Ideſt quoniam mutato loco in nouos incidit meridianos, & ſubinde in nouos horizontes: ea idcirco arte in conſimiles horizontum partes curſum dirigit. Quare ſi res ita ſe habeat, deſcripta linea quam rumbum dicimus, neque circularis erit, nec ex circularibus conflata. Nobis tamen aliter videtur. Nauem enim animaduertimus aliquandiu in longum ferri, antea quàm in latus deflectat: & idcirco eiuſmodi lineam ex exiguis ſegmentis maximorum circulorum conſtitutam eſſe, arbitramur. Nam cur nauis perpetuò in latus deferri cogetur, ſi quanquam in maximo circulo quo flatus ſpirat, breui tamen curriculo verſetur, alio proram ſpectare gubernator minime ſentit? Veruntamen Geometriæ peritus certa atque indubitata ratione deprehendit, quantulacunque facta mutatione, impares effici angulos cum nouis, quos ſubit, meridianis: & proinde nauis proram alio tendere, ſed latet ſenſum error ille. Cuius quidem cauſam atque rationem vt planè perſpiciamus, imprimis intelligamus oportet, quòd propoſito ſphærico triangulo a b c, ex ſegmentis maximorum circulorum conſtituto, in quo quidem angulus c rectus exiſtat, angulus verò à acutus, latus autem a b recto angulo ſubtenſum quadrante non maius. Propoſito etiam acuto angulo d, maiore ipſo a, non erit difficile à puncto b, in ſubiectum lătus a c, ſegmentum maximi circuli deducere, quod ad aliquod punctum inter a & c, cum eodem a c, angulum æqualem efficiat propoſito angulo d. Ad punctum enim a terminum lateris a c, acutum angulum conſtituemus c a e, æqualem angulo d per primam propoſitionem primi libri Menelai, & producto latere b c, occurrat ſegmento a e, in puncto e. Præterea tribus propoſitis rectis lineis, quarum prima ſit ſinus rectus ſegmenti c e, ſecunda ſinus rectus a e, tertia ſinus rectus b c, quarta inueniatur proportionalis in plano circuli c b e, per 12. ſexti libri Euclidis, quæ quidem ſit f g. Hanc autem oſtendemus maiorem eſſe ſinu recto ſegmenti b c, minorem verò ſinu toto. Nam quoniam angulus b a c acutus proponitur, & latus a b, quadrante non maius: igitur latus b c, quadrante minus erit: latus verò a c quadrante non maius, per vndecimam propoſitionem

pri

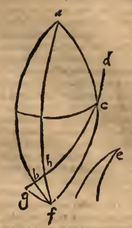


pr'mi libri Gebri. Rurſus in triangulo a e c, quo n'am angulus c a e acutus eſt: ſubtenſum igitur latus minus erit quadrante, per ipſam vndecimam propoſitionem. Latus porrò a c, oſtēſum eſt quadrāte non maius: igitur latus a e, non maius erit quadrante, pe eandem 11. primi libri Gebri. Minus eſt autem c e ipſo a e, per ſeptimam propoſitionem primi libri Menelai, quia minori angulo ſubtenditur: igitur ſinus rectus ſegmenti c e, minor erit ſinu recto ſegmenti a e. At ſicut ſinus rectus c e, ad ſinum rectum a e, ſic poſuimus ſinum rectum b c, ad rectam lineam f g: igitur minor eſt ſinus rectus b c, ipſa recta f g. Sed quod eadem f g, minor ſit ſinu toto, facile erit demōſtrare. Quoniam enim ſicut ſinus rectus ſegmenti c e, ad ſinum rectum a e, ſic ſe habet ſinus rectus b c, ad rectam f g: igitur ſicut ſinus c e, ad ſinum b c, ſic ſinus a e, ad rectam f g, per permutatam proportionem. Maio eſt autem ſinus c e ſinu b c: igitur maior erit ſinus rectus ſegmenti a e, ipſa recta f g. Sinus verò rect⁹ ſegmenti a e, ſinum totum non excedit: igitur minor erit recta f g ſinu toto. Rectam itaq; ſumemus f h, duplam ipſius f g, cui æqualē coaptabimus circulo e b c, in quo quidem circumſe

ſentiam ſubtendat b l, ſemicirculo minorem. Dimidium verò ipſius b i eſto b K: ſinus igitur rectus ipſius b K æqualis erit rectæ f g, per definitionem ſinus recti, & communem ſententiam: & proinde ſegmentum b K maius erit ſegmento b c: circulum igitur deſcribemus ſuper polo b ipſo interuallo b K, quem neceſſe eſt ſecare maximum circulum a c l, duobus in locis. Sit igitur vna ſectio ante c, in puncto m. Dico quod alia ſectio erit inter c & a. Nam non in a: maiorem enim rationem habet ſinus rectus anguli acuti c a e, ad ſinum totū, quàm ſinus rectus acuti anguli b a c, ad eundem ſinum totum. Atqui ſicut ſinus rectus anguli c a e, ad ſinum totum, ſic ſinus ſegmenti c e, ad ſinum ſegmenti a e, & ſicut ſinus anguli b a c, ad ſinum totū, ſic ſinus ſegmenti b c, ad ſinum a b, per 13. propoſitionem primi libri Gebri. Igitur maiorem rationem habet ſinus c e, ad ſinum a e, quàm ſinus c b, ad ſinum a b. At ſicut ſinus c e ad ſinum a e, ſic ſinus c b ad ſinum b K: igitur maiorem habebit rationem ſinus c b ad ſinum b K, quàm ſinus eiuſdē c b ad ſinum a b: & idcirco minor eſt ſinus ſegmenti b K, ſinu ſegmenti a b. Et quoniā ſegmentum b k, oſtenſum fuit quadrāte minus, ſegmentum verò a b, poſitum fuit quadrāte nō maius: igitur minus erit b K ipſo a b. Et proinde circulus deſcriptus per k, ſecare non poteſt maximum circulum a c in a. Si enim in a ſecaret, duo ſegmenta a b & b k, æqualia eſſent inter ſe, ſed maius eſt a b ipſo b k. Nec ſecare poteſt in alio puncto vltra a vt in n. Nam quoniā b c, minus eſt quadrante: in triangulo igitur n b c, angulus c n b acutus erit: at obtuſus eſt angulus b a n, igitur in triangulo a b n, maius erit latus b n latere a b, per 7. primi Menelai: & proinde multò maius ſegmēto b K. Quapropter ſecare non poteſt deſcriptus circulus maximum circulum a c m, vltra a nec in ipſo a. Secet igitur in o, inter c & a. Igitur maximum circulū deſcribemus per ipſa b & o puncta, qui ad o angulum efficiat b o c. Dico ipſum b o c acutum eſſe, æqualemq; propoſito angulo d. Nam ſicut ſinus rectus c e, ad ſinum rectum a e, ſic ſinus re

ctus

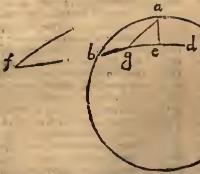
ctus b c, ad ſinum rectum b o. At ſicut ſinus rectus c e, ad ſinum rectum a e, ſic ſinus rectus arcus anguli c a e, ad ſinum totum. Et ſicut ſinus rectus b c, ad ſinum b o, ſic ſinus rectus anguli b o c, ad ſinum totum: igitur ſicut ſinus rectus anguli c a e, ad ſinum totum, ſic ſinus rectus anguli b o c, ad eundem ſinum totum. Et propterea æquales ſunt inter ſe duo ſinus recti angulorum c a e & b o c. At acutus eſt c a e, per hypoteſim, & b o c ſimiliter acutus, propterea quòd in rectangulo triangulo b c o, ſubiectum latus b c, minus eſt quadrante: igitur æquales erunt inter ſe iidem anguli c a e & b o c. Ipſe verò c a e, æqualis eſt angulo d: æqualis igitur erit b o c, eidem d. Et proinde in triangulo a b c, ſegmentorum circulorum maximorum, in quo angulus c rectus eſt, angulus verò a acutus, minorq́; propoſito angulo d, latus autem a b, quadrante non maius, à reliquo angulo b, in ſubiectum latus a c maximi circuli ſegmentum b o deduximus, quod ad punctum o angulum conſtituit b o c, æqualem eidem propoſito angulo d, quod feciſſe oportuit. Et quoniam acuti anguli a, & recti differentia in duo æqualia diuidi poteſt, dimidium rurſus in duo æqualia, & ita deinceps in infinitum: à reliquo igitur angulo b maximi circuli ſegmentum ducere poſſumus, quod ad aliquod punctum lateris a c, angulum efficiat acutum, tam exigua differentia ſuperantem ipſum a, vt iudicio ſenſus eidē æqualis appareat. Adeò vt ipſorum inæqualitas nullo inſtrumento internoſci valeat. Prædicta etiam demonſtrandi arte concludes, quòd in ſphærico triangulo a b c, ſegmentorum circulorum maximorum, ſi latus a b, maius quadrante fuerit, a c verò quadrans, angulus autem a b c acutus, producto latere b c, exterior angulus a c d, minor erit acuto, interioreq́; a b c: propterea quòd duo latera a b & a c, coniuncta maiora ſunt ſemicirculo per hypotheſim. Igitur propoſito alio acuto angulo e, adhuc minore ipſo a b c, maiore tamen ipſo a c d, dico quòd poſsibile eſt ab angulo a, in ſubiectum latus b c, ſegmentum maximi circuli ducere, quod cum eodem b c, æqualem angulum efficiat ipſi e, ad partem c. Latera enim a b & a c extendantur, cōcurrantq́; in f, & ab ipſo f, maximi circuli ſegmentum deducatur f g ad rectos angulos ſuper b c, quod extra triangulum b f c, neceſſe eſt cadere: propterea quòd angulus c b f obtuſus eſt, ipſum verò f g quadrante minus. Igitur quoniam a c f ſemicirculus eſt, & a c quadrans, ſegmentū c f qua-



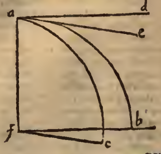
drans quoque erit. Angulus porrò b c f acutus eſt, æqualis contrapoſito a c d: idcirco in triangulo rectangulo c g f, in quo quidem latus c f, maius quadrante non eſt, angulus autem f c g, acutus, à reliquo angulo c f g, in ſubiectum latus c g, maximi circuli ſegmentum ducere poſſumus arte paulò ante tradita, quod cum c g verſus g angulum acutum efficiat æqualem propoſito angulo e. Eſto igitur eiuſmodi ſegmentum f h, quod quidem in puncto h angulum efficiat f h g, æqualem ipſi e, & idem f h producatur vſque ad a: itaq; cōtrapoſitus angulus a h c, æqualis erit eidem e. Quapropter in propoſito triangulo a b c, in quo latus a c, quadrans eſt, a b verò quadrante maius, angulus autem a b c acutus, à reliquo angulo a in ſubiectum latus b c, ſegmentum duximus a h, quod ad partem c angulū efficit a h c, æqualem dato acuto e, qui minor propoſit⁹ fuit quàm acutus a b c, maior autē quàm exterior a c d: quod quidem faciendum propoſuimus. Non poteſt autem f h cadere in puncto b. Nam angulus a b c æqualis eſt contrapoſito f b g: & propterea ipſe angulus f b g, maior eſſet angulo e per hypoteſim, & communē ſententiam: igitur non æqualis. Neq; cadet inter b & g: maius enim eſſet b f ipſo f h, quia obtuſo angulo ſubtenſum, at f h acuto. Quare duo latera b f & f h, coniuncta ſemicirculo minora fierent: & proinde multò maior angulus f h g, eodem angulo a b c. Quapropter multo maior angulus e quàm a b c, rurſus contra hypotheſim. Ex quo item concludes, quòd à puncto a, du-

duci poteſt maximi circuli ſegmentum ſuper ſubiectum latus b c, quod tam exigua differentia ſuperetur ab acuto angulo a b c, vt ſenſum omnem effugiat, adeò vt nullo inſtrumēto deprehendi poſsit eiuſmodi ſuperantia.

Igitur qui ſecūdum artis nauigandi præcepta citra meridianum, & æquinoctialem curſum inſtituunt, quanquam aliquandiu in vno atq; eodē maximo verſentur circulo, & hac de cauſa de inſtituto curſu aliquantulum diuertant, aliorſumúe tendant; eiuſmodi tamen diuerticulum ſenſu percipere non poterunt. Circulus enim maximus a b c, meridianus eſto loci b, polus manifeſtus a: ſoluentibus porrò è loco b, inſtituatur curſus ſecundum magnitudinem acuti anguli profectionis a b d, quem b d maximi circuli ſegmentū cum meridiano efficit ad pūctum b. Deducatur autem ex a, maximi circuli ſegmentum a e, ad rectos angulos ſuper b d, & proponatur quidam alius acutus angulus f, inſenſibili differentia excedens ipſum a b d, atque minore illa qua idem a b d, à recto angulo

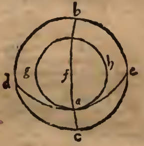


ſuperatur. Et quoniam in ſphærico triangulo a b e latus a b quadrante maius non eſt, angulus autem a b e acutus, minorq́; angulo f: punctū igitur inueniatur in latere b e, ſitq́; g, in quo quidem maximi circuli ſegmentum a g, angulum efficiat a g e, æqualem ipſi f. Quare inſenſibili differentia ipſe angulus a g e, profectionis angulum a b e ſuperabit, eritq́; a g meridianus loci g. Et quoniam in quouis puncto inter b & g, anguli efficiuntur cum circulis venientibus à b a, adhuc minores quàm a g e, maiores verò quam a b e. exterior enim angul⁹ ad baſim triāguli maior eſt interiore oppoſitoq́;, quādo duo latera iunctim ſemicirculo minora ſunt: minore idcirco differentia ijdem anguli ſuperabunt ipſum angulum a b e. Proportionalis eſt autem idem ipſe profectionis angulus a b e, ei rectilineo quem in nautico inſtrumento rectiline⁹ rumbus cum recta meridiana efficit: igitur imperceptibili differentia diſcrepabunt ijdē ſphærici anguli à magnitudine rectilinei. Et proinde quamdiu nauis verſatur in b g, maximi circuli ſegmento, in diuerſa perpetuò tendit, quanquā diuerticulum illud ſenſu percipi non poſsit. Prora enim eodem videbitur ſpectare quo rectilineus rumbus tendit. Idem ſimiliter oſtendes in nauigationibus quæ fiunt verſus occultum polum, ſi præcedenti figura vtaris. Meridianos autem circulos dicimus & polos in ſubiecto globo maris & terræ, ſimiles ijs qui ĩ ſphæra cœleſti habentur. Profectionis porrò angulos curuilineum cum rectilineo proportionales eſſe ſumpſimus, quod quidem facili demonſtratione oſtendes, hoc videlicet modo. Eſto in ſuperficie maris meridiani quadrans a b pūctum a, locus à quo diſcedimus: ipſe igitur quadrans a b, cum quadrante a c, profectionis angulum efficiat b a c curuilineum, recta autem a d, cōtingat circulum a b in a, item recta a e contingat a c, in ipſo a, centrum globi ſit f, & connectantur a f, & b f & c f. Duæ itaq; rectæ lineæ a d, b f, æquidiſtantes erunt, ſimiliter duæ a e, f c, æquidiſtantes per 28. propoſitionem primi libri Euclidis. Quapropter planum in quo angulus d a e, æquidiſtans erit plano in quo angulus b f c. Atqui in plano horizontis eſt b f c: ſuperficies igitur in qua angulus d a e,



æquidiſtans eſt horizonti, & a d recta meridiana, ipſa verò a e, rectilineus rumbus, qui cum ea demq; a d, acutum efficit angulum d a e, quem dico proportionalem eſſe ſimilemúe ſphærico b a c. Duo enim anguli d a e & b f c, æquales inuicẽ ſunt per decimam propoſitionem vndecimi libri Euclidis: angulus autem b f c, quantitatem definit ſphærici anguli b a c. Igitur proportionales ſunt rectilineus d a e, & ſphæricus b a c, ideſt ſicut d a e, ad rectum angulum rectilineũ, ſic b a c ad rectum ſphæricumq; maximorũ circulorum circumferentijs contentum, quod quidem demonſtraſſe oportuit.

Igitur vt earum viarum qualitates ſecũdum quas ad alterum polorum mundi accedimus, rectè intelligantur, hæc præmittenda cenſuimus. Cæterùm quoniam contingit nauigando eandem interdum ſeruari diſtantiam ab vno atque eodem polo: operæpretiũ igitur erit huius quoque viæ qualitatẽ, quæ Aequatori parallela exiſtit, inueſtigare. Nam quòd itinerum profectiones nõ ſolum fieri poſsint ſuper maximis ſphæræ circulis: ſed etiã ſuper minoribus, nemo vnquã dubitabit, ſi animaduerterit ex cẽtro ſphæræ maris quod centrum mundi ſupponimus, ad ſingula puncta circumferentiæ minoris circuli rectas lineas ductas, ſi vlterius protendas, in cœlum abire, atq; ſecundum eas corpora grauia deorſum tendere. Quare ſi quiſpiam ita poſitus fuerit ſuper minoris circuli circumferentia, vt pedes deorſum habeat, caput verò ſupra, ſecundũ longitudinem conceptæ lineæ, poterit quidem ſine vllo naturæ incommodo ſuper eadem circumferentia progredi. Cæterùm Mathematici admonent itinerum profectiones fieri debere ſuper circumferentijs maximorum circulorum: propterea quòd diſtantia, quæ ex maximo circulo ſumitur, breuiſsima eſt. Quoniam enim vna atque eadem recta linea duas circumferentias ſubtendit, vnam maximi circuli, alteram minoris: idcirco ſi in vno plano ipſos circulos poſitos intellexeris, ſegmentum maximi intra minoris ſegmentum contineri demonſtrabitur. Quapropter per poſtulatum illud Archimedis in primo libro de Sphæra & Cilindro cõtinens contento maius eſſe, breuior erit diſtantia quæ ex maximo circulo ſumitur ea quæ ex minore. Quod tamen multo euidentius Ioãnes Vernerus demonſtrauit in annotationibus ſupra Geographiã Ptole. At vtrum beneficio acus nauticæ nauigando, circulum æquinoctiali examuſsim æquidiſtantem deſcribamus, quemadmodum nautis videtur, non eſt facile definire. Nam ſi nauis conſtituatur in a, loco, proram dirigens in d, occaſum æquinoctialem, & meridianum habeat b a c, æquinoctialis ſit b d e, verticalis verò d a e, alter polorum mundi f, & ipſe verticalis vnà cum naui motu primi cœli feratur, manifeſto apparebit, puncta d & e, æquinoctialem percurrere, nauem verò parallelum a g h. Cæterum quanquam nauis eo motu perpetuo tẽdat in occaſum æquinoctialem, circulumq; parallelum deſcribat, non tamen flatus, aut remigium impulſione, ſecundum artis nauigandi præcepta, acuſúe nauticæ beneficio nauigaſſe dicetur. Nam non magis quàm



qui ad Borealem polum cum nauigare conarentur, propter flatus tamen vehementiam aliò nauem impellentem, per circulum æquidiſtantem æquinoctiali perducti ſunt. Præterea cur eiuſmodi nauigationem factam dicemus à Leſte in Oeſtem, ſi nullus ad æquinoctialem progreſſus factus eſt? Curúe Solani flatus expetendus erit ijs qui in eodem parallelo verſari cupiunt? Tunc enim nauigatio contingit ſecũda, cum quo nauis proram dirigit gubernator, eo flatus ſpirat. Atque non ob aliud, niſi quia ita ſpirante vento nauis celerius currit. Quod ſi nihil diſcedere volunt à parallelo, cauſam reddere non poterunt, cur docente acu nautica, & adiuuãte temone, nauem ipſi perpetuò in occaſum detorquent æquinoctialem? Quamobrem ſententia noſtra de re hac (quemadmodum in priori libro diximus) alia erit. Eos nẽpe qui à Leſte in Oeſtẽ citra æquinoctialem, ſecũdũ artis nauigãdi præcepta nauigãt, nõ parallelũ, ſed lineam quãdã deſcribere in ſuperficie maris ex exiguis quibuſdã maximorum circulorum ſegmentis compoſitã. Quanquã verò putẽt ſe examuſsim

in Oeſtem perpetuò tendere, ſæpiſsimè tamen diuertunt. Cæterùm diuerticulum illud a rectitudine, nec nō receſſus à parallelo, propter paruitatem ſenſu percipi non poteſt. Locus enim à quò diſcedimus eſto a, qui polum mundi b, manifeſtum habeat, & in parallelo a c d, poſitus ſit. Inſtitutus verò curſus in data nauigatione ſit à Leſte in Oeſtem; ideſt ad occaſum æquinoctialem. Igitur vt oſtendamus qualem lineam, qui ad eum modum nauigant, in ſuperficie maris deſcribant, à puncto a termino meridiani a b, maximi circuli ſegmentum ducemus a e, ad rectos angulos ſuper ipſo a b, & ſuper polo b, interuallo quodam quod ipſum a b, imperceptibili differentia ſuperet, parallelus quidam deſcriptus intelligatur, cuius quidem interſectio cum a e, ſit in puncto f. Eam verò differentiam imperceptibilem dicimus, quæ in Aſtronomicis ſupputationibus ob paruitatem negligitur, quæue (cum aſtra obſeruamus) ſenſu percipi non poteſt. Sit autem b f, ſegmentum maximi circuli per ipſa b & f puncta venientis. Quapropter in rectangulo triangulo a b f latus a b, minus erit quadrante: quare angulus a f b, acutus erit. Et idcirco poſsibile eſt à puncto b, maximi circuli ſegmentum venire, quod in aliquo puncto inter a & f, angulum efficiat cum a f, æqualem cuiuis acuto, qui maior eſt ipſo a f b. Segmentum itaq; b g cum a g, angulum efficiat b g a, imperceptibili differentia recto angulo minorem, maiorem verò ipſo a f b. Erit itaque b g, adhuc minus ipſo b f. Et quoniam meridiani qui cadunt inter a & g, angulos efficiunt maiores ipſo b g a, à quo qui diſtantior eſt propinquiore maior exiſtit: idcirco qui ſoluunt è loco a, acuq; nautica cœli plagas indicante, in occaſum æquinoctialem perpetuò tendere conātur, quamdiu fuerint in a g, nihil ab inſtituto curſu diſcrepare videbūtur. Et quia ſegmentum b g, inſenſibili differentia excedit a b: igitur quanquam reuera verſati ſint in a g, in parallelo tamen ſe delatos eſſe putabunt. Interſectio porrò ſegmenti b g, cum eodem parallelo eſto K, & in ipſo parallelo arcus ſumatur K i, æqualis ipſi a K. Quapropter ſi per g & i maximus circulus ſcriptus fuerit, maximus item circulus per b & i: angulum igitur b i g, æqualem eſſe oſtendes recto angulo b a g, ſegmentum itē a g, æquum ſegmento g i, per propoſitionem ſimilem 4. primi Euclidis. Et idcirco circul⁹ maximus per g & i ſcriptus parallelum a c d, continget in ipſo i. Quare ſi nauis delata fuerit ſuper ſegmento g i, eundem curſum tenere videbitur, qui ab initio fuerat inſtitutus, ideſt à Leſte in Oeſtem, locorum etiam latitudines in vniuerſo ſegmento æquales apparebunt latitudini loci a: quare quemadmodum priori oſtendimus ſyllogiſmo, nihil à parallelo loci a receſſiſſe putabitur. Et quia ad hunc modum circa reliquū paralleli ambitum nauis curſum ſe habere conſequens eſt, nihil verò referre ſiue reliqua ſegmenta æqualia ponamus ipſi a g, ſiue minora, dummodo ipſum contingant parallelum: patet igitur eam lineam quam nauis in ſuperficie maris deſcribit, cum à Leſte in Oëſtē citra æquinoctialem nauigamus, parallelum nō eſſe. Cæterùm ab eo inſenſibiliter diſcrepare, differentiam verò tanto eſſe minorem, quanto linea illa anguloſior fuerit. Quamobrem rationi conſentaneum eſt, vt pro huiuſmodi lineis Aequatori æquidiſtantes in globo deſcribātur. Nam ſi ad eum modum fractas lineas ſub quantouis, certo tamen angulorum numero duceremus, quales naues à Leſte in Oëſtem percurrere demonſtrauimus, iuſtè obiurgandi eſſemus: cur non alias magis ad parallelū accedentes, pluriūue angulorum deſcribantur à nobis, vt receſſus parallelo, & ab inſtituto curſu minor euadere poſsit. Ii porrò qui in loco ſunt latitudine carente, & ad Leſtem nauigant aut Oëſtem: idcirco ſuper æquinoctiali circulo vehuntur, quoniam meridiani cum æquinoctiali rectos angulos vbique efficiunt.



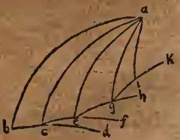
¶ *Quod poſsibile ſit datum globum rumbis delineare. Cap. 22.*

Igi

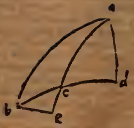
IGitur ex ſupradictis liquet tales lineas in quouis globo duci poſſe, quales nauigando in ſuperficie maris deſcribimus. Eiuſmodi verò lineas vulgari nomine rumbos dicim⁹. Hi autem ſunt rumbus Septentrionis & Auſtri, Leſtis & Oêſtis, Nordeſtis & Sudoêſtis, Noroêſtis & Sueſtis, & qui in medio inter hos ſunt, & alij rurſus inter hos & illos. Quorum quidem qui Septentrionis & Auſtri ſunt, circuli maximi ſunt, videlicet meridiani. Qui verò Leſtis & Oeſtis, æquinoctialis cum parallelis, quemadmodum demonſtratum eſt à nobis. Reliqui autem orbiculares lineæ ſunt ex ſegmentis maximorum circulorum compoſitæ. Et quoniam oportet eiuſmodi ſegmenta angulos efficere æquales, quantum ad ſenſum in quibuſuis punctis cum nouis meridianis, exteriores interiori, qui profectionis eſt, id fieri poſſe demonſtrauimus. Quare ſi propoſito quouis rumbo à puncto interſectionis dati meridiani cum æquinoctiali circulus maximus ductus fuerit, qui cum ipſo meridiano angulum acutum efficiat propoitionalem ei rectilineo, quem datus rumbus rectilineus cum meridiana efficit, & ipſius maximi circuli ſegmentum ſumatur, qui in quouis puncto cum alijs meridianis angulos efficiat exteriores inſenſibili differentia maiores: rurſus verò à termino eiuſdem ſegmẽti duo maximi circuli ducti fuerint, vnus per polos mundi, alter verò qui cum eo efficiat angulum æqualem ei qui prius factus fuerat in æquinoctialis puncto. Ab hoc autem ſegmentum præterea ſumatur, quod in quouis puncto angulos efficiat æquales quantum ad ſenſum exteriores interiori, & ita deinceps per globi conuexitatem, ad vnum & alterum polum, erit nimirum illi⁹ modi facta linea per quàm ſimilis ei quam nauis ſuper maris ſuperficie deſcripſerit, cum nauigatio facta fuerit ſecundum propoſitum rumbum. Et quoniam eadem prorſus arte reliqui rũbi duci poſſunt: igitur in quouis propoſito globo eas duci lineas quas nautæ rumbos appellant, poſsibile eſt.

¶ *Tabulam quandam numerorum edere, cuius adminiculo in dato globo rumbos quoſlibet deſcribamus. Cap. 23.*

MAximorũ circulorum ſegmenta ex quibus datus rumbus cõſtituẽdus eſt, ea magnitudine debẽt eſſe, vt duo anguli exterior & interior, quos ad ſuos fines cũ meridianis efficiũt, tametſi ſint inæquales, pro æqualibus habeantur. Ipſorum porrò angulorum differentiam vnius gradus circumferentiæ horizontis ſubijciemus. minores enim credibile eſt ſenſui gubernatoris occultari. Initium verò deſcribendorum rumborum erit in æquinoctiali circulo. Igitur vt ſegmenta meridianorum inter polum propinquiorem & fines eorum ſegmentorum, quæ datum rumbum conſtituunt, numeris innoteſcant, ſit in ſubiecta figura punctũ a, vnus polorum mundi, meridiani quadrãs a b, ſegmẽta verò b c, c e, e g, g i, rumbum conſtituant dati anguli profectionis a b c, vlteriusq́; producantur b c, ad d, c e, ad f, e g, ad h, g i, ad K. Ab ipſo autem polo a, meridiani veniant ad puncta c, e, g, i, nempe a c, a e, a g, & a i. Dico meridianorum ſegmẽta a b, a c, a e, a g, & a i, ſinus rectos habere proportionales in proportione continua, eamq́; eſſe, quam habet ſinus exterioris anguli a c d, ad ſinum interioris anguli oppoſitiq́; a b c, in ſphærico triãgulo b a c. Nã in ipſo ſphærico triangulo ſicut ſinus rectus lateris a b, ad ſinum rectum lateris a c, ſic ſinus rectus anguli a c b, ad ſinum anguli a b c, per 13. propoſitionem primi libri Gebri. Atqui duo anguli a c b & a c d vnum atque eũdem habent ſinum rectum: igitur ſicut ſinus a b, ad ſinum a c, ſic ſinus anguli a c d, ad ſinum anguli a b c. Et eodem ſyllogiſmo oſtendes ſicut ſe habet ſinus a c ad ſinum a e, ſic ſe habere ſinum anguli a e f, ad ſinum anguli a c e. Et quoniam duorum triangulorum b a c & c a e, interiores anguli æquales inuicem ſupponuntur, duo etiã exteriores a c d



& a e f, inter ſe æquales: igitur ſicut ſinus anguli a c d, ad ſinum anguli a b c, ſic ſinus anguli a e f, ad ſinum anguli a c e. Et proinde ſicut ſin⁹ ſegmenti a b, ad ſinum ſegmenti a e, ſic ſinus ſegmenti ipſius a c, ad ſinum ſegmenti a e. Similiter autem demonſtrabis quòd ſicut ſinus a c, ad ſinū a e, ſic ſinus a c, ad ſinum a g, & in eadem ratione eſſe ſinum a g, ad ſinū a i. Quare patet meridianorum ſegmenta quæ ad ipſa veniunt pūcta b, e, e, g, i, ſub vna atque eadem ratione ſinus rectos proportionales habere, quam quidem ſeruat ſinus anguli a c d, ad ſinū anguli a b c. Quæ cum ita ſint, non erit difficile ipſa meridianorū ſegmenta cognita reddere. Sinum enim totum qui quadrantis eſt a b, in ſinum anguli a b c, dati rumbi multiplicabimus adiectione quinque ziphrarum productum verò diuidemus per ſinum anguli a c d, & prodibit in quotiente ſinus ſegmenti a c. Hunc verò in ſeipſum multiplicabimus productum porrò diuidemus per ſinum totum abiectione quinq; vltimarū figurarū, & veniet ſinus rectus ſegmenti a e. Hunc autem multiplicabimus in ſinum ſegmenti a c, productumq; diuidemus per ſinum totū prædicta arte, & veniet ex partitione ſinus ſegmenti a g. Ipſum deniq; ſinum ſegmenti a g, multiplicabimus in ſinum a c, productum deinde diuidemus per ſinum totum, & veniet ſinus ſegmenti a i. Et ita in cæteris. Nam cum ſinus rectus a c, cognitus fuerit, ipſe erit cōmunis multiplicator ad inueniendum reliquorum ſegmentorum ſinus, communis autem diuiſor ſinus totus erit. Sinibus porrò cognitis, debiti arcus per tabulā ſinuum rectorum patefient. Ipſi autem ſunt meridianorum ſegmenta inter polum mundi & eorum ſegmentorum fines, quæ datum rumbum conſtituunt. Deinde verò ipſorum ſegmentorum datum rumbum conſtituentium quantitates, operæpretiū erit metiri, & eos angulos cognoſcere, qui ſuper polis mundi eiſdem ſegmentis ſubtenduntur, quod quidem prolixiores expoſtulat ſyllogiſmos. Eſto enim b c, primus arcus dati rumbi ab æquinoctiali inchoatus. punctum a polus mundi vicinior, meridiani quadrans a b, a c, verò quadrante minus. Igitur vt ipſum b c, & angulum b a c, numeris notos reddamus, ſegmentum a c, producemus vſq; ad e, æquinoctialis punctum: in quo quidem cum b c, æquinoctialis ſegmento rectum angulum efficit b e c. In triangulo itaque c e b, angulus e b c, cognitus eſt: is enim relinquitur detracto angulo a b c, dati rumbi ex recto a b e, ſubiectum ve-



rò latus c e cognitum exiſtit: propterea quòd a c, quadrantis complementum iam innotuit: igitur reliqua trianguli latera b c & b e, cognita erunt. Eſt enim ſicut ſinus totus ad ſinum anguli e b c, ſic ſinus lateris b c, ad ſinū lateris c e. Quare cum quatuor quantitatum proportionalium prima, ſecunda & quarta ſint cognitæ: tertia igitur ignorari non poterit, ſinus porrò cū cognitus fuerit, arcus illico innoteſcet. Præterea ſicut ſinus totus ad ſinum complemēti c e, ſic ſinus complementi b e, ad ſinum complementi b c: per regulam igitur numerorum proportionalium ſinus rectus complementi arcus b e patefiet: & idcirco ipſe arcus b e, qui angulum ſubtēdit b a e, ſtatim cognoſci poterit.

Hac igitur arte quantitatē inuenies primi ſegmēti dati rumbi ab æquinoctiali initium ſumētis, & differentiam meridianorum per ipſius fines venientium, arcumue æquinoctialis qui eidem reſpondet. At ponamus b c, dati rumbi ſegmentum eſſe, ſed non primum: oporteatque ipſius quantitatem metiri, & meridianorum differentiam inter fines eiuſdem. Igitur à polo a, maximus circulus ducatur, qui ſegmentum b c, vlterius productum ad rectos angulos ſecet ſuper d. In triangulo itaque rectangulo a d b, acutus angulus a b d, cognitus ſupponitur: a b verò meridiani ſegmentum inter polum & initium arcus b c, iam innotuit: igitur quemadmodum paulo antè ratiocinati ſumus, ſinus recti a d & b d innoteſcēt, & ipſa latera per tabulam ſinuū rectorum cognita erunt. Similiter verò in triangulo a c d, quoniam latus a d, cognitum exiſtit, & a c meridiani ſegmentum notū ſupponitur: reliquum igitur latus c d innoteſcet. Quo quidem detracto ex b d ipſum b c, dati rumbi ſegmentum cognitum relinqui neceſſe eſt. Ex quo quidem angulum b a c, qui duobus meridianis

a b,

a b, a c continetur, differentiamque longitudinis definit inter b & c, vno alio ſyllogiſmo ſtatim concludes cognitum. Nam quoniam in triãgulo b c a, ſicut ſinus lateris a c, ad ſinum lateris b c, ſic ſinus anguli a b c, ad ſinum anguli b a c, per 13. propoſitionem primi libri Gebri. Si igitur ſinum anguli a b c, in ſinum lateris b c, ideſt ſinum anguli dati rumbi in ſinum propoſiti ſegmenti multiplicaueris, productum verò diuerſis per ſinum a c: in quotiente reperies ſinũ anguli b a c. Acutus eſt autem quia totus angulus b a d, acutus eſt: igitur per tabulam ſinuũ rectorũ arcus ipſius anguli b a c, notꝰ prodibit. Quod ſi propter operis facilitatem ſinum totum ſemper interuenire velis, quæ quatuor ſyllogiſmis nota concludimus, quinq; manifeſtanda erunt. Vtemur autem decimaquarta propoſitione primi libri Gebri. His itaque ad hunc modum demonſtratis, tabula quædam numerorum exarãda erit ſeptem columnis diſtincta: ſingulæ verò columnæ in tria ſpatia. Prima columna erit primi rumbi, ſiue potius primæ quartæ rumbi, quã vulgari nomine dicimus Norte quarta de Nordeſte, & huic oppoſitã Sul quarta de Sudoëſte. Ex alio latere Norte quarta de Noroëſte, Sul quarta de Sueſte. Huius columnæ primum ſpatium arcus continet meridiani qui ad fines ſegmentorum dati rũmbi terminantur. Secundum verò ſpatium itinerum longitudines comprehẽdit ſegmentorum ipſius rumbi, ideſt quantum ſit vnum quodq; eiuſdem rumbi ſegmentũ oſtẽdit. In tertio autem differentiæ longitudinis ſcribi debent inter fines cuiuſuis ſegmenti eiuſdem rumbi. Secunda columna ad eundem modum tribus ſpatijs diſtincta, numeros continebit qui debentur mediæ profectioni, quam appellant Nornordeſte Suſudoeſte: ex alio verò latere Nornoroëſte Suſueſte. In tertia porrò numeri collocandi ſunt tertiæ quartæ, quam dicũt Nordeſte quarta de Norte, & Noroëſte quarta de Norte, cum oppoſitis. Et eadem arte reliquæ columnæ erunt exarandæ. In latere verò ſiniſtro eiuſdem tabulæ numerus, & ordo ſigillatim ſcribendus eſt ſegmentorum cuiuſuis rumbi. In prima itaque columna angulus profectionis primæ quartæ gradus continet 11. minut. 15. In ſecunda quæ mediarum profectionum eſt, gradus comprehendit 22. minut. 30. In tertia profectionis angulus graduum eſt 33. minutorũ 45. In quarta graduum 45. In quinta graduum 56. minutorum 15. In ſexta graduum, 67. minu. 30. In ſeptima denique 78. minut. 45. Quælibet igitur columna debitis numeris implenda erit, numeris lateralibus reſpondentibus. Hoc tamen commemorandum eſt, quod arcus meridiani in primo ſpatio poſitus, is eſt qui ad finem ſegmenti venit, non qui ad initium. Nam quoniam initium deſcriptionis omnium rumborũ ab æquinoctiali circulo ſumẽdum eſt: arcus igitur meridiani ad initium primi ſegmẽti veniẽtis quadrans exiſtit. Quapropter numerus graduum & minutorum in primo ſpatio ſcriptus, arcus illius meridiani erit, qui ad finem primi ſegmẽti terminatur, & ita in cæteris. Et quoniã initium ſequentis ſegmenti præcedentis finis eſt, idcirco ſi poſteriores arcus cogniti fuerint, priores ignorari non poterunt.

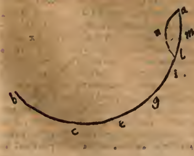
¶ *Sequitur diſpoſitio tabulæ in ſeptem partes diſtincta: numeros verò qui intra ipſius tabulæ aream ſcribendi ſunt, ſtudioſi adoleſcentes inuenient ſecundum præcedentes demonſtrationes, & quantum libuerit, extendent.*

Numerus & ordo ſegmentorum in quolibet rumbo.	Prima quarta norte quarta de nordeſte norte quarta de noroeſte cũ oppoſitis.			Secunda quarta nornordeſte nornoroeſte cum oppoſitis.			Tertia quarta nordeſte quarta de norte, noroeſte quarta de norte cũ oppoſitis.			Quarta quarta, nordeſte, noroeſte, cum oppoſitis.			Quinta quarta, nordeſte quarta de leſte, noroeſte quarta de oeſte cum oppoſitis.			Sexta quarta leſnordeſte, oeſnoroeſte, cum oppoſitis.			Septima quarta, leſte quarta de nordeſte, oeſte quarta de noroeſte cũ oppoſitis.		
	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia logitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.
	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					

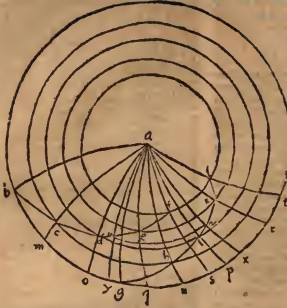
¶ De habitudine rumborum tum ad polos mundi, tum ad ſe inuicem.

Cap. 24.

RVmbi Septẽtrionis & Auſtri quia meridiani ſunt, per æquinoctialis polos quos polos mũdi dicimus, veniunt. Leſtis verò & Oeſtis quia ſunt æquidiſtantes, quorum maximus eſt æquinoctialis, per ipſos polos venire non poſſunt. Reliqui verò quoniam ex ſegmentis maximorum circulorum conſtituti intelligun tur, acutos angulos cum meridianis efficientes: idcirco nec per polos mundi tranſeunt, nec ab eiſdem polis paribus diſtant interuallis, ſed in infinitum produci poſſunt. Quanto autem ma gis producuntur, tanto magis polis appropinquant, cæterùm in eos intrare non poſſunt. Nam quemadmodum in figura ſuperius deſcripta rumbus b c e g, acutos angulos pareſq́; facit ad fines ſuorum ſegmentorum cum meridianis: ad intermedia verò puncta quanquam impares, inſenſibili tamen differentia, ita nimirum à puncto g in i, & ab i rurſus prolongari poteſt, & ita deinceps quantum libuerit. Ad quoduis enim dati meridiani punctum, dato an gulo concepti rumbi æqualis effici poteſt ab ipſo meridiano, cum quodam alio maximo cir culo. Porrò ex ijs quæ demõſtrauimus ſatis cõſtat meridianorum ſegmenta perpetuò minora fieri. Quare quanto magis ipſe rumbus productus fuerit, tanto magis eidem polo appropinquabit: at intrare nunquam poterit. Nam ſi intrat, quoniam a poſuimus polum mundi viciniorem: ſit igitur eiuſmodi ingreſſus ſecundum dati rumbi ſegmentum l m a, & per a & l meridianus ſcribatur a n l. Quapropter duo maximi circuli ſe inuicem per inæqualia ſecabunt in ipſis a & l punctis: quod eſt impoſſibile. Sũt enim a m l & a n l, ſegmenta ſemicirculis minora, ſed ſi contendas meridianum per a & l, pũcta ſcriptum, eum eſſe qui dati rumbi ſegmentum habet l m a: iam igitur ipſum l m a, rumbus erit Septentrionis & Auſtri contra hypotheſim: & idcirco in mundi polos intrare minime poteſt, quod demonſtrandum erat.



Illi verò rumbi quibus idem nomen commune fuerit, eam inter ſe habitudinem habebunt, vt æquinoctialis circuli, & æquidiſtantium ſegmenta complectantur proportionalia, non ſecus quàm meridiani. Quanto autem magis producti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt: nunquam tamen cõcurrere poterũt. Magis inuicem appropinquare producti rumbi dicentur, quando longius ab æquinoctiali, inter puncta parallelorum minus ſpatium interceperint. Duos enim rumbos vnius nominis intelligamus b c d e f & g h i K l, à punctis b & g, æquinoctialis inchoatos, & per fines ſegmentorum eorundem rumborum meridianorum quadrantes ſcribantur: quemadmodum in ſubiecta figura apparet. Sint autẽ prima ſegmenta b c & g h. In duobus itaq; triangulis a b c & a g h, angulus c b a, æqualis ſupponitur angulo h g a: angulus etiam a c b, æqualis angulo a h g, latus verò a b, æquum eſt lateri a g: ſunt enim quadrãtes: igitur reliqua latera quia minora ſunt quadrantibus æqualia inuicem erunt, & reliqui anguli æquales per 16. primi libri Menel. Quapropter meridiani ſegmentum a c, æquum erit meridiani ſegmento a h. Deſcribatur igitur per c & h, æquinoctialis parallelus cuius quidem ſegmentum eſto c h. Aio b g, & c h, æquinoctialis & paralleli ſegmenta, ſimilia eſſe proportionaliaue, nempe ſicut æquinoctialis ad parallelum ſic, b g, ad c h. Nam quoniam duo anguli b a c & g a h, æquales oſtenſi ſunt: arcus igitur æquinoctialis b m & g n, æquales inuicem erunt: quibus ſi adijciamus g m, æquales igitur erunt b g & m n, per communem ſententiam. Quapropter ſicut b g ad c h ſic m n, ad idem ſegmentum c h. Atqui ſimiles ſunt proportionalesúe ipſi duo arcus m n & c h, per 14. ſecundi lib. Theo. igitur b g & c h, proportionales erunt. Quod quidem per ſolam 17. propoſitionem ipſius 2. libri Theo. demon

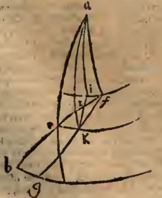


monſtrare poteris. Idem ſimiliter demonſtrabis de ſegmentis reliquorum parallelorum inter eoſdem rumbos comprehenſis. Quoniam enim duorum triangulorum a c d & a h i, latera a c & a h, æqualia oſtenſa ſunt, & anguli ſupra baſes c d & h i, æquales ſubijciuntur: igitur reliqui anguli qui ad a æquales erunt, reliqua etiam latera, quia minora ſunt quadrantibus, erũt æqualia: & idcirco a d & a i æqualia erunt, ſimiliter duo æquinoctialis ſegmenta m o & n p, inter ſe æqualia erunt, & proinde totum b o, toti g p, æquum erit per communem ſentẽtiam ſi æqualib' æqualia addas. Vtriq; autem addemus g o: & idcirco æqualia erũt b g & o p. Paralleli porrò deſcripti per d & i, ſegmentum eſto d i: proportionalia igitur erunt o p & d i, meridianis a o & a p comprehẽſa: quare proportionalia quoque erunt b g & d i. Quod autem duo ſegmenta c h & d i, ſuis circulis ſint proportionalia per æquam proportionem concludes, interpoſito b g. Sed ponamus ſegmentum u z, illius paralleli eſſe, qui ſcribitur per puncta quæ ſunt ſupra d & i, & infra e & K, oſtendemus nihilominus b g & u z, ſimilia ſegmẽta eſſe. Ductis enim à polo a, quadrantibus a y & a x, per ipſa puncta u & z, duo latera a d, a u, trianguli a d u, duobus lateribus a i, a z, trianguli a i z æqualia erunt: acutus autem angulus u d a, angulo z i a æqualis eſt, duo verò anguli a u d, a z i, obtuſi ſunt, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus: igitur duo reliqui anguli d a u & i a z, æquales erunt. Quapropter duo ſegmenta o i, p x, æqualia inuicem erunt: & idcirco b y & g x, æqualia concludes, & propterea b g & y x æqualia erunt inter ſe per communem ſententiam. At verò ſimilia ſunt y x & u z: igitur b g & u z, ſimilia quoque erunt. Quapropter veriſsimum eſſe conclu des in vniuerſum, parallelorum ſegmẽta inter rumbos vnius nominis eiuſdemúe inclinationis proportionalia eſſe, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

Quod autem quanto magis producuntur, tanto magis inuicem appropinquent, modò oſtendemus. Nam quoniam arcus circulorum æquidiſtantium inter rumbos b f, & g l, comprehenſi ipſis circulis proportionales ſunt: rectæ igitur ſubtendentes eoſdem arcus eorũdem circulorum ſemidiametris proportionales erũt. Hoc enim facilè demonſtrare poteris per ſextum librum Euclid. Quapropter recta ſubtendens circumferentiam b g, recta ſubtendente c h maior erit, & hæc rurſus maior recta ſubtendente d i, & ita deinceps. Idcirco ſi maximum circulum per puncta c & h, ſcriptum intellexeris, maximumitem circulum per d & i, maiorem eſſe cõcludes b g, circumferentia maximi circuli inter c & h: hanc autem maiorem ea quæ continetur inter d & i, & ſimiliter in alijs. Et propterea per definitionem à nobis traditam quanto magis ipſi rumbi producti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt, quod erat demonſtrandum. Scimus porrò duarum linearum interualla ex perpendicularibus ſumi debere, quę à punctis vnius ſuper alteram ducuntur. At in huiuſmodi fractis lineis rationem potius habendam eſſe putauimus ad interualla punctorũ in-

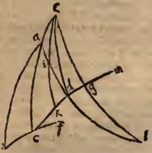
ter

ter conſimiles rumbos in ſingulis parallelis. Nā ſi duarum nauium vna ſoluerit à loco b ſpatiū decurſura rumbi b f; altera verò à g, ſpatium decurſura conſimilis rumbi g l, pariq; ferantur celeritate, palam eſt ex ijs quæ demonſtrauimus, quandiu ad eum modum delatæ fuerint, in eoſdem parallelos ſimul incidere, quantoq; magis prouectæ fuerint, tanto magis inuicem appropinquare. Nunquam verò cōcurrere etiam ſi in infinitum producātur, oſtendemus demonſtratione ducente ad impoſsibile. Super polis enim non concurrent, quoniā in eos intrare non poſſe demonſtratum eſt. Quare ſi alibi concurrūt: duo igitur eiuſdem nominis rumbi b f & g f, cōcurrant in f, comparium ſegmētorum e f & k f, termino. Quapropter a e & a k, meridianorum arcus æquales erunt per ea quæ paulò ante demonſtrauimus in præcedenti figura: anguli præterea e a f & f a k, inter ſe æquales pars & totū, quod eſt impoſsibile. At ſi ipſa cōparia ſegmēta non concurrere dixeris in f, ſed in aliquo pūcto inter e & f: ſit igitur eiuſmodi concurſus in r, & producatur K r vſque i, in parallelo puncti f. Et quoniam comparium ſegmentorum termi nos paribus interuallis ab eodem polo diſtare oſtenſum eſt, punctum verò f, terminum poſuimus ſegmenti e f. punctum igitur i terminus erit ſegmenti k i. Arcus autem meridiani inter polum a & i eſto a i: igitur duo anguli e a f & i a k, inter ſe æquales erunt, quod rurſus eſt impoſsibile. Et propterea non concurrūt, quod denīq; demonſtrandum erat.



Quam habitudinē inter ſe habeant vnius atq; eiuſdem rumbi ſegmenta. Cap. 25.

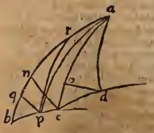
Maximorum circulorū ſegmēta ex quibus rumbi, qui nec ſunt Septentrionis & Auſtri, neq; Leſtis & Oeſtis, conſtituti intelliguntur, eam habent inter ſe cōparationem, vt in quouis ipſorum rumborum ab æquinoctiali inchoato, & verſus vtrumq; polorum mūdi prolongato, ſegmenta ipſi æquinoctiali propinquiora remotioribus maiora ſint, & longitudinum atq; latitudinum differentiæ inter eorundem ſegmētorum extrema puncta maiores quoq;. Adeò vt quanto longius ab æquinoctiali quiuis rumbus productus fuerit, tanto ſegmenta minora fiant, & longitudinum nec non latitudinum differentiæ inter extrema puncta etiam minores. Rumbi enim inchoati a b æquinoctiali, & verſus polum a producti, duo concipiantur ſegmenta b c, vicinius ipſi æquinoctiali, & c d remotius: ad quorum fines arcus meridianorum veniant a b, a c & a d. Dico b c, maius eſſe c d, & longitudinis differentiam inter duo puncta b & c, maiorem eſſe longitudinis differentia inter c & d, ſimiliter arcum a b, maiori differentia excedere arcum a c, quam a c excedat a d. Primi demonſtratio ad hunc modum fiet. Quoniam enim arcus a c, minor eſt ipſo a b: producatur igitur ad partem a, ſitq; c e idē ab æqualis. Dein de verò à puncto e termino ipſius c e, maximus ducatur circulus qui cum eodem c e, ad idē pūctum e, angulum efficiat æqualem angulo b a c, per primam propoſitionem primi libr. Menel.



 Secabit

Secabit autem huiuſmodi circulus ſegmentum e d,in longum productum at non in d neq; inter c & d. Si enim ſecat in d, quoniam duorum triangulorum a b c & e c d,duo latera a b & e c, æqualia ſunt:& duo anguli vnius duobus angulis alterius qui ſupra ipſa latera a b & e e, æquales ſunt, alter alteri: reliquus igitur angulus a c b, reliquo e d c,æqualis erit per 14.primi Menelai.Quapropter exterior e d g,exteriori a c f,æqualis erit.Eidem verò exteriori a c f,æqualis eſt a d g:propterea quod ſuppoſuimus tanta differentia angulum a c f, ſuperare angulum a b c, quanta huic æqualem a c d, ſuperat angulus a d g. Aequalis igitur erit angulus e d g, angulo a d g pars toti,quod eſt impoſsibile.Et idcirco non ſecat in d. At inter c & d, ſecare non poterit. Nam ſi inter c & d ſecat: ſit igitur huiuſmodi ſectio in k. Quare ſimilibus argumentis oſtendemus duos angulos e k g & a d g, inter ſe æquales eſſe. Secet autem arcus e K, arcum a d in i. In triangulo igitur K d i,exterior angulus i d g, interiori oppoſitoq; i K d, æqualis erit.Quapropter duo latera d i & K i,coniuncta vni ſemicirculo æqualia erũt. At verò d i, multo minus eſt quadrante,quia totus arcus a d, quadrante minor eſt: item K i multo minus quadrãte, quia arcus e k, cum ſit æqualis a c, minor eſt quadrante: igitur impoſsibile.

Et idcirco non ſecat inter c & d. Secet porrò in g. Trianguli igitur e c g, latus c g æquum erit lateri b c,trianguli a b c. Minus eſt autem c d ipſo c g: igitur minus erit idem c d quàm b c, quod inprimis erat oſtendendum. Secundum demõſtrabitur in eadem figura. Duo enim arcus a d & e g,ad partes d & g,producti concurrant in l, producaturq; d g in m,ad partem g. Duo igitur anguli e g m & a d m,angulo a c f æquales erũt: & idcirco inter ſe æquales per communem ſententiam. Quapropter duos angulos m g l & m d l,æquales eſſe neceſſe eſt. Et propterea trianguli d g l,duo latera g l & d l,coniuncta vni ſemicirculo erunt æqualia:& idcirco trianguli e a l, duo latera a l & e l, coniuncta vno ſemicirculo maiora erunt. Quapropter exterior angulus e a l, interiore oppoſitoq; a e l, minor erit. Eidem verò a e l,æqualis eſt b a c:minor igitur erit c a d ſiue c a l, eodem angulo b a c. At ipſe e a d,quãtitatem definit in æquinoctiali circulo differentiæ longitudinis inter c & d, angulus verò b a c, quantitatem differentiæ lõgitudinis inter b & c: igitur differentia longitudinis inter b & e,maior eſt differentia inter c & d, quod erat oſtendendum. Poſtremũ præterea facili oſtendemus demonſtratione. Veniant enim per c & d paralleli,& quoniam maior eſt arcus a b quàm a c, & ipſe a c maior quàm a d:igitur deſcripti paralleli meridianos a b & a e ſecabũt. Secent itaq; in n & o: erit igitur b n,differentia latitudinis inter b & c,at c o,differentia latitudinis inter c & d. Dico igitur differentiam b n,maiorẽ eſſe differentia c o. Nam quoniam demonſtrauimus ſegmentum b c, maius eſſe c d: ſumatur igitur ex eodem b c, ſegmentum b p, quod ipſi c d æquum ſit,& ex a b arcus b r, æqualis arcui a c.

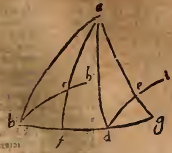


Deinde verò per duo puncta p & r,circulus maximus ſcribatur, circulus item maximus per a & p. Trianguli itaque a p r,duo latera a r & r p, coniuncta maiora ſunt tertio latere a p. Ipſum verò a p,maius eſt quàm a c: propterea quod in triangulo c a p, angulus a c p,obtuſus eſt, a p c verò acutus. Et idcirco ipſa duo latera a r & r p, coniuncta multò maiora ſunt quàm a c. Eidem verò a c,æquum eſt meridiani ſegmentum a n: igitur maiora ſunt a r, r p quàm a n. Commune auferatur a r: maius idcirco relinquetur r p quàm r n,per communem ſententiam. Et quoniam r p & a d, æqualia ſunt inter ſe,per ſimilem propoſitionem quartæ primi libri Euclidis, minor eſt autẽ a d quàm a c: minor igitur erit r p quàm b r. Quare ſi r,punctum polum intelligamus, & per punctum p interuallo r p, circulus deſcriptus fuerit, ſecabit b r inter b & n. Secet itaq; in q: meridiani igitur ſegmentum b q, æquum erit ſegmẽto c o. Minus eſt autem b q quàm b n: igitur & c o minus erit eodem b n. Quare differentia latitudinis inter c & d, minor erit latitudinis differentia inter b & e, quod erat oſtendendum. Nihil autem refert ſiue b c & c d, coniuncta ſumantur,ſiue ſeiuncta.

Sed ſi diuerſorum rumborum ſegmenta inter ſe inuicẽ conferre libeat,facilẽ oſtẽdere poteris

per

per ea quæ hoc in loco & ſuperius demonſtrata fuerunt, latitudinis differentiam inter extrema puncta primi ſegmēti primi rumbi, ſiue primæ quartæ, cuius quidem inclinatio ad meridianū graduum eſt 11. minu. 15. maiorem eſſe latitudinis differentia extremorum punctorum cuiuſuis alterius ſegmenti, tum ipſius primi rumbi, tum aliorum. Longitudinis verò differentiam inter extrema puncta primi ſegmenti ſeptimi rumbi, ſiue ſeptem quartarum, quauis alia maiorem eſſe. Eſto enim punctum a polus mundi, arcus b c primi rumbi, ſiue primæ quartæ ſegmentum primum, ab æquinoctialis pūcto b, inchoatum: arcus autem d e, ſit primum ſegmentum cuiuſuis alterius rumbi, cuius initium ſit d, ſimiliter æquinoctialis punctum. Oſtendemus autē in primis latitudinis differentiam inter b & c, ſiue potius latitudinem ipſius c, maiorem eſſe latitudinis differentia inter d & e. Cæterùm longitudinis differentiam inter eadem b & c, minorem eſſe longitudinis differentia inter d & e. Scribantur enim quadrātes a b, a c f, a d, & a e g, & producantur, b c ad h, & d e ad i. Angulus igitur a c h angulum a b c, vno gradu ſuperabit, per ea quæ ſuppoſuimus. Similiter angulus a e i angulum a d e, vno gradu. At verò duo anguli a c h, a b c, minores ſunt duobus angulis a e i & a d e, per hypotheſim. Eſt enim angulus a b c, Gr. 11. minu. 15. quia tanta eſt inclinatio primæ quartæ ad meridianum: angulus porrò a d e maior ſubijcitur: quapropter inter ſinus rectos arcuum angulorum a c h & a b c, maior erit ratio, quàm inter ſinus rectos arcuum angulorū a e i, & a d e. Sinus nempe rectus arcus anguli a c h, maiorem habet rationem ad ſinum rectum arcus anguli a b c, quàm ſinus rectus arcus anguli a e i, ad ſinum rectum arcus anguli a d e, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus capite 3. de inuenienda locorum longitudine ex marina charta. Atqui ſicut ſinus rectus anguli a c h, ad ſinum anguli a b c, ſic ſinus quadrantis a b, ad ſinum arcus a c, in ſphærico triangulo a c b: eundem enim ſinum habent duo anguli exterior atq; interior qui ad c. Similiter ſicut ſinus rectus anguli a e i, ad ſinum rectum anguli a d e: ſic ſinus quadrantis a d, ad ſinum arcus a e, in triangulo a e d. Igitur maiorem habebit rationem ſinus quadrantis a b, ad ſinum arcus a c, quàm ſinus quadrantis a d, ad ſinum arcus a e. Et proinde minor erit arcus a c ipſo a e: arcus igitur c f, latitudinis differentia inter b & c, maior relinquetur quàm e g, latitudinis differētia inter d & e. Quoniam verò differentia latitudinis inter b & c, maior oſtenſa eſt latitudinis differentia extremorum punctorum cuiuſuis alterius ſegmenti eiuſdem rumbi, ſimiliter latitudinis differentia inter d & e, maior eſt latitudinis differentia extremorum punctorum aliorum ſegmentorum ipſius rumbi inchoati à puncto d, cuius quidem inclinatio a d e, maior ſupponitur inclinatione a b c: igitur latitudinis differentia extremorum punctorū primi ſegmenti primi rumbi, ſiue primæ quartæ, maior eſt latitudinis differentia extremorum punctorum reliquorum omnium ſegmētorum tum ipſius primi rumbi, tum aliorum, quod erat oſtendendum. Reliquum demonſtrabimus eadem arte. Quoniam enim angulus a c h, contrapoſito b c f æqualis eſt, angulus item a e i, cōtrapoſito d e g æqualis: quantum itaq; angulus b c f excedit a b c, tantum angulus d e g, ſuperabit a d e, per hypotheſim.

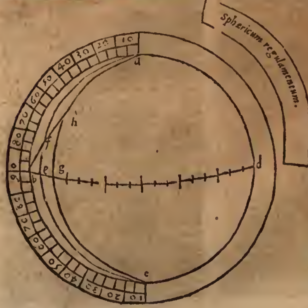


Igitur è diuerſo quantum complementum anguli a b c, quod eſt c b f, complementum ſuperat anguli b c f, tantum complementum anguli a d e, quod eſt e d g cōplementum ſuperabit anguli d e g: demōſtratum eſt enim hoc in Arithmeticis. Minor eſt autem angulus e d g angulo c b f, item cōplemētū anguli d e g, minus eſt cōplemento anguli b c f: igitur maiorem rationē habebit ſinus anguli e d g, ad ſinum complemēti d e g, quàm ſinus anguli c b f, ad ſinum complementi anguli b c f. Et quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum complementi b f, ſic ſinus anguli c b f, ad ſinum complementi b c f. Similiter in triangulo d g e, ſicut ſinus totus ad ſinum cōplementi d g, ſic ſinus anguli e d g, ad ſinum cōple-

menti d e g: maiorem igitur rationem habebit ſinus totus ad ſinum complementi d g, quàm ad ſinum complementi b f: & idcirco complementum d g, minus erit complemento b f, & propterea arcus d g, maior relinquetur ipſo b f. Ponemus igitur d e, primum ſegmentum eſſe ſeptimi rumbi, qui ſeptem quartarum eſt: cuius quidem inclinatio ad meridianum graduum eſt 78. minut. 45. b c verò primum ſegmentum cuiuſuis alterius rumbi, & concludemus d g, maximam eſſe longitudinis differentiam velut antea.

¶ *Propoſitum globum rumbis deliniare. Cap. 26.*

Collocetur propoſitus globus intra mobilē meridianum; cuius vnus ſemicirculus, qui inter polos in duos quadrantes ſecetur: quadrantes verò in gradus 90. & debiti numeri aſcribantur, quorum initium ſit in ipſis polis, fines autem in ſectione æquinoctialis. Ipſe porrò æquinoctialis circulus in gradus ſimiliter diuidatur, qui pūctis quibuſdam, atque lineis tantum diſtinguantur, abſque numerorum notis: quemadmodum in ſubiecta figura apparet. In qua quidem a b c d, interiorem circulum repræſentat illius ſuperficiei mobilis meridiani circularisúe armillæ, quæ per polos mūdi a Borealem, & c Auſtralem venit. Punctum b, ipſius circuli & æquinoctialis vna ſit interſectio, altera verò d. In propoſito igitur globo ſemicirculus b d, vna eſt medietas æquinoctialis: at a b & b c, duo meridiani quadrantes. Diuidantur itaq; ipſi quadrantes in gradus quorum initium ſit in a & c, finis verò vbi b: in quo quidem numerus 90. ſcriptus eſt. Aequinoctialis autem in Gr. 360. diuidatur, nempe ſemicirculus b d, in 180. & alius qui ex oppoſita parte relinquitur, ſimiliter in 180. Diſtinguendi porrò ſunt ipſi æquinoctialis gradus punctis atque lineis. Cæterùm numerorum notæ eiſdem aſcribendæ non ſunt. Et quoniam iuxta præſens inſtitutum rumbi omnes ab æquinoctiali ducendi ſunt: ſit igitur vnius deſcriptionis initium pūctum b, & in primis deſcribatur in dexteram partem, quam Orientalem Borealemq; ſupponimus, rumbus ille qui vulgo dicitur Norte quarta de Nordeſte, hac videlicet arte. Numerum graduum & minutorum differentiæ lōgitudinis, qui è regione primi ſegmenti in area tabulæ ſupradictæ repertus fuerit, computabimus à b in d, in æquinoctiali circulo. Eſto autem illius finis punctum e: igitur ſemicirculum a b c, mobilis meridiani transferemus ad ſitum a e c, in quo quidem computabimus ab a in e, numerum graduum & minutorum, qui in eadē tabula è regione ipſius primi ſegmenti ſub titulo arcus meridiani ſcriptus fuerit, finem verò ſignabimus in ſuperficie globi nota f. Ex eadem rurſus tabula numerū graduum & minutorū differentiæ longitudinis, & arcus meridiani deſumemus è regione ſecundi ſegmenti, & ipſam longitudinis, differentiam computabimus in æqui



æquinoctiali ab e in d, & ad finem qui ſit g, mobilis meridiani ſemicirculum transferemus, in ſitu a g c, in quo quidem (velut antea) numerũ graduum & minutorum arcus meridiani computabimus ab a in g: finẽ verò in ſuperficie globi ſignabimus nota h, & ita deinceps faciendũ erit, totq; puncta in ipſo globo eadem arte imprimemus, quotus fuerit ſegmentorum numerus, qui in ipſa tabula ſcriptus fuerit. Conſtat enim ex iis quæ ſuperius demonſtrauimus, tabulam ipſam in infinitum augeri poſſe. Cæterùm ſat erit ad latitudinem graduũ circiter 60. eam extendere, ideſt donec arcus meridiani in omni rumbo gradus ferè 30. comprehendat.

Ipſis igitur punctis in dato globo ſignatis, vnã aliam armillam circularem parabimus, mobili meridiano æqualem. Ex qua quidem ſegmentum quoddam reſecabimus, quod numerũ graduum haud minorem comprehendat maximo qui in vniuerſa rumborum tabula, ſub titulo lõgitudo itineris repert⁹ fuerit. Hoc igitur armillæ ſegmento ad ducendum arcum maximi circuli à puncto in punctum in ſuperficie globi, perinde vtemur, atque planis regulamentis vti ſolemus, ad ducendum ab vno puncto in aliud punctum rectam lineam in vno plano. Ipſo igitur ſphærico regulamento punctis b & f, vt decet coaptato, arcum maximi circuli ducemus b f, & à puncto f, in punctum h, eadem arte arcũ ducemus f h, & ad eundem modum quoduis aliud punctum, eorum quæ in ipſo globo impreſſa fuere, cum ſibi vicino connectemus, vt tandẽ rumbus ille deſcriptus habeatur, quem Norte quarta de Nordeſte appellant. Deinde verò deſumem⁹ ex ſupradicta tabula primos atque tertios numeros ſecundæ columnæ, & eum rumbum ducemus conſimili arte ab eodem puncto b, initio ſumpto qui mediæ profectionis eſt. Nec aliter operandum erit pro reliquis rumbis ducendis per globi conuexitatem in partes Boreales Orientaleſq;. Poſtea verò ab eodem puncto b rurſus exordientes eos ducemus rumbos in occidentales partes Borealeſq;, qui æqualis his habent ad meridianos inclinationes. Hi porrò vulgari ſermone dicuntur Norte quarta de Noroëſte, Nornoroeſte, Noroeſte quarta de norte, Noroëſte, Noroëſte quarta de Oeſte, Oeſnoroëſte, Oeſte quarta de Noroëſte. Qua deſcriptione peracta, aliam item faciemus rumborum deſcriptionem, quæ à puncto d, initium ſumat: præterea à punctis medijs inter b & d, alias duas in globis mediocris magnitudinis. In maioribus autem globis non tantum quatuor, ſed octo deſcriptiones pluresúe faciendæ ſunt. Nã quãto plures fuerint, tanto cuilibet profectioni paratior via reperta erit. Abſolutis autem deſcriptionibus rumborum Borealis hemiſpherij, totidem rurſus faciemus in Auſtrali, & ab eiſdem punctis æquinoctialis inchoatas. Per quæ quidem puncta meridiani ducendi ſunt colore nigro, ipſi & æquinoctialis: ſimiliter & ij rumbi, qui in medio ſunt inter hos, quales videlicet ſunt Nordeſtes & Sudoeſtes, Noroëſtes atq; Sueſtes. Mediarum verò profectionum rumbi, viridi colore pingendi ſunt; reliqui autem colore rubeo, quemadmodum in planiſphærio nautarum. Circuli præterea æquinoctiali æquidiſtãtes quanto libuerit numero & interuallo deſcribantur, colore tamen nigro: quandoquidem pro rumbis Leſtis & Oëſtis vſurpari ſolent.

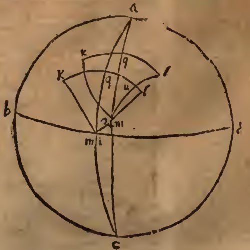
Alijs etiam quibuſdam modis rumborum deſcriptiones fieri poterunt, quorum vnus erit ſi ſuper b, tanquam polo, interuallo autem æquali primo ſegmento dati rumbi, parui cuiuſdam circuli circumferentia in globi ſuperficie deſcripta fuerit. Tum verò mobilis meridiani ſemicirculus in ſitu a e c, conſtituendus erit, in quo quidem quoniam bis deſcriptam circumferentiam ſecat: pro termino igitur primi ſegmenti Borealior ſectio ſumenda erit. Huic modo vnus alius ſimilis erit, ſi neglecta differentia longitudinis inter fines primi ſegmẽti, tantiſper ſemicirculum mobilis meridiani circumducas, donec finis arc⁹ meridiani ipſius primi ſegmenti parui circuli circumferentiam attingat. Vbi enim attigerit, ibi erit alterum extremum eiuſdem primi ſegmenti. Et eadem arte reliquorum ſegmentorum puncta notanda erunt.

Modus etiam aptiſsimus erit, ſi ex tenui lamina cuprea ferreaúe, aut alterius materiæ, ſphæricum quadrantem K l m, fabricaueris, cuius concauum ad expoſiti globi conuexum ſit conformatum: latera autem K m & l m, rectũ angulum K m l, continentia maximo rumbi ſegmento, quod in tabula ſupradicta reperitur, paulò maiora ſint, & in gradus maximi circuli dati globi diuidantur. Circumferentia verò K l, in octo æquales partes ſecetur, & ex puncto m, ad puncta ſectionum maximorum circulorum arcus ducantur m n, m o, m p, m q, m r, m s, m t. Acutus igitur angulus l m r, vnius quartæ erit. At l m s, duarum quartarum, l m r triũ,

l m

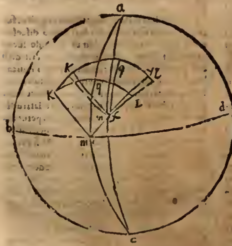


l m q quatuor, l m p quinq; , l m o ſex , l m n ſeptem, ſed rectus K m l, octo cōplectetur quattas. Quibus ita paratis, ſit in ſubiecta figura pūctum i, in æquinoctiali circulo, à quo ſumendū ſit initium deſcribendorum rumborum. Atq; in primis deſcribendus proponatur rūbus Nordeſtis & Sudoëſtis. Igitur ſphæricus quadrans imponatur, & eo pacto globi conuexo coaptetur, vt punctum m, ſit ſimul cum i : mobilis autem meridiani ſemicirculus in ſitu ponatur a i c, ſub quo quidem tamdiu ſphæricus quadrans conuertatur, circa m vel i donec circumferentia m q, ſit ſimul cum a i. Deinde verò ex tabula ſupradicta numerum graduum & minutorū deſumemus magnitudinis primi ſegmenti ipſius rumbi Nordeſtis & Sudoëſtis, quem computabimus ab m in l, & ad finem notam in globo imprimemus, vbi z : erit igitur ipſum z, primi ſegmenti finis. Porrò vt ſecundi ſegmenti finis inueniatur, eadem omnino arte vtendum erit. Mobilem enim ſemicirculum transferemus ad ſitum a z c, ſub quo ſphæricus quadrans ita globo coaptandus erit, vt m ſit vbi z, & ſuper ipſo m vel z, conuertendus erit, quo ad circumſerentia m q ſiue z q, ſit ſimul cum z a, & computato numero graduum & minutorum magnitudinis ſecundi ſegmenti ab m, ſiue z in l, notabitur in ipſo globo finis ſecundi ſegmenti qui ſit u. Et ad inueniendum reliqua puncta ſimiliter operandum erit, quæ deniq; connectenda erunt : quemadmodum ſuperius docuimus. Ipſius enim ſphærici quadrantis latus pro regulamento ſeruiet. Quod ſi quempiam facilitas in opere, magis quàm exacta ſupputatio delectauerit, poterit is neglecta numerorum tabula, rūbos in dato globo deſcribere, hoc videlicet modo. Circumferentia m q. poſita ſub a i, à puncto i vel m, ſecundum quadrantis latus m l, circumſerentia ducatur i l, in ipſius globi ſuperficie. Erit enim quadrantis latus pro ſphærico regulamento : & proinde primi ſegmenti dati rumbi finis erit in ipſa i l, quem quidem ad hūc modum inueniemus.



Trahatur ſphæricus quadrans per globi ſuperficiem, ea tamen arte vt ipſius latus m l currat ſuper circumferentia i l : mobilis autem meridiani ſemicirculus circumferatur, & in omni ſitu tranſeat per m. Atque tamdiu ſimul ferantur ſemicirculus & ſphæricus quadrans, donec inter circumferentiam m q, & ipſum mobilis meridiani ſemicirculum vnus tantum gradus intercedat circumferentiæ K l. Quando enim illud acciderit, vbi fuerit m : ibi erit finis

nis primi ſegmenti. Ponamus igitur m, tranſlato in x, & vnà mobilis meridiani ſemicirculo in ſitum a x c, vnum gradum circumferentiæ K l, intercedere inter circumferẽtiam q m vel q x, & ſemicirculi ſitum. Angulus igitur a x l angulum a i l, inclinationis dati rumbi gradu vno ſuperabit. Et idcirco punctum x, finis erit



primi ſegmenti per ea quæ ſuppoſuimus. Quapropter ſi circa ipſum x, ſphæricum quadrantem tãtiſper conuerterimus, quoad circumferẽtia q x ſub mobili iaceat meridiano in ſitu a x: latus autem m l, ad ſitum veniat x y, & in ipſa globi ſuperficie à x in y, circumferentia ducatur, ſecundi ſegmenti finis in ipſa erit x y, qui eadem arte qua modò vſi ſumus, quærendus erit. Et idem inueniendi modus in cæteris ſeruari debet. His itaq; abſolutis, littoralis orbis deſcriptio facienda erit in ipſo globo. Et pro leucis, & milliaribus, cæteriſq; menſuris conſuetis, Scalæ deſcribantur ex arcubus maximorum circulorum. Et quoniam inter Hiſpanos ſunt, qui leucas 17. cum demidio, vni gradui maximi circuli tribuant in terreno circuitu: alij verò 16. cum duabus tertijs, idcirco ſi priorem ſentẽtiam amplecti libeat, arcum maximi circuli quatuor graduum in ſeptem æquas partes diuides: vnaquæq; enim earum decem leucas comprehendet, & ad hunc modum poteris leucarum ſcalam, quantum libuerit producere.

Sed ſi tibi poſterior ſentẽtia magis placeat, gradus tres in quinq; æquas partes diuides, & erit vnaquæq; pars ſimiliter decem leucarum, ſed hæ maiores illis.

¶ *De Vſu illius globi, in quo rumbi deſcripti fuerint.*
Cap. 27.

IGitur cum globus ita comparatus fuerit, vt in Boreali hemiſphærio, ſimiliter in Auſtrali, prædicta arte rumbos depictos habeat, magno vſui nauigantibus eſſe poterit: quemadmodum regulis quibuſdam oſtendemus.

1 Si per duo data loca in globo poſita nullus rumbus deſcriptus reperiatur: oporteat autem viam indagare qua ab vno in alterum veniẽdum ſit, mobilem meridianum ad vnum eorum traducemus. Quod ſi in eo ſitu alterum quoq; locum comprehendat, proculdubio in vno atque eodẽ rumbo Septentrionis & Auſtri ipſa loca poſita erunt. Sed ſi differentes habuerint meridianos, quantæ ſint eorundem locorum latitudines inquiremus, & ad quas mundi partes ab æquinoctiali diſtent. Nam ſi æquales repertæ fuerint, & ad eandem mundi partẽ, aut Borealem, aut Auſtralem, certum erit ſub vno atque eodem parallelo poſita eſſe, & proinde in rumbo leſtis & oëſtis. At ſi neq; meridianum communem habent, neque parallelum: alius erit inueniendi modus. Duorum enim datorum locorum is qui à polo arctico diſtantior fuerit, commodioris doctrinæ gratia primus nuncupetur: qui verò eidem polo vicinior, ſecũdus dicatur. Quod ſi ipſe ſecundus locus primo orientalior fuerit: rumbus igitur qui à primo in ſecundum venerit, vnus eorum erit, qui in quadrantem horizontis tendunt Orientalem atq; Borealem. Quare vt quinam illorum ſit, deprehendi poſsit, ſinguli tentandi erunt, hac videlicet arte. Mobili meridiano circũducto, duo notabimus puncta in vnoquoq; eorum, in quibus datorum locorum paralleli ipſos interſecãt rumbos. Deinde verò ipſorum datorum locorum

rum intercapedinem inter circini pedes comprehendemus, quam quidem mox conferemus cum ijs quæ inter notata pūcta repertæ fuerint. Nam rumbus ille ſeligendus erit, qui viam mōſtret à primo loco in ſecundum: in quo quidem ſignatorum punctorum diſtantia datorum locorum intercapedini æqualis inuēta fuerit. Quòd ſi nulla eidem æqualis reperiatur, certum habebimus nullum rumbum à primo loco in ſecundum locum duci poſſe. Et idcirco viciniſsimus ſumendus erit. Eum verò dico viciſsimum, qui diſtantiam ſignatorum punctorum habet minima differentia à iam dicta datorum locorum intercapedine diſcrepantem. Et proinde ipſo rūbo viciniſſimo ibitur à primo loco in quēdam alium ſub parallelo poſitum ſecundi loci, orientaliorem quidem ipſo ſecundo loco, ſi datorū locorum intercapedo minor reperta fuerit: occidentaliorem verò, ſi maior. Inde verò non erit difficile ad deſtinatum locum venire ſub eodem parallelo nauigando. Nec diſsimili arte rūbus inueſtigandus erit à primo loco in ſecundum, cum ipſe locus ſecundus primo occidentalior fuerit. Atque idem inueniendi modus ſeruabitur, quando à ſecundo in primum eundum fuerit. Et non ſolum ex interuallis rumbus indagari poterit inter duo data loca: ſed etiam ex longitudinum differentijs, eam videlicet quæ inter meridianos eorundem locorum reperta fuerit, cum eis conferendo quæ in ſingulis rumbis inter meridianos ſignatorum punctorum fuerint comprehenſæ. Quod quemadmodum abſolui debeat, ex ijs quæ modo diximus facilè conſtare poterit.

2 Si inter duo data loca in globo poſita itineris interuallum metiri operæpretium fuerit, quod in eo rumbo ſumitur, quo ab vno in alterum itur, non erit vnus atq; idem modus inueniendi huiuſmodi diſtantiam. Nam ſi data loca in vno poſita fuerint meridiano, numerum graduum qui inter eadem loca repertus fuerit, in leucarum numerum qui vni gradui reſpondet, multiplicabimus: productus enim numerus ipſum itineris interuallum notum reddet. Et ſimilis ſeruabitur modus quando data loca ſub æquinoctiali circulo poſita fuerint. Sed ſi ſub vno parallelo extra æquinoctialem reperta fuerint, gradus differentiæ longitudinis quæ in ipſo parallelo eſt, in grad⁹ maximi circuli arte ſuperius tradita conuertemus, quos in numerum leucarum multiplicabimus, qui maximi circuli gradui debetur, ita enim quæſita diſtantia in ipſo parallelo nota prodibit. At ſi per duo data loca rumbus alius deſcriptus reperiatur, non Septentrionis & Auſtri, neq; Eeſtis & Oëſtis: velis autem interuallum inuenire in ipſo rumbo, circini officio id inuenies. Decem enim leucarum ſpatiolum inter circini pedes comprehendas, quo deinde ipſum rumbi interuallum inter data loca menſurabis: & proinde quæſitus leucarum numerus ignorari non poterit.

3 Si rumbus factæ nauigationis cognitus fuerit, vnà cum ſitu radicalis loci à quo diſceſsimus, illius verò in quo ſumus latitudo fuerit explorata, ſitum ipſius in globo non erit difficile inuenire. Nam ſi rumbus ipſe per radicalem locum deſcriptus reperiatur, mobilem meridianum tandiu circumducemus, donec eundem rumbum in puncto terminante latitudinem illius loci, ad quem nauigando peruenimus, interſecet. Vbi enim interſecauerit, ibi locus ipſe in quo ſumus poſitus erit. At ſi per radicalem locum huiuſmodi rumbus in tuo globo deſcriptus non eſt, notentur in eodem vbicunq; deſcriptus reperiatur duo puncta, tantum ab æquinoctiali remota, quantum radicalis, & is in quo ſumus. Inter quæ quanta fuerit inuenta longitudinis differentia, tanta eſſe debet inter radicalem locum, & eum in quo ſumus. Et quoniam is ipſe locus in quo ſumus, cognitam habet latitudinē: in globo igitur cognitum ſitum habere neceſſe eſt.

4 Si ſitus radicalis loci à quo nauigando diſceſsimus, vnà cum rumbo cognitus fuerit, & eō ſectum ipſius rumbi ſpatium cognitum quoque: ſitus loci in quo ſumus ignorari non poterit. Si enim in tuo globo rumbus factæ nauigationis per locum radicalem trāſit, decem leucarum ſpatiolum inter circini pedes comprehenſum confecti itineris menſura erit. Quapropter eum ipſum ſpatium circini officio menſuraueris, ſitus loci in quo ſumus illico pateſiet. Sed ſi rumbus factæ nauigationis per radicalem locum non tranſit, notetur in eo vbicunque deſcriptus reperiatur, punctum vnum tantum ab æquinoctiali remotum, quantum ipſe locus radicalis, & ad eandem partem. A quo quidem puncto initio ſupputationis ſumpto, tantum ſpatium ſumemus ipſius rumbi, quantum eſt decurſum ſpatium. fini verò notā imprimemus in ipſa globi ſuperficie: quanta enim fuerit ipſius impreſſæ notæ ab æquinoctiali diſtantia, tāta erit eius loci in quo ſumus

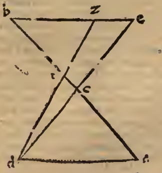
latitudo

latitudo,tantaq; erit inter eundem & radicalẽ longitudinis differentia,quanta inter illud pũctũ quod pro radicali ſumpſimus, & impreſſam notam reperta fuerit.

5 Si ſitus radicalis loci à quo nauigando diſceſsimus,vnà cum itineris confecto ſpatio cognitus fuerit;illius verò loci ad quem peruenim⁹ latitudo fuerit explorata, ſitus ipſius, nec non rumbus ille quem ſequuti fuimus, comperti erunt. Vel enim confectum ſpatium directum eſt interuallum inter ipſa duo loca, vel obliquũ ac tortuoſum ſecundum alicuius rumbi ſemitã. Si directum eſt: eo igitur inter circini pedes cõprehenſo, ad ipſius menſuram circa radicalem locum circuli circumferentiam deſcribemus: ſimul autem mobilem meridianum circumducemus. Vbi enim ipſius mobilis meridiani punctum illud quod latitudinem loci ad quem peruenimus,oſtendit,deſcriptam circumferẽtiam attigerit: ibi erit ipſius loci ſitus. Attinget autem interdum in vno tantum puncto, quando videlicet vnus ad Boream fuerit, alter verò ad Auſtrum,ſub vno atque eodem meridiano:interdum in duobus; nempe quando vnus locus ad Orientem fuerit,alter verò ad Occidentem. Sed in quonam eorum ſimus, ex ipſa mundi cõuerſione.atq; facta nauigatione facile cognoſcemus. Rũbus igitur inter ipſa duo loca ex primo canone patefiet. At ſi confectum ſpatium ſecundum alicuius rumbi ſemitam decurſum fuerit:decem igitur leucarum ſpatiolo inter circini pedes comprehenſo, & initio ſupputationis à radicali loco ſumpto,ſinguli rumbi tentandi erunt. In eo enim locus ipſe ad quem nauigãdo peruenimus,poſitus erit, in quo finis emẽſi ſpatij parem ab æquinoctiali diſtantiam inuentæ latitudini,& ad eandem partem ſortitus fuerit. Quoniam verò per ſingula loca in globo poſita ſinguli rumbi deſcripti non ſunt: initiũ igitur ſupputationis tũ a radicali, tum ab alijs locis ſumi debet, pares habentibus latitudines cum ipſo radicali. Longitudinis enim differentia quæ ita computando reperta fuerit, ei æqualis erit quæ inter ipſum radicalem & eũ ad quẽ nauigãdo peruenimus: & idcirco eius ſitus ignorari non poterit. Illud præterea commemorandum cenſemus, quòd euntibus ab æquinoctiali verſus mundi polos citra meridianum, atque ſecundum conſueta artis nauigandi præcepta redeuntibus,eadem prorſus via eſſe non poteſt. Differentia tamen parua erit. Quòd ſi quiſpiam exactiſsimam rationem tenere velit, is alias addat rumborum deſcriptiones, à latitudine graduum ſexaginta incipientes, & in æquinoctialem deſinentes.

In Problema mechanicum Ariſtotelis de Motu nauigij ex remis Annotatio vna.

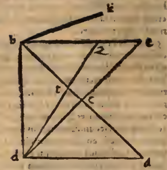
CVM olim diſcipulis noſtris mechanicas Ariſtotelis quęſtiones interpretaremur, nõ nulla circa problema illud annotauimus,cur magis procedat nauigium,quàm remi palmula in cõtrariũ. Ariſt. enim ratiocinatio obſcura eſt: quam nos tamẽ vt aliquid lucis haberet, ad hunc modum explicauimus: & propter materiæ ſimilitudinem hiſce noſtris libris de Nauigandi ratione adiunximus. Supponit autem ipſe autor remi palmulam retrocedere, quoties nauigium in anteriora progreditur, locumq; Scalmi ſuper quo circulari motu remus vertitur, in medio ipſius remi poſitum eſſe, vt ſcilicet tantum diſtet à manubrio, quantum à palmula. Duæ itaque rectæ lineæ ponantur æquales a b & d e, quæ quidem in c, puncto medio ſe inuicem ſecent, & connectantur d a & b e: remus autem in initio vnius remigationis poſitionẽ habeat rectã lineã a b, ſitq; a manubriũ, b palmula, c verò ſcalm⁹. Cũ igitur a, remi caput in fine ipſius remigationis eò tranſlatũ fuerit vbi d, nõ erit b vbi e. Si enim ibi fuerit: remus igitur poſitionẽ habebit rectã lineã d e: & quoniã contrapoſiti anguli qui ad c



æqua

æquales ſunt, & duo latera a c & d c, trianguli a d c, duobus lateribus b c & c e, trianguli b e c, æqualia etiam ſunt: reliqui igitur anguli, atq; baſes ipſorum triangulorum æquales erunt, per 4. propoſitiooem primi lib. Euclidis: & proptea tantum ſpatium percurret b, quantũ a: Scalmus verò c, immotus omnino erit: & nauigium idcirco in quo ipſe Scalmus, immotum etiam erit, contra hypotheſim. Supponitur enim in quæſtione, quòd nauigium illa remigatiooe in anteriora moueatur, remi verò palmula retrocedat. Scalmus porrò quanquam circularis remi motus expers ſit: motu tamen nauigij commouetur. Remus igitur poſitionem habeat in fine ipſius remigationis rectam lioeam d z, quæ quidem rectam a b, ſecet in t inter b & c, rectã verò b e in z. Et quoniam doo coalterni anguli c a d & c b e, æquales oſtenſi ſunt, & angulus a t d, cootrapoſito b t z, æqualis eſt: duo igitur triãgula a t d & b z t, æquiangula eruot, per 32. primi, & communem ſententiam. Similia itaque erunt ipſa triangula, lateraq; habebunt proportionalia per quartam ſexti, ſicut a t ad b t, ita d a ad b z. Maior eſt autẽ a t quàm b t: maior igitur erit d a quàm b z, quod etiam per communẽ ſententiam neglecta triangulorum ſimilitudine, concludi poteſt.

Maius itaque ſpatium decurrit manubrium, quam remi palmula, atque illuc tranſueheretur nauigium, quo remi capulus deportatus fuerit: nauigium igitur in diuerſa procedens, plus ſpatij quam remi palmula tranſmittet. Vtimur autem tralatione atque demonſtrationis figura Victoris Fauſti. Aduertendum eſt tamen, quòd cum remus poſitionem habuerit d z, remi palmula erit vltra z. Nam quoniam trianguli a d c, duo latera a c & d c, æqualia poſita ſunt: duo igitur anguli qui ad d & a ſunt, æquales erunt: angulus igitur a d t angulo d a t, maior erit: & idcirco latus a t, trianguli a t d, latere d t maius erit per decimam nonam primi. Aequalis porrò oſtenſus eſt angulus b z t, angulo a d t. præterea angulus d a t, angulo t b z æqualis: angulus igitur b z t, angulo t b z maior erit, & propterea latus b t, trianguli b t z latere t z maius erit: tota igitur recta linea a b tota d z maior erit: & idcirco cum remus poſitiouem habuerit rectã lineam d z, palmula erit vltra z. Eſto igitur in K, & connectantur rectæ lineæ b d & b K: ſpatium igitur decurſum ab ipſa palmula, non erit b z ſed b K, quod quidem minus etiam oſtenſ



demus eſſe ipſo d a. Nam quoniam duo latera b d & d K, trianguli b d K, duobus lateribus b d & d e, triãguli b e d æqualia ſunt, ſed minor eſt angulus b d K angulo b d e: minor igitur erit baſis b K baſe b e, per vigeſimam quartam primi, quod demonſtrandum erat.

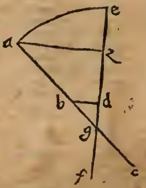
Præterea quod Ariſtoteles ratiocinando ſumit, tantum ſpatium conficere nauigium, quantum remi manubrium, ambiguum eſt. Nam remi manubrium duabus fertur motionibus: vna propria circulariq; ſuper Scalmo: altera verò, qua vnà fertur cum ipſo nauigio. Spatium igitur quod omnino decurſum eſt à remi manubrio, eo quod à nauigio confectũ eſt, maius erit. At ſi paria ſpatia decurſa eſſe intelligat à remi manubrio motu proprio, & à nauigio, neque hoc difficultate caret. Nam nauigium interdũ maius ſpatium percurret, interdum minus, iuxta remigum vires, & prout mari remi palmula immerſa fuerit: remi verò manubrium tametſi ab exiguis viribus moueatur: haud minorem tameo ambitum deſcribet, quàm ſi à multo maiore virtute moueretur. Quapropter vt huiuſmodi Ariſtotelis ſententiam examinaremus, Theoremata quæ ſequuntur, demonſtrauimus.

Propoſitio prima.

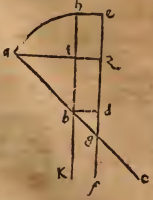
¶ *Si Remiges nauigium mouere poſſunt, maius ſemper ſpatium remi manubrium percurrit, quàm nauigium.*

Sit

SIt enim remꝰ a c, manubriũ a, Scalmus b, qui propter nauigij motum ſpatiũ percurrat à b in d, in quo loco ipſe remus a c, ſitum rectitudinis habeat e f. Spatiũ itaq; quod a cõficit, curua linea ſit a e, cui recta linea reſpondeat a z, in rectã e f perpẽdicularis. Nauigium verò idem ſpatiũ



conficiet, quod Scalmus b: aio igitur ipſam a z, rectã lineã recta b d maiorẽ eſſe. Secet enim recta a c, rectã e f in g: æquiangula ſunt igitur bina triangula a g z & b g d: quapropter ſicut a g ad b g, ſic a z ad b d, per quartam ſexti libri Euclidis: maior eſt autẽ a g ipſa b g: & maior igitur erit a z, quam b d, & proinde maius ſpatium remi manubrium percurrit, quàm nauigiũ, quod



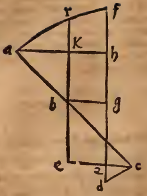
demõnſtrandum erat. Quod ſi à puncto b, rectã lineam vtrinque ducamus h K, ad remi menſuram, rectos faciẽtem angulos cum b d, rectamq; a z ſecantem in i, manifeſtè intelligemus ipſam rectam a z conſtare ex a i & i z, quarum prior reſpondet curuæ a h, quæ motu proprio manubrij deſcripta eſt: poſterior vero æqualis eſt rectæ b d, quæ motu nauigij decurſa eſt.

Propoſitio ſecunda.

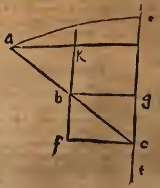
¶ *Si remi manubrium motu proprio, & nauigium æqualia ſpatia pertranſierit, fieri non poterit, vt palmula moueatur: ſed veluti centrum immota manebit.*

ESto iterum remus a c, manubrium a, Scalmus b: tantum autem ſpatium cõficiat nauigium, quãtum motu proprio a. Dico quod c, remi palmula immota manebit. Nam ſi à loco ſuo dimota fuerit: ſpatiũ igitur permeet c d ad poſteriora: quo quidem decurſo remus a c, poſitionem rectitudinis habeat f d. Scalmus itaque b, tranſlatus erit in g. Exciteturautem à puncto b in vtrãque partem linea e b r, ad rectos angulos ſuper b g, & à puncto a, recta a h ſuper d f: itemq; à puncto c, recta c e ſuper e r, ipſarum verò rectarum linearum e r & a h, ſectio ſit in K, ſed c e & d f, ſit in z: & quoniam a K, id ſpatium eſt quod motu proprio remi manubrium permeauit, curuilineo enim reſpondet a r, recta autem b g, id ſpatium eſt, quod nauigium confecit: ipſæ igitur rectæ lineæ a k & b g, æquales erunt. Atqui in duobus æquiangulis triangulis e b c & b a k, vel per 26. propoſitiones primi Euclidis, vel per 4. ſexti, æquales eſſe concludes a k & e c rectas lineas: quapropter æqualis erit e c rectæ b g, per communem ſententiam: eidem autem b g, æqualis eſt e z, in parallelogrammo per 34. propoſitionẽ ipſius primi libri: æqualis igitur erit recta e z rectæ e c, pars toti: quod eſt impoſsibile. & propterea immota manebit palmula c, quod erat à nobis oſtendendum.

Idem aliter demonſtrabis oſtenſiora demõſtratione, Remus in principio motus poſitionẽ ha



beat a b c, ducatur à puncto c, in quo remi palmula, recta linea c g: rectos efficiens angulos in puncto g, cum ea recta linea per quam ad motū nauigij Scalmus b mouetur, ipſa deinde recta linea c g, producatur vſq; ad e, vt ſit g e æqualis a b. Rurſus à puncto b, ſuper b g, ad rectos angulos recta linea excitetur k b f, in quam veniant ex a & c, perpendiculares a K & c f. Et quia ipſæ eædē rectæ lineæ a K & c f, æquales ſunt per 26. primi Euclidis, ipſi autem f c recta b g, eſt æqualis in parallelogrammo: a k, igitur æqualis erit b g, per communem ſententiam. Atqui tantum ſpatium conficit b, quantum nauigiū, ipſum verò nauigium quantum a, motu proprio per hypotheſim: conficit autem ſpatium a K: conficiet igitur b ſpatium b g, & quia anguli a d g recti ſunt: idcirco cum Scalmus peruenerit ad g, habebit remus a c, rectitudinis ſitum e c, in quo loco illius remigationis finis erit.



Sic igitur palmula c, à loco ſuo dimota nō fuit, quod demonſtrandum erat. Cæterùm aduertēdum eſt rectam g c, minorem eſſe b c, remi dimidio: ſit autē earum differentia c t: igitur quo tempore Scalmus b trāſfertur in g, excurrit palmula c, in ipſam longitudinem c t, ſed neq; ad poſteriora, neq; ad anteriora mouebitur: hoc enim ſolum demonſtrare voluimus. Fieri tamē poſſe non dubitamus, vt aliquando tam diſsimili impulſu, tamq; inæquali motu feratur nauigium, vt remi palmula aliquantiſper in aduerſum moueatur, ſed cōfeſtim ad priorem locum remeabit. Neque prius, aut poſterius, Scalmus perueniet ad g, quàm ipſa palmula ſe appellat ad c t, quaſi digreſſa non fuiſſet à loco ſuo. Aliter enim inæqualia ſpatia viderentur conficere nauigium & remi manubrium contra hypotheſim. Et quoniam cum hoc acciderit celerius ferretur nauigiū in fine, quàm in principio: aliam igitur acceſsiſſe virtutem præter remorum impulſum, conſequens eſt.

Propoſitionis conuerſio.

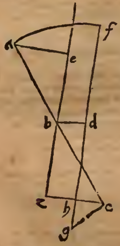
HVius propoſitionis conuerſionem demonſtrabis, nempe ſi remi palmula dimota non fuerit à loco ſuo, ibiq; tamdiu perſiſtat, donec remus ſitum rectitudinis obtineat, tantum ſpatium conficere manubriū motu proprio, quantum nauigium. Recta enim c f æqualis eſt a K per 26. primi: æqualis etiam b g per 34. ipſius primi libri: igitur a K & b g, æquales erunt per communem ſententiam.

Propoſitio tertia.

¶ *Si remi manubium motu proprio duplum cōfecerit ſpatium, quàm nauigiū tantum prouehetur ea remigatione nauigium, quantum palmula retroceſſerit.*

REmus enim incipiente motu poſitionem habeat a c, deſinente verò rectitudinis ſitum f g: Scalmus igitur b propter nauigij motū, ſpatium conficiet b d. Excitetur à puncto b, in vtramq; partem perpendicularis e z, in quam veniant à pun

à punctis a & c, ad rectos angulos rectæ lineæ à e & c z: ſpatium autem a e, à manubrio decurſum motu proprio ſpatij b d, duplũ ſit: recta verò linea c h, curuæ reſpondeat c g, quæ à remi palmula deſcripta eſt. Dico ipſas rectas lineas b d & c h, æquales eſſe. Nam in duobus triangulis b a e & c b z, duæ rectæ lineæ a e & c z, æquales ſunt. In parallelogrammo autem b h, duæ b d & h z æquales, atqui recta a e, dupla eſt rectæ b d, per hypotheſim; dupla eſt igitur & c z rectæ h z: quapropter c h & h z, æquales erunt. Duæ igitur c h & b d æquales, per communem ſententiam. Et quia nauigium tantum ſpatium decurrit ſemper, quantum Scalmus: ſi igitur remi manubrium motu proprio duplum confecerit ſpatium quàm nauigium, tantum prouehetur nauigium, quantum palmula retroceſſerit, quod demonſtrandum erat.



Propoſitionis conuerſio.

SI nauigium tantum fuerit prouectum, quantum remi palmula retroceſſerit, duplũ ſpatium conficiet manubrium motu proprio, quàm nauigium. Si enim c h æqualis ponatur b d, quoniam eidem b d, æqualis eſt h z, in parallelogrammo; æquales igitur erunt c h & h z, per communem ſententiam; quapropter dupla erit c z, ipſius h z, & dupla igitur eadem c z rectæ b d. Aequales porrò ſunt c z & a e. per 26. primi; dupla idcirco erit a e rectæ b d. Harum prior decurſa eſt à remi manubrio, poſterior verò ab Scalmo, tantum verò prouehitur nauigiũ quantum Scalmus: idcirco ſi nauigium tantum fuerit prouectum, quantum remi palmula retroceſſerit, duplum conficiet ſpatium manubrium motu proprio, quàm nauigium, quod erat oſtendendum.

Propoſitio quarta.

¶ *Si nauigium minus ſpatium decurrat, quàm remi manubrium, ſed ſupra dimidium, magis prouehetur, quàm palmula retrocedat: ſi vero citra dimidium, minus.*

IN deſcripta enim figura ponatur b d, minor quàm a e, ſed eius dimidio maior. Dico quod ipſa b d maior eſt, quàm c h. Nam b d & h z, æquales ſunt. Adhæc a e & c z, æquales ſunt rectæ lineæ: maior igitur erit h z, dimidio ipſius a e: quapropter reliqua c h, minor dimidio erit eiuſdẽ a e: & minor igitur erit c h quàm b d. Spatium autem b d, id eſt quod nauigium conficit, ſpatiũ verò c h, remi palmula in contrarium decurrit: idcirco prior pars Theorematis vera eſt. Poſterior autem ſimiliter oſtendetur. Si enim b d, minor eſt dimidio ipſius a e: minor igitur erit & h z, dimidio eiuſdem a e, & quoniam a e & c z, æquales ſunt; reliqua igitur c h, dimidio eiuſdem a e, maior erit: & proinde minor erit b d quàm c h. Nauigium igitur minus ſpatium decurret in anteriora, quam remi palmula in cõtrarium, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

Corollarium.

EX hac & præcedenti infertur, quòd ſi remi manubriũ motu proprio maius ſpatium decurrat, quàm nauigium, ſiue id ſit duplum, ſiue minus duplo, ſiue maius duplo, ſpatium quod nauigium interim decurrit ad anteriora, & quod palmula remi in contrariũ ſimul iuncta, ei quod ipſum remi manubrium motu

motu proprio cõficit, æqualia erũt. Sẽper enim b d, æqualis eſt h z: tota verò c z, quæ æqualis eſt a c, ex ſuis conſtat partibus c h & h z.

Propoſitionis conuerſio.

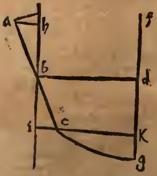
¶ Si nauigium longius progrediatur, quàm remi palmula retrocedat, ſpatium conficiet pluſquàm dimidium eius quod motu proprio remi manubrium decurrit: ſi minus, citra dimidium.

HVIVS demonſtratio ex ſupradictis facilè colligi poterit.

Propoſitio quinta.

¶ *Si celerius feratur nauigium, quàm remi manubrium, mouebitur palmula in vlteriora, nulla vnquã retrocedet, idq́; ſpatium decurret, quo nauigij motus motũ manubrij ſuperat.*

Habeat enim remus incipiẽte motu propoſitionem a c, deſinẽte verò ſitum rectitudinis f g. Scalmus igitur b, propter nauigij motũ trãſlatus, erit in d. Sit itaq; ſpatium b d, maius quàm a h,



à remi manubrio motu proprio decurſum: ſic enim celerius dicetur ferri nauigium, quam manubriũ. Dico quod palmula c, in vlteriora mouebitur. Nam cum Scalmus b, prouectus fuerit in d: tranſlata erit ipſa palmula c vbi g, in rectitudinis ſitu, ſpatiumq́; conficiet c g curuilineũ cui reſpondet c k: mouebitur igitur palmula in vlteriora. Nihil autẽ vnquam retrocedere, oſtẽdetur in hunc modum. Eadem enim celeritate mouentur a, in h & c, verſus i, circa Scalmum. Atqui per hypotheſim celerius fertur nauigiũ, quàm a in h: celerius igitur ipſum nauigium fertur, quàm c verſus i. Sed mouetur idẽ c, ipſa nauigij celeritate verſus k: celerius igitur ferretur c ad k, quàm ad i: quapropter nihil vnquam retrocedet ipſum c, imo verò in vlteriora progredietur, ſpatiumq́; decurret c K, quod quidẽ relinquitur detracto i c ex i K. Si enim remi palmula tota ipſa nauigij celeritate moueretur, vltra K progrederetur, cũ b perueniret ad d: ſed retrahitur interim, propter eum motũ qui fit circa b. Sic igitur palmulæ celeritate quæ à motu nauigij prouenit retardata, decurſum ſpatium erit c K. Videtur autem ſolo remorum impulſu hoc fieri non poſſe, ſed alia inſuper virtute impellente opus eſſe.

Ex his Theorematis liquet, quàm incerta interroget Ariſtoteles, & quàm inſcitè reſpõdeat. Nam non continuo ſi nauigiũ in anteriora mouetur, remi palmula retrocedet, neq; etiam ſi retrocedat, minus ſpatium tranſmittit in contrarium, quàm nauigium progrediatur. Demonſtrant hoc ſecũda & tertia propoſitio. Remi verò manubrium motu proprio qui circa Scalmũ fit, & vnà nauigij motu maius ſpatium conficit quàm nauigium: ſolo autem proprio motu, ſi cõtingat tantum ſpatium conficere, quantum nauigium, fieri non poterit vt palmula moueatur. Fruſtra igitur conatur in vniuerſum demonſtrare remi manubrium maius ſpatium decurrere, quàm palmulam in contrarium. Præterea quando nauigium longius progreditur, quàm remi palmula regrediatur, minus ſpatium decurrit quàm manubrium: igitur non æquale. Et proinde conſtat neq; veritatem in propoſito, neque demonſtrationem in ijs quæ congerit reperiri.

FINIS.

IN THEORICAS PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ANNOTATIONES aliquot, per Petrum Nonium Salacienſem.

QVONIAM hæ Planetarum theoricæ ſecũdum doctrinã Ptolemæi & Alphonſi idcirco à Georgio Purbachio conſcriptæ ſunt, vt tabularum canones facili' intelligi poſſent: nos igitur ea tantũ annotare voluimus, quæ ab interpretibus vel non ſaris, vel non recte expoſita ſunt. Quãquam ſcimus pleraq; eorum quæ in eiſdem tabulis ſcripta ſunt, cum obſeruationibus quorundam aliorum inſignium Aſtronomorum non congruere. Theorica Solis ad hunc ferè modum à Georgio Purbachio enarratur. Sphæra Solis tribus conſtat orbibus à ſe inuicem diuiſis atque contiguis. Orbis medius æqualis eſt craſsitudinis, cui ſolare corpus hæret. Conuexam ſuperficiem ſimul habet cum concaua ſupremi: concauam verò cum conuexa infimi. Et earum centrum extra mundi centrum poſitum eſt. Sed concaua infimi & conuexa ſupremi concentricæ ſunt mũdo. Sic igitur tota ſphæra Solis mundo concentrica eſt. Extremi orbes partim ſunt eccentrici, partim concentrici: ſed orbis medius totus eſt eccentricus.

Mouentur duo extremi orbes ſuper centro mundi & axe zodiaci, eodem omnino motu ſecundum Alphonſinos, quo octaua ſphæra mouetur. Et appellantur deferentes augem Solis. Quoniam enim ſuo motu centrum orbis Solẽ deferentis circa centtum mundi circumuoluunt; augem idcirco Solis eodem moueri motu neceſſe eſt. Eſt autem aux Solis ſiue apogeõ punctum in media craſsitudine deferentis à cẽtro mundi diſtantiſsimum, terminus videlicet lineæ ab ipſo mundi centro per centrum deferentis ductæ: oppoſitum verò augis ſiue perigeon oppoſitum punctum in ipſo eodem orbe Solem deferente. Et eſt hoc tempore Solis aux in ſecundo gradu Cancri, quam tamen Ptol. poſuit fixa ſede in ſexto Geminorum.

Sol propter motum orbis medij ſub ecliptica ſtellati orbis ſemper incedit æquali motu ſuper proprio centro, minutis nempe 59. & ſecũdis 8. ferè quolibet die ſecundum ſignorum cõſequentiam. Et idcirco apparens motus qui ad centrum mundi refertur, inæqualis eſt, atq; tardior circa augem: velocior verò circa oppoſitũ augis.

Linea veri motus Solis eſt quæ à centro mundi ducta per centrum Solaris corporis ad zodiacum extenditur. Et verus Solis motus ſiue apparens in zodiaco ab initio Arietis vſq; ad hanc lineam computatur.

Linea medij motus Solls eſt, quæ à centro mũdi vſq; ad zodiacũ ducitur, ei æquidiſtans quæ à centro deferentis ducta intelligitur ad Solaris corporis centrũ. Et medius motus ſiue æqualis à principio Arietis vſque ad lineam medij motus computatur. Initium Arietis appellamus Vernam ſectionem eclipticæ octauæ ſphetæ, non imaginis initium, ſed ſecundum Purbach. ſectio eſt eclipticæ primi mobilis & æquinoctialis. Argumentum Solis eſt arcus eclipticæ inter lineam augis & lineam medij motus ſolis, & eſt ſimilis arcui eccentrici inter ipſam augis lineam & centtum ſolis in periphæria ab ipſo ſolis centro annua reuolutione deſcripta.

Aequatio ſiue diuerſitas inter æqualem motum & apparentem eſt arcus eclipticæ inter ipſas duas lineas æqualis motus & apparentis. Quando nihil argumenti habetur, aut ſex communia ſigna quæ gradus 180. complectuntur, nihil æquationis habetur, propter linearũ veri nec non æqualis motus coniunctionem.

Sol exiſtente in linea à centro mundi ducta ſuper lineam augis perpendiculari, quam quidem Purbach. mediæ longitudinis appellat. Ptol. verò medium tranſitum maxima fit æquatio ſiue diuerſitas. In alijs autem locis pro argumenti vatietate verſus augem & oppoſitum augis decreſcunt.

Quando argumẽtum minus eſt 6. ſignis, linea

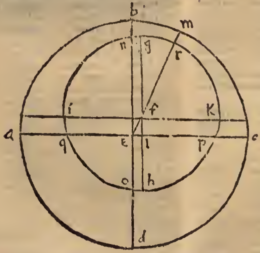
me

dij mot⁹ lineam veri præcedit: & idcirco æquatio tunc ſubtrahitur ab inuento medio motu, vt verus relinquatur. Sed quando argumentum maius eſt 6. ſignis linea veri motus lineam medij præcedit: & propterea additur æquatio medio motui, vt verus inueniatur.

Annotatio prima.

EXactiſsimis obſeruationibus Ingreſſus ſolis in æquinoctialia puncta anni quantitas cognoſcitur. Per quam quidem ſi gradus 360. diuiſerimus, æqualis Solis motus vnius diei patefiet. Et ad hunc modum tabula medij motus ſolis numeratione compoſita eſt. Ex medio autem motu cognito, & ingreſſu ſolis in æquinoctialia & ſolſtitialia puncta, locus augis innoteſcet Geometrico ſyllogiſmo: & proportio quoq; ſemidiametri deferentis ad diſtantiã centrorum. Atq; ex his argumenti magnitudo ad omnem ſitum, & æquatio ſiue diuerſitas inter æqualem motum & apparentem in rectilineo triangulo, in quo ſemidiameter deferentis cum diſtantia centrorum angulum continet diſtantiæ ſolis ab oppoſito augis, baſis verò diſtantia eſt eiuſdem à mundi centro. Horum demonſtrationes apud Ptolemæũ ſunt in libro tertio Magnæ compoſitionis Aſtrorum, quas ad noſtra tempora vſurpabimus ad hunc modum.

Orbis ſignorum eſto a b c d, ſuper centro e. In quo a ſit punctum Vernale, c Autumnale, b Aeſtiuale, & d Hyemale, rectæq; lineæ connectantur a c & b d. & quia tẽpus ab æquinoctio Verno ad Autumnale maius reperitur anni medietate: tardius autem mouetur ſol circa augẽ, quàm circa oppoſitum augis: patet igitur augẽ eccentrici eſſe in medietate eclipticæ a b c. Similiter quia tempus à ſolſtitio æſtiuo ad æquinoctium Autumnale maius reperitur quàm ab æquinoctio Verno ad ipſum ſolſtitium: neceſſe eſt igitur locum augis eſſe in quadrante b c. Sit itaq; punctum f, centrum eccentrici in ipſo ſecundo quadrante, & ducta linea recta e f, occurrat circumferentiæ eclipticæ in m: eccentrico verò in r. Quæritur igitur quanta ſit linea e f, quam appellant eccentricitatem, & quantus ſit arcus b m, quo locus augis diſtat à ſolſtitio æſtiuo, quæ quidem hac arte patefient. Veniãt enim per f, duæ rectæ lineæ videlicet i k, æquidiſtãs rectæ a c & g h, æquidiſtans rectæ b d. Et quoniam ſol perambulat arcũ q n, qui eſt à ſectione Verna ad ſolſtitium æſtiuum in diebus 93. minu. 27. ſe. 3. arcum verò n p, qui eſt ab ipſo ſolſtitio æſtiuo ad Autumnale æquinoctium in diebus 93. minu. 33 ſe. 57. quemadmodum tabula ſolaris motus ad annum 1552. Petri Pitati ſubijcit, quod quidem modò perinde recipiemus, ac obſeruationibus repertum eſſet: arcus igitur q n, per tabulam medij motus ſolis, quam Alphonſus compoſuit: graduum erit 92. m̃. 6. ſe. 33. ter. 13. quar. 17. Arcus verò n p, Gr. 92. min. 13. ſe. 21. tertia 45. quarta. 55. & totus arcus q n p, Gra. 184. minuta. 19. ſe. 54. tertia 59. quarta. 12. Cuius dimidium g p, Gr. habebit 92. min. 9. ſe. 57. tertia 29. quarta 36. Eſt autem g K, quarta circuli: igitur K p, duorum graduum erit minu. 9. ſe. 57. ter. 29. quar. 36. Similiter arcum g p, qui iam innotuit, à cognito arcu n p auferemus, & relinquentur minut. 3. ſecunda 24. tertia 16. quarta. 19. pro arcu n g. Se-



cet

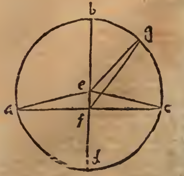
cet autem recta g h, rectam ā c in puncto l: & erit idcirco f l æqualis ſinui recto arcus K p: recta verò e l, æqualis ſinui recto arcus n g. Ipſa igitur f l, partium æqualium inuenta erit 3780. qualium in ſemidiametro circuli eccentrici ſunt 100000. & e l, partium earundem 99. Et quoniam quadratum ex e f, duobus quadratis ex f l & e l, æquum eſt: ipſa igitur e f, partium erit 3781. & trium decimarum, qualium nempe ſemidiameter eccentrici eſt 100000. Igitur qualium eadem ſemidiameter eſt ſexaginta, talium erit ipſa e f, partes 2. min. 16. ſecund 7. tert. 41. fere. Et quoniam ſicut e f ad f l, ſic ſinus totus ad ſinum rectum anguli f e l, in triangulo rectangulo e f l: ſinus igitur rectus ipſius anguli f e l, partiū erit 99966. fere. Arcus itaque eiuſdem anguli f e l, gradus habebit 88. minu. 32. Vtor autem tabula ſinuum rectorum Petri Applani.

Et idcirco b m, gradus vnus erit cum minu. 28. ſigni Cancri. Quod tamen non nihil diſcrepat à loco augis, quem prædictus Petrus Pitatus, iuxta calculum motus octauæ ſphæræ in capite tabulæ poſuit. Et proinde non conueniunt ſibi inuicem examuſſim hypotheſes Alphonſi. Ptolemæus verò quoniam aliud poſuit temporis interuallū ab æquinoctio Verno ad ſolſtitium æſtiuum, & Autumnale æquinoctium, & aliam æqualis motus Solis quantitatem, licet hac eadem methodo vſus fuerit: aliā tamen inuenit eccentricitatem, partium videlicet duarum cum minut. 29. & dimidio ferè vnius minuti: locum verò augis in medio ſexti gradus Geminorum. Et quoniam multis antè annis idem omnino repertum fuerat ab Hipparcho: putauit idcirco ipſam ſolis augem immobilem eſſe, ſimiliter & diſtantiam centrorū. Quamobrem quòd Georgius Purbachius ſcribit de motu duorum orbium deferentium augem ſolis, & corollarium de paruis circulis deſcriptis ab axe & polis orbis ſolem deferentis, atque cētro circuli eccentrici propter motum octauæ ſphæræ, ex doctrina eſt Alphonſi, non Ptolemæi. Quam quidem doctrinam incertiſſimam reperies, ſi augem Solis tempore Ptolemæi ſuppoſueris ante ſolſtitium æſtiuum fuiſſe Gr. 24. minut. 30. quemadmodum ipſe teſtatur. Nam quoniam noſtro tempore ideſt anno 1552. à Chriſto nato in ſecundo gradu eſt Cancri, iuxta calculum Alphonſinorum: oportuit igitur ipſam ſolis augem à tempore obſeruationis Ptolemæi ad noſtrum vſque tempus, in annis nēpe 1420. Gr. circiter viginti ſex progreſſam fuiſſe. Quos tamen octaua ſphæra nec ſecūdum Ptolemæi calculum, nec Alphōſi nec etiā Albategnij percurrere potuit. Sed ſi obſeruationibus Albategnij magis fidendum putes, (alicuius enim Aſtronomi peritiſsimi obſeruationibus inniti debuit Alphonſus, vt augem Solis aſtrueret octauæ ſphærę motu moueri) in ſimile incides incommodum. Nam aux Solis reperta fuit ab Albategnio grad. 7. m̄. 43. ante tropicū æſtiuum, ab Alphonſo autē poſita fuit gradu vno minutis fere 20. ante idem tropici punctum. Interceſſerunt autem inter Albategnij & Alphonſi conſiderationes anni ferè 377. Quod quidem facilè concludes, ſi ab annis 1420. qui fluxerunt à tempore Ptolemæi vſq; ad noſtrū tempus, annos detraxeris 743. qui fuerūt inter eundem Ptolemæum & Albateg. Deinde verò ab annis qui relinquuntur, annos detraxeris 300. qui fluxerunt ab anno 1252. à Chriſti natiuitate vſque ad tempus præſens. Quapropter ſi Albateg. & Alph. obſeruationes de loco augis ſolis veræ ſunt: in ſpatio igitur ipſorum annorū 377. progreſſa fuit ipſa Solis aux grad. 6. minu. 23. tardiorem tamen inuenies octauæ ſphæræ motum in illo tempore, ſiue calculum ſequaris Alph. ſiue Albateg. Quin ſi loca ſtellarum fixarum ab Albateg. inuenta cum locis earundē conferas, quæ in tabulis Alphō. ſcripta reperiuntur, gradus tātum quinque differentiæ inuenies, cum min. 38. nō grad. 6. minu. 23. Et idcirco cur motus augis ſolis idē ſit ſecundum Alphōſinos, qui octauæ ſphæræ tribuitur, cauſam ipſi reddere non poterunt. Nec minus mirari debemus, quòd poſuerit Alphon. augem ſolis tempore incarnationis Chriſti in 12. gradu geminorum, cum Ptole. qui fuit Chriſto poſterior annis ferè 132. eandem poſuerit in 6. gradu eiuſdem ſigni. Par autem diſsidentia inter Arzachelem & Albateg. Cum enim ſolis augem Albategnius poſuiſſet in 22. gradu Geminorū, Arzachel eo poſterior eandem poſuit in 17. gradu eiuſdem ſigni. Tantarum verò varietatum inter viros tam eximios cauſa fortaſſe fuit, quòd ingreſſus ſolis in ſolſtitium æſtiuum difficile admodum fuit inſtrumentis inuenire, propterea quòd in ea Zodiaci parte imperceptibili differentia declinatio variatur. Ex cuius quidem rei cognitione ſupradicta de loco augis demonſtratio pendet. Quapropter multò certiore methodo idipſum inuenies per ingreſſum Solis in æquinoctialia puncta, & in

principium alterius ſigni ipſis æquinoctijs vicini, vel per tria, quæcunque alia loca per obſeruationes verificata: quemadmodum in tertio libro Epit. ſubtili admodum methodo Ioannes de Monteregio inueſtigare docuit. Tametſi Gebro viſum fuerit non ſatis exacte locum augis, & eccentricitatem ita inueniri poſſe, propter multiplicem numerorum multiplicationẽ, ac diuiſionem, & radicum quadratarum extractionem.

EX loco augis cognito argumenti magnitudo inuenitur, & ex ipſo argumento æqualis motus & inæqualis apparentisue differentia in omni ſitu innoteſcat. Quonia enim in ſuprà ſcripta figura parallelæ ſunt duæ rectæ a c & k i: angulus igitur i f e ſuper eccentrici centro angulo a e m ſuper mundi centro æqualis eſt, & idcirco duo arcus i r & a m proportionales ſunt. At arcus a m grad. 91. minu. 28. continet, per ea quæ iam demonſtrauimus: tot enim relinquuntur detractis à gradibus 180. ſemicirculi a m c, gradibus 88. minu. 32. arcus m c, igitur arcus i r gradus etiam continet 91. minu. 28. eccentrici Solis. Quibus quidem gradibus atque minutis duos addemus gradus cum min. 10. arcus l q. ſiue k p qui iam innotuit: arcus igitur q r cognitus e it. graduum videlicet 93 minu. 38. Sol itaque prædicto anno 1552. à Chriſti natiuitate cum e at a inæquali motu apparentiue in initio Arietis ante ipſum Arietis initium medio motu reperiebatur gradibꝰ duobus cum min. 10. tunc igitur retinebat gradum 27. min. 50. ſigni Piſcium, argumenti autem habebat Gr. 266. min. 22. nam tot relinquũtur arcu augis a m detracto à gradibus 357. minut. 50. medij motus. Per hæc igitur nõ erit difficile radicem medij motus Solis ſtatuere ad æram quãcunque. Vt ſi exempli gratia, radicẽ medij motus Solis ſtatuere libeat ad initium annorum Chriſti: quoniam igitur prædicto anno 1552. in ſectione Verna ideſt Arietis initio fuit decima die menſis Martij circa meridiem vrbis Venetæ ſecundum calculum Petri Pitati: fluxerunt idcirco vſque ad id tempus anni Romani 1551 menſes duo, & dies ferè 10. In tanto autem tempore medius motus Solis eſt ſigna communia 2. Gr. 19. min. 33. quibus quidem detractis à Gr. 357. min. 50. ideſt à ſignis 11. Gra. 27. min. 50 medij motus ab Ariete inchoatis habebimus m e lium ſolis motum in initio annorum Chriſti in meridie vrbis Venetæ ſig. 9. Gra. 8. minu. 17. Ptolemæus verò quoniam augem Solis fixam ſedem putauit habere in Gra. 5. min. 30, ſigni Geminorum: inde igitur medij motus initio ſumpto, radiceque poſita ad initium regni Nabonaſſari tabulas ſuas conſtruxit. Quod vt efficere poſſet, diſtantiam Solis ab auge ſecundum medium motum inueſtigauit in Autumnali æquinoctio, ſeptimo Adriani imperatoris anno, eam que inuenit graduum 116. minu. 40. tantamq; multó facilius quàm per demonſtrationem illam octaui capitis ex figura ſuperius deſcripta concludes, ſi a poſueris initium Libræ, h Cancri, c Arietis. Nam quoniam arcus c m. in illo tempore gradus continebat 65. mi. 30. arcus igitur a m qui relinquitur ex ſemicirculo graduum erit 114. minu. 30. ideoque eccẽtrici arcus ei proportionalis i r, totidem gradus atque minu. comprehender. Arcus porrò i q aut h p, oſtenſus ab eo fuit Gra. 2. minu. 10. totus igitur q r, graduum erit 116. min. 40. Et idcirco quando ſol in puncto q erat eccentrici, initiumque Libræ occupabat, à loco augis diſtabat ipſis Gr. 116. minu. 40.

Cognito autem argumento, cognita etiam proportione ſemidiametri eccentrici ad eccentricitatem facile eſt differentiam inuenire inter æqualem motum & apparentem. Sit enim eccentricus ſolis circulus a b c d, ſuper centro e, centrum mundi ſit f, linea augis per ipſa centra tranſiens b e f d. linea verò a c rectos angulos efficiens cum b d, ſuper ipſo f puncto, ea eſt quam Ptolemæus dixit tranſitus medij. Purbachius verò mediæ lõgitudinis. in qua quidẽ cũ ſol exiſtit, maxima fit differẽtia inter duos motꝰ æqualẽ & apparẽtẽ. magnitudo videlicet anguli f a e, aut f c e. Quæ quidẽ ex proportione ſemidiame



tri e c ad f e, cognita redditur. Si enim punctũ c, centrum circuli eccentrico æqualis intellexe ris, erit recta linea e f, ſinus rectus arcus anguli f c e. At qualium partium ſunt in e c, 100000. talium oſtenſa eſt e f 3781. cum tribus decimis: arcus igitur ipſius anguli f c e, gradus habebit duos cum minu. 10. & ſe. 3. ferè. Angulus itaq; b e c, argumenti Solis gradus complectetur 92. minu. 10. ſe. 3. Ptolemæus verò quoniam maiorem reperit eccentricitatem, maximam idcirco differentiam æqualis motus & apparentis duorum graduum poſuit cum minu. 23. Ponamus porrò ſolem in alio ſitu vt in g, & angulus b e g, diſtantiæ ipſius ab auge ſecundum mediũ motum cognitus ſupponatur: angulus igitur f e g, trianguli e f g, ex duobus rectis relictus cognitus erit: duo verò latera f e & e g, ipſum angulum continentia cognita ſunt. Quapropter reliqui anguli eiuſdem trianguli per 24. propoſitionẽ primi libri Gebri cogniti erunt: & proinde angulus f g e, differentiæ motus æqualis & apparentis notus euadet.

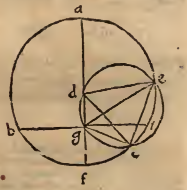
Annotatio ſecunda.

QVanquam motus Solis medius maior vero ſit in ſecunda eccentrici medietate, quæ poſt augem eſt, minor verò in prima medietate ante augem, ſi ab Ariete computentur: aliunde tamen ſi initium ſumant ipſi motus, fieri poſſe non dubitamus, vt aliquando medius motus & verus pares ſint. Quod quidem ex iis propoſitionibus, quæ ſequuntur, apertum fiet.

Propoſitio prima.

¶ Si, alicuius temporis motus Solis æqualis in eccentrico, & apparens qui ad centrum mundi refertur, pares fuerint, pũctum mediæ longitudinis tranſitusũ: medij intra ipſorum motuum terminos includetur.

ESto igitur eccentricus ſolis circulus a b c, cuius centrum d, linea augis a f, & arcus c e, in eccentrico ſit pertranſitus à ſole, dum æqualis motus atque apparens pares ſunt. Dico quod punctũ mediæ longitudinis erit inter c, & e: ſit enim punctum g, centrum mundi, & connectantur d c, d e, g c, & g e. Angulus igitur c g e, ſubtendit in zodiaco arcum eclipticæ à Sole pertranſitum, dum æquali motu arcum eccentrici percurrit c e, ipſi eclipticæ arcui ſimilem proportionalemúe. Connectatur enim c e, & circa triangulum c d e, circulus deſcribatur c d e, qui neceſſariò tranſibit per g, quia propter motuum æqualitatem ſimilitudinemúe duo anguli c d e & c g e, æquales inuicem ſunt: & idcirco in eodem ſegmento erunt. Et propterea ſi non tranſiret per g, ſequeretur impoſsibile contra 16. propoſitionem primi libri Eucli. Tranſit idcirco per g: & idcirco in quadrilatero d e c g, duo oppoſiti anguli d g c & d e c, coniuncti duobus rectis ſunt æquales per 22. tertij. Acutus eſt autem d e c, quia triangulum c d e, Iſoſceles eſt: angulus igitur d g c, obtuſus erit. Præterea quoniam angulus d c e, ad baſim ipſius Iſoſcelis trianguli acutus eſt: æqualis porrò eſt ei angulus d g e, quippè qui in eodem ſegmento exiſtat d g e. Ipſe igitur angulus d g e, acutus erit: linea itaque recta a g, acutum angulum efficit cum g e: obtuſum verò cum g c. Excitetur igitur à



puncto g, ſuper ipſa a g, recta linea g l, ad rectos angulos: cadet idcirco ipſa perpendicularis inter g e, & g c: & erit idcirco i, mediæ longitudinis punctum. Quarè ſi alicuius temporis motus Solis æqualis & apparens pares fuerint pũctum mediæ longitudinis intra ipſorum terminos includetur, quod demonſtrandum erat.

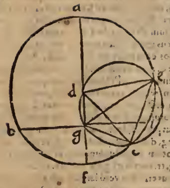
Corollarium.

EX hac inſeras, quod linea g i, mediæ longitudinis motum apparentem per æqualia ſecat, ſed non æqualem. Oſtenſum eſt enim duos angulos d e c & d g c, duobus rectis æquales eſſe. At d e c, æqualis eſt angulo d c e, in triangulo Iſoſceli: angulus verò d g e, eidem d c e, æqualis eſt, quia in eodem ſegmento ſunt: duo igitur anguli d g c & d g e, duobus rectis ſunt æquales per communem ſententiam. Et id circo tantum excedit obtuſus d g c, rectum angulum d g i, quantum ipſe d g i, angulum acutũ ſuperat d g e: oſtenſum eſt enim hoc in Arithmetica, & proinde ipſorum angulorum differentiæ anguli videlicet c g i & e g i, æquales inuicem ſunt: & arcus ecliptiæ quibus iidem ſubtenduntur, æquales erunt inter ſe, quod demonſtrandum erat. Ceterum arcus c e, motus æqualis per inæqualia ſecatur in puncto i, mediæ lõgitudinis. Nam ſi duo arcus e i, c i æquales fuerint: dum igitur Sol æquali motu percurrit arcum e i, ſimilem arcum proportionalemúe in zodiaco perambulabit, cum videlicet cui angulus ſubtenditur e g i. Quare mediæ longitudinis punctum cadet inter e & i per præſentem propoſitionem. At non cadit: non igitur arcus c e, ſecabitur per æqualia in puncto i, quod erat demonſtrandum.

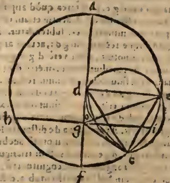
Propoſitio ſecunda.

¶ *Si motus apparens à linea media longitudinis per æqualia ſectus fuerit, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.*

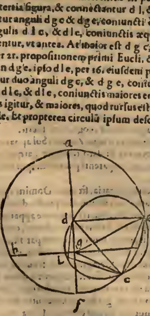
ARcum enim zodiaci, quem Sol apparenti motu percurrit in dato tempore, per æqualia ſecet linea g i, mediæ longitudinis ad zodiacum extẽſa. Dico quòd æqualis motus Solis dati temporis par erit apparenti. Angulus enim apparẽtis motus in centro mundi ſit c g e: æqualis igitur motus erit c d e, ſecet autem recta g i, mediæ longitudinis linea ipſum motum apparentem per æqualia. Aio ipſos angulos c g c & c d e, inter ſe



æquales eſſe. Nam ſi circa triangulum c e d, circulus deſcriptus fuerit, tranſibit per punctum g, & propterea iidem anguli c g e & c d e, inter ſe æquales erunt vtpote qui in eodem exiſtant ſegmento. Etenim ſi non tranſierit: vel igitur ipſum g, extra deſcriptum circulum relinquetur vel intra ipſum, circumferentiam non attingẽs. Si relinquitur extra: à puncto igitur o, communi ſectione rectæ g e, & ipſius circuli circumferentiæ ducatur vſq; ad c, recta linea o c, & connectatur d o. Quadrilaterum igitur d e c o, in ipſo circulo deſcriptum erit: & idcirco duo anguli d o c, & d e c coniuncti duobus rectis æquales erunt. At verò ipſe angulus d e c, æqualis eſt angulo d c e, in Iſoſceli triangulo, & eidem d c e, æqualis eſt angulus d o e: propterea quòd in eodem ſegmento exiſtunt: angulus igitur d o e, angulo d e c, æqualis eſt per communem ſententiam: & idcirco duo anguli d o c, & d o e, duobus rectis æquales erunt. Et quoniam recta linea g i, angulum apparentis motus c g e per æqualia ſecat per hypotheſim: tantum igitur excedit obtuſus angulus d g c, rectum d g i, quantum ipſe d g i, angulum ſuperat d g e: & idcirco duo anguli d g c & d g e, coniuncti duobus rectis ſunt æquales. Quare duo anguli d o c, & d o e, coniuncti duobus angulis d g c, & d g e, coniunctis æquales erunt per communem ſententiam. At in triangulo d c g, maior eſt angulus d o e, ipſo d g c, per 21. propoſitionem primi libri Euclidis: & maior etiam eſt exterior angulus d o e, interiore d g e, in triangulo g d o, per 16. propoſitionem eiuſdem primi libri: duo igitur anguli d o c, & d o e,



d o e, coniuncti duobus d g c, & d g e, coniunctis maiores erunt. Sed æquales oſtenſi ſunt: igitur impoſsibile. & propterea punctum g. extra deſcriptum circulum minime relinquitur. Eadem arte oſtendemus intra ipſum circulum circa triangulum c e d, deſcriptum relinqui non poſſe. Producatur enim g e, donec occurrat eiuſdem circuli circumferentiæ in puncto l, vt in tertia figura, & connectantur d l, & c l: duo igitur anguli d g c & d g e, coniuncti duobus angulis d l c, & d l e, coniunctis æquales oſtendentur, vt antea. At maior eſt d g c, ipſo d l c, per 21. propoſitionem primi Eucli. & maior etiam d g e. ipſo d l e, per 16. eiuſdem primi lib. igitur duo anguli d g c, & d g e, coniuncti duobus d l c, & d l e, coniunctis maiores erunt: æquales igitur, & maiores, quod rurſus eſt impoſsibile. Et propterea circulũ ipſum deſcriptum circa triangulum d e c, per g tranſire neceſſe eſt, vt in prima figura: & proinde duos angulos c g e, & c d e æquales eſſe. Quapropter cum Sol perambulauerit eccentrici arcum e c, æquali motu, arcumq́; zodiaci apparenti motu peragrauerit, à linea mediæ longitudinis per æqualia ſectum: tãtus erit illius temporis æqualis motus, quantus apparens, quod demonſtrãdum ſuſcepimus.

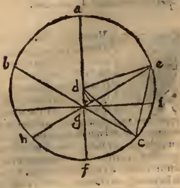


Propoſitio tertia.

¶ *Quantouis temporis ſpatio dato arcum Zodiaci reperire, quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, paresq́ in eodem tempore faciat æqualem motum & apparentem.*

QVantos enim Zodiaci arcus à linea medij motus Solis in dato tempore percurratur, ex tabulis innoteſcet, Qui ſi fuerit graduum 180. ille igitur Zodiaci ſemicirculus ſumendus erit, qui ab auge ad oppoſitum augis ſecundum ſignorum ordinem computatur, vel qui ab oppoſito augis ad augem. Sed ſi minor fuerit, illius dimidium ex 90. gradibus auferemus, & relinquetur diſtantia initij eiuſdem arcus à puncto augis. Et quoniam locus augis ex tabulis innoteſcit: quantũ igitur diſtet initiũ dati arcus à principio Arietis ignorari non poterit. Addes igitur totam arcus quantitatem eiuſdem initio, & arcus Zodiaci conſtabit, quem Sol in dato tempore apparenti motu percurrit, eiq́; pareni interim æquali motu perambulat. Cæterùm memineris hoc commune eſſe duobus Zodiaci arcubus, qui à puncto augis paribus diſtant interuallis. Vnus autem recedit ab ipſo augis puncto ſecũdum ordinem ſignorum: alter verò contrà. Signorum enim ſeries eſto in ſubiecta figura ab a in f per i: quare ſi motus æqualis Solis in dato tẽpore graduum fuerit 180. Sol itaque in eccentrico ſemicirculum pertranſibit a i f vel f b a. Diameter autem eclipticæ per a & f venit: igitur apparens motus in dato tempore ſimili-

ter graduum erit 180. ſed pauciores gradus com plectatur æqualis motus Solis quàm 180: angulum igitur conſtituemus i g e cum linea g i, qui in Zodiaco dimidium illorum graduum & minutorum ſubtendat, eiq; æqualem faciemus angulum i g c. Totus igitur angulus e g c, arcum Zodiaci apparentis motus in dato tempore ſubtendit. Et quoniam per æqualia ſectus eſt, à linea g i mediæ longitudinis: igitur tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens per præcedentem propoſitionem. Extendantur autem ipſæ rectæ lineæ g e & g c, donec occurrant circuli circumferentiæ in punctis b & h, & quia anguli contrapoſiti æquales inuicem ſunt: cum Sol igitur arcum eccentrici pertranſierit h b, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.



Ex gradibus itaque 90. quos continet angulus rectus a g i, gradus auferemus acuti anguli e g i, dimidium nempè dati motus: & cognitus idcirco relinquetur ille Zodiaci arcus, quem ſubtendit angulus a g e. Et quia locus augis a per tabulas cognoſcitur, locus igitur puncti e cognitus erit. Cui ſi addideris totum Zodiaci arcũ apparentis motus, quem ſubtendit angulus e g c, initium & finis quæſiti arcus patefient. Et quia Zodiaci arcus quem ſubtendit angulus b g h, ex oppoſito conſtitutus eſt, vterq; igitur arcus apparentis motus cognitus erit. Quantum verò Sol in e exiſtens à puncto augis ſecundum motum medium diſtet, non erit difficile inuenire. Rectæ enim lineæ connectantur d e, & d c, & à puncto d recta linea ad rectos angulos deducatur d r, ſuper g e: cadet autem intra triangulum d g e, propterea quòd angulus e g d, acutus oſtenſus eſt, & acutus etiam eſt d e g, vtpote qui minori lateri ſubtendatur. In triangulo itaque rectangulo g d r, acutus angulus d g r iam innotuit, recta verò d g cognita ſupponitur in partibus ſemidiametri d e: & quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli d g r, ſic d g ad d r: recta igitur d r, in eiſdẽ partibus cognita erit, ea autẽ ſinus rectus exiſtit arcus anguli d e r, ipſe igitur arcus anguli d e r, cognitus erit. At angulus a d e diſtantiæ Solis ab auge ſecundum medium motum duobus interioribus d e r, d g e, æqualis eſt in triangulo e d g: ipſe igitur angulus a d e, cognitus erit, & proinde quantum Sol in e exiſtens ab a, diſtet ſecundum medium motum, ignorari non poterit. Ipſum porrò angulum d e g, æquationis angulum Aſtronomi appellãt, qui profectò æquationis angulo d c g, ad punctum c, attinenti æqualis eſt. in vno enim atque eodem circuli ſegmento exiſtunt circa triangulum d c e deſcripti, per demonſtrationem præcedentis.

Sed ponamus æqualem motum dato tempori reſpondentem gradibus 180. maiorem repertum eſſe. Eum igitur auferemus ex 360. & cum reliquo arcu prædicto modo operabimur. Nam cum Zodiaci arcus apparentis motus, qui vno ſemicirculo minor eſt, cognitus fuerit: is igitur qui ex integro circulo relinquitur, ignorari non poterit. Vt ſi æqualis motus dato tempori reſpondens ex gradibus 360. ſubtractus arcum reliquerit c e, arcum igitur Zodiaci apparentis motus qui angulo ſubtenditur e g c, cognitum reddemus prædicta arte. Tunc autem cognitus erit, cum quantum illius termini à puncto augis diſtant, cognitum fuerit.

Reliquum itaque Zodiaci Sol apparenti motu percurret in dato tempore, atque æqualis motus ipſi apparenti par erit in ipſo eodem tẽpore.

Exempli gratia, ſit anno Domini 1502. quo ego natus ſum datum tempus 60. dierum, oporteatq; arcum zodiaci inuenire apparenti motu in ipſis 60. diebus pertranſitum, cui quidem æqualis motus tanti temporis par ſit. Ex tabulis igitur reſolutis elicio æqualem motum 60. dierum ſig. 1. Gr. 29. minu. 8. ſecunda 20. quorum dimidium Gra. continet 29. minu. 34. ſecunda 10. tantusq; erit angulus e g i: quo ſubtracto ex 90. gradus relinquentur 60. ſiue ſig. 2. minut. 25. ſecũda 50. pro diſtãtia initij ipſius

arcus à puncto augis, quam quidem angulus d g e, in zodiaco ſubtendit. Et quoniam augem Solis prædicto anno eædem tabulæ ſubijciunt ſig. 3. Grad. 1. minu. 11. ſecunda. 55. his igitur coaceruatis, initium quæſiti arcus apparentis motus à principio Arietis diſtare inueniemus ſignis 5. Gr. 1. mi. 37. ſe. 45. Et erit idcirco gradus 1. mi. 37. ſe. 45. Virginis. Ipſis itaq; ſig. 5. Gr. 1. mi. 37. ſe. 45. arcum addemus æqualis motus, nēpe ſig. 1. Gr. 29. min. 8. ſecunda 20. & colligemus tandē ſig. 7. min. 46. ſe. 5. quibus diſtabat finis quæſiti arcus à principio Arietis. Quapropter concludemus ſolem prædicto anno in ſpatio dierū 60. à gradu 1. min. 37. ſe. 45. Virginis ad minuta 46. ſe. 5. primi gradus Scorpij, apparenti motu zodiaci arcum pertranſiiſſe medio motus parē, & in oppoſito zodiaci arcu ſimiliter ſe habuiſſe. Et quoniam in eodem tempore linea medij motus præcedebat; vt igitur intelligamus quantum ſol medio motu ab initio Arietis diſtabat, operæpretium erit æquationem inuenire, hac videlicet arte. Quoniam enim maximam ſolaris motus æquationem eædem tabulæ ſubijciūt Gr. 2. minu. 10. quibus quidem in tabula ſinuū rectorum circuli ſemidiametrum ſubijcientes partium æqualium 100000. partes reſpondent 3780. Ratio igitur ſemidiametri eccentrici ad eccentricitatem ea erit, quam habent 100000. ad 3780. Sicut autem ſinus totus ad ſinum rectū anguli d g r, ſic d g ad d r: multiplicabimus igitur partes 3780. quas cōtinet d g, in 86976. quæ ſunt in ſinu arc⁹ anguli d g r, qui iam innotuit, graduum videlicet 60. min. 25. ſe. 50. productū verò diuidemus per ſinum totum, ſola reiectione quinq; vltimarum figurarum, & venient in quotiente 3288. ferè, quibus reſpondet in ipſa tabula ſinuum rectorum Gr. 1. cum min. 53. pro magnitudine anguli æquationis d e g. Aequalis eſt autem angulus a d e, duobus interioribus oppoſitisq; d g e & d e g: idcirco coaceruatis Gr. 60. minu. 25. ſe. 50. cum Gra. 1. min. 53. conflabimus arcus Gr. 62. min. 18. ſe. 50. pro magnitudine anguli a d e & proinde arcus eccentrici a e, illi ſubtenſus totidem Gr. cum minu. & ſe. comprehendet. At verò ipſi a e. proportionalis exiſtit arcus eclipticæ inter augis punctum & lineam medij motus: ipſis igitur Gra. 62. minu. 18. ſe. 50. augem Solis addemus ſigna nempe 3. Grad. 1. minu. 11. ſe. 55. & prodibunt ſig. 5. Gra. 3. minu. 30. ſe. 45. Quapropter cum ſol fuerit in e. linea medij motus erit in Gr. 3. min. 30. ſe. 45. Virginis. Vel facilius operaberis, ſi ad verum locum Solis in zodiaco, quando eſt in e, eccentrici puncto, inuentam æquationem Gra. 1. min. 53. addideris, tantundemq; addes ſupra verum locum eiuſdem, quando fuerit in e.

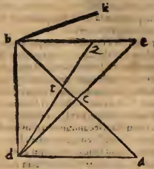
Propoſitio quarta.

¶ *Quod præcedens docuit aliter, multoq́ facilius, & ſine auxilio aliarum propoſitionum inuenire.*

Æqualis motus dato temporis ſpatio reſpondens per tabulas inueniatur. Qui ſi æqualis repertus fuerit gradibus 180. motum Solis pronunciabis in ipſo tempore ab auge eſſe vſq; ad oppoſitum augis, vel ab ipſo augis oppoſito vſque ad augem. Si minor: auferatur igitur ex ipſis 180. totidem enim gradus duo anguli recti in centro circuli continent: reſidui verò ſumatur dimidium, & habebis diſtantiam ſolis à puncto augis apparenti motu pertranſitam. cum per arcum quæſitum currere incipit. Addes igitur arcum ex tabulis elicitum æqualis motus, & habebis ea arte initium atque finem illius arcus zodiaci quem Sol apparenti motu percurrens parem facit in eodem tempore æquali motui. Et quoniam locus augis ex tabulis innoteſcit: igitur arcus ipſe qui quærebatur omnino cognitus erit. Eſto enim eccentricus Solis a b c: centrum verò d, æqualis motus dato tempori reſpondens ſit c e, & connectantur rectæ lineæ d c, d e & c e. Deinde verò circa triangulum d c e, circulus deſcribatur d c e, in quo quidem recta linea d g, eccentricitati æqualis, coaptata intelligatur, & in vtramque partem extendatur, donec ipſius circuli circūferentiæ in punctis h & K occurrat, rectaque connectatur c g. Ponemus igitur g, centrum mundi: & erit idcirco ipſa h K, linea augis. Et quoniam in triangulo Iſoſceli d c e, angulus c d e cognitus eſt (cognitum enim arcum ſubtendit c e, æqualis motus in dato tempore) duo igitur anguli ſuper baſim c e, cogniti relinquentur, ſi ipſe angulus c d e, ex gradibus auferatur 180. Quapropter dimidium ipſius reſidui

æquales ſunt, & duo latera a c & d c, trianguli à d c, duobus lateribus b c & c e, trianguli b e c, æqualia etiam ſunt: reliqui igitur anguli, atq; baſes ipſorum triangulorum æquales erunt, per 4. propoſitionem primi lib. Euclidis: & propterea tantum ſpatium percurret b, quantũ a: Scalmus verò c, immotus omnino erit: & nauigium idcirco in quo ipſe Scalmus, immotum etiam erit, contra hypotheſim. Supponitur enim in quæſtione, quòd nauigium illa remigatione in anteriora moueatur, remi verò palmula retrocedat. Scalmus porrò quanquam circularis remi motus expers ſit: motu tamen nauigij commouetur. Remus igitur poſitionem habeat in fine ipſius remigationis rectam lineam d z, quæ quidem rectam a b, ſecet int inter b & c, rectâ verò b e in z. Et quoniam duo coalterni anguli c a d & c b e, æquales oſtenſi ſunt, & angulus a t d, contrapoſito b t z, æqualis eſt: duo igitur triãgula a t d & b z t, æquiangula erunt, per 32. primi, & communem ſententiam. Similia itaque erunt ipſa triangula, lateraq; habebunt proportionalia per quartam ſexti, ſicut a t ad b t, ita d a ad b z. Maior eſt autẽ a t quàm b t: maior igitur erit d a quàm b z, quod etiam per communẽ ſententiam neglecta triangulorum ſimilitudine, concludi poteſt.

Maius itaque ſpatium decurrit manubrium, quam remi palmula, atque illuc tranſuehetur nauigium, quo remi capulus deportatus fuerit: nauigium igitur in diuerſa procedens, plus ſpatij quam remi palmula tranſmittet. Vtimur autem tralatione atque demonſtrationis figura Victoris Fauſti. Aduertendum eſt tamen, quòd cum remus poſitionem habuerit d z, remi palmula erit vltra z. Nam quoniam trianguli a d c, duo latera a c & d c, æqualia poſita ſunt: duo igitur anguli qui ad d & a ſunt, æquales erunt: angulus igitur a d t angulo d a t, maior erit: & idcirco latus a t, trianguli a t d, latere d t maius erit per decimam nonam primi. Aequalis porrò oſtenſus eſt angulus b z t, angulo a d t. præterea angulus d a t, angulo t b z æqualis: angulus igitur b z t, angulo t b z maior erit, & propterea latus b t, trianguli b t z latere t z maius erit: tota igitur recta linea a b tota d z maior erit: & idcirco cum remus poſitionem habuerit rectã lineam d z, palmula erit vltra z. Eſto igitur in K, & connectantur rectæ lineæ b d & b K: ſpatium igitur decurſum ab ipſa palmula, non erit b z ſed b K, quod quidem minus etiam oſtendemus eſſe ipſo d a. Nam quoniam duo latera b d & d K, trianguli b d K, duobus lateribus b d & d e, triãguli b e d æqualia ſunt, ſed minor eſt angulus b d K angulo b d e: minor igitur erit baſis b K baſe b e, per vigeſimam quartam primi, quod demonſtrandum erat.



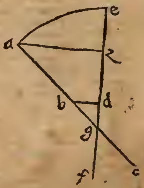
Præterea quod Ariſtoteles ratiocinando ſumit, tantum ſpatium conficere nauigium, quantum remi manubrium, ambiguum eſt. Nam remi manubrium duabus fertur motionibus: vna propria circulariq; ſuper Scalmo: altera verò, qua vnà fertur cum ipſo nauigio. Spatium igitur quod omnino decurſum eſt à remi manubrio, eo quod à nauigio confectũ eſt, maius erit. At ſi paria ſpatia decurſa eſſe intelligat à remi manubrio motu proprio, & à nauigio, neque hoc difficultate caret. Nam nauigium interdũ maius ſpatium percurret, interdum minus, iuxta remigum vires, & prout mari remi palmula immerſa fuerit: remi verò manubrium tametſi ab exiguis viribus moueatur: haud minorem tamen ambitum deſcribet, quàm ſi à multo maiore virtute moueretur. Quapropter vt huiuſmodi Ariſtotelis ſententiam examinaremus, Theoremata quæ ſequuntur, demonſtrauimus.

Propoſitio prima.

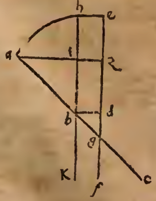
¶ *Si Remiges nauigium mouere poſſunt, maius ſemper ſpatium remi manubrium percurrit, quàm nauigium.*

Sit

Sit enim rem⁹ a c, manubriũ a, Scalmus b, qui propter nauigij motum ſpatiũ percurrat à b in d, in quo loco ipſe remus a c, ſitum rectitudinis habeat e f. Spatiũ itaq; quod a côficit, curua linea ſit a e, cui recta linea reſpondeat a z, in rectã e f perpẽdicularis. Nauigium verò idem ſpatiũ



conficiet, quod Scalmus b: aio igitur ipſam a z, rectã lineã recta b d maiorẽ eſſe. Secer enim recta a c, rectã e f in g: æquiangula ſunt igitur bina triangula a g z & b g d: quapropter ſicut a g ad b g, ſic a z ad b d, per quartam ſexti libri Euclidis: maior eſt autẽ a g ipſa b g: & maior igitur erit a z, quam b d, & proinde maius ſpatium remi manubrium percurrit, quàm nauigiũ, quod



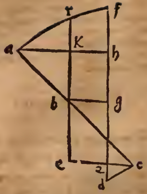
demõnſtrandum erat. Quod ſi à puncto b, rectã lineam vtrinque ducamus h K, ad remi menſuram, rectos faciẽtem angulos cum b d, rectamq; a z ſecantem in i, manifeſtè intelligemus ipſam rectam a z conſtare ex a i & i z, quarum prior reſpondet curuæ a h, quæ motu proprio manubrij deſcripta eſt: poſterior vero æqualis eſt rectæ b d, quæ motu nauigij decurſa eſt.

Propoſitio ſecunda.

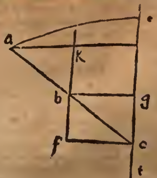
¶ *Si remi manubrium motu proprio, & nauigium æqualia ſpatia pertranſierĩt, fieri non poterit, vt palmula moueatur: ſed veluti centrum immota manebit.*

Esto iterum remus a c, manubrium a, Scalmus b: tantum autem ſpatium côficiat nauigium, quãtum motu proprio a. Dico quod c, remi palmula immota manebit. Nam ſi à loco ſuo dimota fuerit: ſpatiũ igitur permeet c d ad poſteriora: quo quidem decurſo remus a c, poſitionem rectitudinis habeat f d. Scalmus itaque b, tranſlatus erit in g. Excitetur autem à puncto b in vtrãque partem linea e b r, ad rectos angulos ſuper b g, & à puncto a, recta a h ſuper d f: itemq; à puncto c, recta c e ſuper e r, ipſarum verò rectarum linearum e r & a h, ſectio ſit in K, ſed c e & d f, ſit in z: & quoniam a K, id ſpatium eſt quod motu proprio remi manubrium permeauit, curuilineo enim reſpondet a r, recta autem b g, id ſpatium eſt, quod nauigium confecit; ipſæ igitur rectæ lineæ a k & b g, æquales erunt. Atqui in duobus æquiangulis triangulis e b c & b a k, vel per 26. propoſitiones primi Euclidis, vel per 4. ſexti, æquales eſſe concludes a k & e c rectas lineas: quapropter æqualis erit e c rectæ b g, per communem ſententiam: eidem autem b g, æqualis eſt e z, in parallelogrammo per 34. propoſitionẽ ipſius primi libri: æqualis igitur erit recta e z rectæ e c, pars toti: quod eſt impoſſibile. & propterea immota manebit palmula c, quod erat à nobis oſtendendum.

Idem aliter demonſtrabis oſtenſiora demõſtratione. Remus in principio motus poſitionẽ ha



beat a b c, ducatur à puncto c, in quo remi palmula, recta linea c g: rectos efficiens angulos in puncto g, cum ea recta linea per quam ad motũ nauigij Scalmus b mouetur, ipſa deinde recta linea c g, producatur vſq; ad e, vt ſit g e æqualis a b. Rurſus à puncto b, ſuper b g, ad rectos angulos recta linea excitetur k b f, in quam veniant ex a & c, perpendiculares a K & c f. Et quia ipſæ eædẽ rectæ lineæ a K & c f, æquales ſunt per 26. primi Euclidis, ipſi autem f c recta b g, eſt æqualis in parallelogrammo: a k, igitur æqualis erit b g, per communem ſententiam. Atqui tantum ſpatium conficit b, quantum nauigiũ, ipſum verò nauigium quantum a, motu proprio per hypotheſim: conficit autem ſpatium a K: conficiet igitur b ſpatium b g. & quia anguli a d g recti ſunt: idcirco cum Scalmus peruenerit ad g, habebit remus a c, rectitudinis ſitum e c, in quo loco illius remigationis finis erit,



Sic igitur palmula c, à loco ſuo dimota nõ fuit, quod demonſtrandum erat. Cæterùm aduertẽdum eſt rectam g e, minorem eſſe b c, remi dimidio: ſit autẽ earum differentia e t: igitur quo tempore Scalmus b trãsfertur in g, excurrit palmula c, in ipſam longitudinem c t, ſed neq; ad poſteriora, neq; ad anteriora mouebitur, hoc enim ſolum demonſtrare voluimus. Fieri tamẽ poſſe non dubitamus, vt aliquando tam diſsimili impulſu, tamq; inæquali motu feratur nauigium, vt remi palmula aliquantiſper in aduerſum moueatur, ſed cõteſtim ad priorem locum remeabit. Neque prius, aut poſterius, Scalmus perueniet ad g, quàm ipſa palmula ſe appellat ad c t, quaſi digreſſa non fuiſſet à loco ſuo. Aliter enim inæqualia ſpatia viderentur conficere nauigium & remi manubrium contra hypotheſim. Et quoniam cum hoc acciderit celerius ferretur nauigiũ in fine, quàm in principio: aliam igitur acceſsiſſe virtutem præter remorum impulſum, conſequens eſt.

Propoſitionis conuerſio.

HVius propoſitionis conuerſionem demonſtrabis, nempe ſi remi palmula dimota non fuerit à loco ſuo, ibiq; tamdiu perſiſtat, donec remus ſitum rectitudinis obtineat, tantum ſpatium conficere manubriũ motu proprio, quantum nauigium. Recta enim c f æqualis eſt a K per 26. primi: æqualis etiam b g per 34. ipſius primi libri: igitur a K & b g, æquales erunt per communem ſententiam.

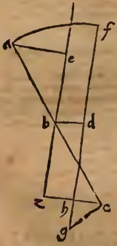
Propoſitio tertia.

¶ *Si remi manubium motu proprio duplum cõfecerit ſpatium, quàm nauigiũ tantum prouehetur ea remigatione nauigium, quantum palmula retroceſſerit.*

REmus enim incipiente motu poſitionem habeat a c, deſinẽnte verò rectitudinis ſitum f g: Scalmus igitur b propter nauigij motũ, ſpatium conficiet b d. Excitetur à puncto b, in vtramq; partem perpendicularis e z, in quam veniant

à pun

à punctis a & c, ad rectos angulos rectæ lineæ à e & c z: ſpatium autem a e, à manubrio decurſum motu proprio ſpatij b d, duplũ ſit; recta verò linea c h, curuæ reſpondeat c g, quæ à remi palmula deſcripta eſt. Dico ipſas rectas lineas b d & c h, æquales eſſe. Nam in duobus triangulis b a e & c b z, duæ rectæ lineæ a e & c z, æquales ſunt. In parallelogrammo autem b h, duæ b d & h z æquales, atqui recta a e, dupla eſt rectæ b d, per hypotheſim: dupla eſt igitur & c z rectæ h z: quapropter c h & h z, æquales erunt. Duæ igitur c h & b d æquales, per communem ſententiam. Et quia nauigium tantum ſpatium decurrit ſemper, quantum Scalmus: ſi igitur remi manubrium motu proprio duplum confecerit ſpatium quàm nauigium, tantum prouehetur nauigium, quantum palmula retroceſſerit, quod demonſtrandum erat.



Propoſitionis conuerſio.

SI nauigium tantum fuerit prouectum, quã tum remi palmula retroceſſerit, duplũ ſpatium conficiet manubrium motu proprio, quàm nauigium. Si enim c h æqualis ponatur b d, quoniam eidem b d, æqualis eſt h z, in parallelogrammo: æquales igitur erunt c h & h z, per communem ſententiam: quapropter dupla erit c z, ipſius h z, & dupla igitur eadem c z rectæ b d. Aequales porrò ſunt c z & a e, per 26. primi: dupla idcirco erit a e rectæ b d. Harum prior decurſa eſt à remi manubrio, poſterior verò ab Scalmo, tantum verò prouehitur nauigiũ quantum Scalmus: idcirco ſi nauigium tantum fuerit prouectum, quantum remi palmula retroceſſerit, duplum conficiet ſpatium manubrium motu proprio, quàm nauigium, quod erat oſtendendum.

Propoſitio quarta.

¶ *Si nauigium minus ſpatium decurrat, quàm remi manubrium, ſed ſupra dimidium, magis prouehetur, quàm palmula retrocedat: ſi verò citra dimidium, minus.*

IN deſcripta enim figura ponatur b d, minor quàm a e, ſed eius dimidio maior. Dico quod ipſa b d maior eſt, quàm c h. Nam b d & h z, æquales ſunt. Adhæc a e & c z, æquales ſunt rectæ lineæ: maior igitur erit h z, dimidio ipſius a e: quapropter reliqua c h, minor dimidio erit eiuſdẽ a e: & minor igitur erit c h quàm b d. Spatium autem b d, id eſt quod nauigium conficit, ſpatiũ verò c h, remi palmula in contrarium decurrit: idcirco prior pars Theorematis vera eſt. Poſterior autem ſimiliter oſtendetur. Si enim b d, minor eſt dimidio ipſius a e: minor igitur erit & h z, dimidio eiuſdem a e, & quoniam a e & c z, æquales ſunt: reliqua igitur c h, dimidio eiuſdem a e, maior erit: & proinde minor erit b d quàm c h. Nauigium igitur minus ſpatium decurret in anteriora, quam remi palmula in cõtrarium, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

Corollarium.

EX hac & præcedenti infertur, quòd ſi remi manubriũ motu proprio maius ſpatium decurrat, quàm nauigium, ſiue id ſit duplum, ſiue minus duplo, ſiue maius duplo, ſpatium quod nauigium interim decurrit ad anteriora, & quod palmula remi in contrariũ ſimul iuncta, ei quod ipſum remi manubrium motu

motu proprio cõſicit, æqualia erũt. Sẽper enim b d, æqualis eſt h z: tota verò c z, quæ æqualis eſt a e, ex ſuis conſtat partibus c h & h z.

Propoſitionis conuerſio.

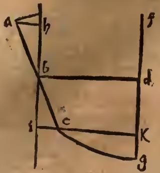
¶ Si nauigium longius progrediatur, quàm remi palmula retrocedat, ſpatium conficiet pluſquàm dimidium eius quod motu proprio remi manubrium decurrit: ſi minus, citra dimidium.

HVIVS demonſtratio ex ſupradictis faciſe colligi poterit.

Propoſitio quinta.

¶ *Si celerius feratur nauigium, quàm remi manubrium, mouebitur palmula in vlteriora, nulq́ vnquã retrocedet, idq́ ſpatium decurret, quo nauigij motus motũ manubrij ſuperat.*

HAbeat enim remus incipiẽte motu propoſitionem a c, deſinẽte verò ſitum rectitudinis f g. Scalmus igitur b, propter nauigij motũ trãſlatus, erit in d. Sit itaq; ſpatium b d, maius quàm a h,



à remi manubrio motu proprio decurſum: ſic enim celerius diceretur ferri nauigium, quam manubriũ. Dico quod palmula c, in vlteriora mouebitur. Nam cum Scalmus b, prouectus fuerit in d: tranſlata erit ipſa palmula c vbi g, in rectitudinis ſitu, ſpatiumq́; conficiet c g curuilineũ cui reſpondet c k: mouebitur igitur palmula in vlteriora. Nihil autẽ vnquam retrocedere, oſtẽdetur in hunc modum. Eadem enim celeritate mouentur a, in h & c, verſus i, circa Scalmum. Atqui per hypotheſim celerius fertur nauigiũ, quàm a in h: celerius igitur ipſum nauigium fertur, quàm c verſus i. Sed mouetur idẽ c, ipſa nauigij celeritate verſus k: celerius igitur ferretur c ad k, quàm ad i: quapropter nihil vnquam retrocedet ipſum c, imo verò in vlteriora progredietur, ſpatiumq́; decurret c K, quod quidẽ relinquitur detracto i c ex i K. Si enim remi palmula tota ipſa nauigij celeritate moueretur, vltra K progrederetur, cũ b perueniret ad d: ſed retrahitur interim, propter eum motũ qui fit circa b. Sic igitur palmulæ celeritate quæ à motu nauigij prouenit retardata, decurſum ſpatium erit c K. Videtur autem ſolo remorum impulſu hoc fieri non poſſe, ſed alia inſuper virtute impellente opus eſſe.

Ex his Theorematis liquet, quàm incerta interroget Ariſtoteles, & quàm inſcitè reſpõdeat. Nam non continuo ſi nauigiũ in anteriora mouetur, remi palmula retrocedet, neq; etiam ſi retrocedat, minus ſpatium tranſmittit in contrarium, quàm nauigium progrediatur. Demonſtrant hoc ſecũda & tertia propoſitio. Remi verò manubrium motu proprio qui circa Scalmũ fit, & vnà nauigij motu maius ſpatium conficit quàm nauigium: ſolo autem proprio motu, ſi cõtingat tantum ſpatium conficere, quantum nauigium, fieri non poterit vt palmula moueatur. Fruſtra igitur conatur in vniuerſum demonſtrare remi manubrium maius ſpatium decurrere, quàm palmulam in contrarium. Præterea quando nauigium longius progreditur, quàm remi palmula regrediatur, minus ſpatium decurrit quàm manubrium: igitur non æquale. Et proinde conſtat neq; veritatem in propoſito, neque demonſtrationem in iis quæ congerit reperiri.

FINIS.

IN THEORICAS PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ANNOTATIONES aliquot, per Petrum Nonium Salacienſem.

QVONIAM hæ Planetarum theoricæ ſecũdum doctrinã Ptolemæi & Alphonſi idcirco à Georgio Purbachio conſcriptæ ſunt, vt tabularum canones facili' intelligi poſſent: nos igitur ea tantũ annotare voluimus, quæ ab interpretibus vel non ſatis, vel non rectè expoſita ſunt. Quãquam ſcimus pleraq; eorum quæ in eiſdem tabulis ſcripta ſunt, cum obſeruationibus quorundam aliorum inſignium Aſtronomorum non congruere. Theorica Solis ad hunc ferè modum à Georgio Purbachio enarratur. Sphæra Solis tribus conſtat orbibus à ſe inuicem diuiſis atque contiguis. Orbis medius æqualis eſt craſsitudinis, cui ſolare corpus hæret. Conuexam ſuperficiem ſimul habet cum concaua ſupremi: concauam verò cum conuexa infimi. Et earum centrum extra mundi centrum poſitum eſt. Sed concaua infimi & conuexa ſupremi concentricæ ſunt mũdo. Sic igitur tota ſphæra Solis mundo concentrica eſt. Extremi orbes partim ſunt eccentrici, partim concentrici: ſed orbis medius totus eſt eccentricus.

Mouentur duo extremi orbes ſuper centro mundi & axe zodiaci, eodem omnino motu ſecundum Alphonſinos, quo octaua ſphæra mouetur. Et appellantur deferentes augem Solis. Quoniam enim ſuo motu centrum orbis Solẽ deferentis circa centrum mundi circumuoluunt; augem idcirco Solis eodem moueri motu neceſſe eſt. Eſt autem aux Solis ſiue apogeũ punctum in media craſsitudine deferentis à cẽtro mundi diſtantiſsimum, terminus videlicet lineæ ab ipſo mundi centro per centrum deferentis ductæ: oppoſitum verò augis ſiue perigeon oppoſitum punctum in ipſo eodem orbe Solem deferente. Et eſt hoc tempore Solis aux in ſecundo gradu Cancri, quam tamen Ptol. poſuit fixa ſede in ſexto Geminorum.

Sol propter motum orbis medij ſub ecliptica ſtellati orbis ſemper incedit æquali motu ſuper proprio centro, minutis nempe 59. & ſecũdis 8. ferè quolibet die ſecundum ſignorum cõſequentiam. Et idcirco apparens motus qui ad centrum mundi refertur, inæqualis eſt, atq; rardior circa augem: velocior verò circa oppoſitũ augis.

Linea veri motus Solis eſt quæ à centro mundi ducta per centrum Solaris corporis ad zodiacum extenditur. Et verus Solis motus ſiue apparens in zodiaco ab initio Arietis vſq; ad hanc lineam computatur.

Linea medij motus Solis eſt, quæ à centro mũdi vſq; ad zodiacũ ducitur, ei æquidiſtans quæ à centro deferentis ducta intelligitur ad Solaris corporis centrũ. Et medius motus ſiue æqualis à principio Arietis vſque ad lineam medij motus computatur. Initium Arietis appellamus Vernam ſectionem eclipticæ octauæ ſphæræ, non imaginis initium, ſed ſecundum Purbach. ſectio eſt eclipticæ primi mobilis & æquinoctialis. Argumentum Solis eſt arcus eclipticæ inter lineam augis & lineam medij motus ſolis, & eſt ſimilis arcui eccentrici inter ipſam augis lineam & centrum ſolis in periphæria ab ipſo ſolis centro annua reuolutione deſcripta.

Aequatio ſiue diuerſitas inter æqualem motum & apparentem eſt arcus eclipticæ inter ipſas duas lineas æqualis motus & apparentis. Quando nihil argumenti habetur, aut ſex communia ſigna quæ gradus 180. complectuntur, nihil æquationis habetur, propter linearũ veri nec non æqualis motus coniunctionem.

Sol exiſtente in linea à centro mundi ducta ſuper lineam augis perpendiculari, quam quidem Purbach. mediæ longitudinis appellat. Ptol. verò medium tranſitum maxima fit æquatio ſiue diuerſitas. In alijs autem locis pro argumenti varietate verſus augem & oppoſitum augis decreſcunt.

Quando argumẽtum minus eſt 6. ſignis, linea me

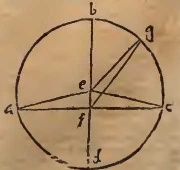
cet autem recta g h, rectam a c in puncto l: & erit idcirco f l æqualis ſinui recto arcus K p: recta verò e l, æqualis ſinui recto arcus n g. Ipſa igitur f l, partium æqualium inuenta erit 3780. qualium in ſemidiametro circuli eccentrici ſunt 100000. & e l, partium earundem 99. Et quoniam quadratum ex e f, duobus quadratis ex f l & e l, æquum eſt: ipſa igitur e f, partium erit 3781. & trium decimatum, qualium nempe ſemidiameter eccentrici eſt 100000. Igitur qualium eadem ſemidiameter eſt ſexaginta, talium erit ipſa e f, partes 2. min. 16. ſecund 7. tert. 41. fere. Et quoniam ſicut e f ad f l, ſic ſinus totus ad ſinum rectum anguli f e l, in triangulo rectangulo e f l: ſinus igitur rectus ipſius anguli f e l, partiū erit 99966. fere. Arcus itaque eiuſdem anguli f e l, gradus habebit 88. minu. 32. Vtor autem tabula ſinuum rectorum Petri Appiani.

Et idcirco b m, gradus vnus erit cum minu. 28. ſigni Cancri. Quod tamen non nihil diſcrepat à loco augis, quem prædictus Petrus Pitatus, iuxta calculum motus octauæ ſphæræ in capite tabulæ poſuit. Et proinde non conueniunt ſibi inuicem examuſsim hypotheſes Alphonſi. Ptolemæus verò quoniam aliud poſuit temporis interuallū ab æquinoctio Verno ad ſolſtitium æſtiuum, & Autumnale æquinoctium, & aliam æqualis motus Solis quantitatem, licet hac eadem methodo vſus fuerit: aliā tamen inuenit eccentricitatem, partium videlicet duarum cum minut. 29. & dimidio ferè vnius minuti: locum verò augis in medio ſexti gradus Geminorum. Et quoniam multis antè annis idem omnino repertum fuerat ab Hipparcho: putauit idcirco ipſam ſolis augem immobilem eſſe, ſimiliter & diſtantiam centrorū. Quamobrem quòd Georgius Purbachius ſcribit de motu duorum orbium deferentium augem ſolis, & corollarium de paruis circulis deſcriptis ab axe & polis orbis ſolem deferentis, atque cētro circuli eccentrici propter motum octauæ ſphæræ, ex doctrina eſt Alphonſi, non Ptolemæi. Quam quidem doctrinam incertiſſimam reperies, ſi augem Solis tempore Ptolemæi ſuppoſueris ante ſolſtitium æſtiuum fuiſſe Gr. 24. minut. 30. quemadmodum ipſe teſtatur. Nam quoniam noſtro tempore id eſt anno 1552. à Chriſto nato in ſecundo gradu eſt Cancri, iuxta calculum Alphonſinorum: oportuit igitur ipſam ſolis augem à tempore obſeruationis Ptolemæi ad noſtrum vſque tempus, in annis nēpe 1420. Gr. circiter viginti ſex progreſſam fuiſſe. Quos tamen octaua ſphæra nec ſecūdum Ptolemæi calculum, nec Alphōſi nec etiā Albategnij percurrere potuit. Sed ſi obſeruationibus Albategnij magis fidendum putes, (alicuius enim Aſtronomi peritiſsimi obſeruationibus inniti debuit Alphonſus, vt augem Solis aſtrueret octauæ ſphærę motu moueri) in ſimile incides incommodum. Nam aux Solis reperta fuit ab Albategnio grad. 7. m̄. 43. ante tropicū æſtiuum, ab Alphonſo autē poſita fuit gradu vno minutis fere 20. ante idem tropici punctum. Interceſſerunt autem inter Albategnij & Alphonſi conſiderationes anni ferè 377. Quod quidem facile concludes, ſi ab annis 1420. quī fluxerunt à tempore Ptolemæi vſq; ad noſtrū tempus, annos detraxeris 743. qui fuerūt inter eundem Ptolemæum & Albateg. Deinde verò ab annis qui relinquuntur, annos detraxeris 300. qui fluxerunt ab anno 1252. à Chriſti natiuitate vſque ad tempus præſens. Quapropter ſi Albateg. & Alph. obſeruationes de loco augis ſolis veræ ſunt: in ſpatio igitur ipſorum annorū 377. progreſſa fuit ipſa Solis aux grad. 6. minu. 23. tardiorem tamen inuenies octauæ ſphæræ motum in illo tempore, ſiue calculum ſequaris Alph. ſiue Albateg. Quin ſi loca ſtellarum fixarum ab Albateg. inuenta cum locis earundē conferas, quæ in tabulis Alphō. ſcripta repeRiuntur, gradus tātum quinque differentiæ inuenies, cum min. 38. nō grad. 6. minu. 23. Et idcirco cur motus augis ſolis idē ſit ſecundum Alphōſinos, qui octauæ ſphæræ tribuitur, cauſam ipſi reddere non poterunt. Nec minus mirari debemus, quòd poſuerit Alphon. augem ſolis tempore incarnationis Chriſti in 12. gradu geminorum, cum Ptole. qui fuit Chriſto poſterior annis ferè 132. eandem poſuerit in 6. gradu eiuſdem ſigni. Par autem diſsidentia inter Arzachelem & Albateg. Cum enim ſolis augem Albategnius poſuiſſet in 22. gradu Geminorū, Arzachel eo poſterior eandem poſuit in 17. gradu eiuſdem ſigni. Tantarum verò varietatum inter viros tam eximios cauſa fortaſſe fuit, quòd ingreſſus ſolis in ſolſtitium æſtiuum difficile admodum fuit inſtrumentis inuenire, propterea quòd in ea Zodiaci parte imperceptibili differentia declinatio variatur. Ex cuius quidem rei cognitione ſupradicta de loco augis demonſtratio pendet. Quapropter multò certiore methodo idipſum inuenies per ingreſſum Solis in æquinoctialia puncta, & in

principium alterius ſigni ipſis æquinoctijs vicini, vel per tria, quæcunque alia loca per obſeruationes verificata: quemadmodum in tertio libro Epit. ſubtili admodum methodo Ioannes de Monteregio inueſtigare docuit. Tametſi Gebro viſum fuerit non ſatis exacte locum augis, & eccentricitatem ita inueniri poſſe, propter multiplicem numerorum multiplicationẽ, ac diuiſionem, & radicum quadratarum extractionem.

EX loco augis cognito argumenti magnitudo inuenitur, & ex ipſo argumento æqualis motus & inæqualis apparentisúe differentia in omni ſitu innoteſcit. Quoniã enim in ſuprà ſcripta figura parallelæ ſunt duæ rectæ a c & k i: angulus igitur i f e ſuper eccentrici centro angulo a e m ſuper mundi centro æqualis eſt, & idcirco duo arcus i e & a m proportionales ſunt. At arcus a m grad. 91. minu. 28. continet, per ea quæ iam demonſtrauimus: tot enim relinquuntur detractis à gradibus 180. ſemicirculi a m c, gradibus 88. minu. 32. arcus m c, igitur arcus i r gradus etiam continet 91. minu. 28. eccentrici Solis. Quibus quidem gradibus atque minutis duos addemus gradus cum min. 10. arcus l q. ſiue k p qui iam innotuit: arcus igitur q r cognitus erit, graduum videlicet 93 minu. 38. Sol itaque prædicto anno 1552. à Chriſti natiuitate cum eſ... æquali motu apparentiúe in initio Arietis ante ipſum Arietis initium medio motu reperiebatur gradib⁹ duobus cum min. 10. tunc igitur retinebat gradum 27. min. 50. ſigni Piſcium, argumenti autem habebat Gr. 266. min. 22. nam tot relinquũtur arcu augis a m detracto à gradibus 357. minut. 50. medij motus. Per hæc igitur nõ erit difficile radicem medij motus Solis ſtatuere ad æram quãcunque. Vt ſi exempli gratia, radicẽ medij motus Solis ſtatuere libeat ad initium annorum Chriſti: quoniam igitur prædicto anno 1552. in ſectione Verna ideſt Arietis initio fuit decima die menſis Martij circa meridiem vrbis Venetæ ſecundum calculum Petri Pitati: fluxerunt idcirco vſque ad id tempus anni Romani 1551 menſes duo, & dies ferè 10. In tanto autem tempore medius motus Solis eſt ſigna communia 2. Gr. 19. min. 33. quibus quidem detractis à Gr. 357. min. 50. ideſt à ſignis 11. Gra. 27. min. 50 medij motus ab Ariete inchoatis habebimus ... lium ſolis motum in initio annorum Chriſti in meridie vrbis Venetæ ſig. 9. Gra. 8. minu. 17. Ptolemæus verò quoniam augem ſolis fixam ſedem putauit habere in Gra. 5. min. 30, ſigni Geminorum: inde igitur medij motus initio ſumpto, radiceq́ue poſita ad initium regni Nabo: tabulas ſuas conſtruxit. Quod vt efficere poſſet, diſtantiam Solis ab auge ſecundum medium motum inueſtigauit in Autumnali æquinoctio, ſeptimo Adriani imperatoris anno, eam que inuenit graduum 116. minu. 40. tantamq; multò facilius quàm per demonſtrationem illam octaui capitis ex figura ſuperius deſcripta concludes, ſi a poſueris initium Libræ, b Cancri, c Arietis. Nam quoniam arcus c m. in illo tempore gradus continebat 65. mi. 30. arcus igitur a m qui relinquitur ex ſemicirculo graduum erit 114. minu. 30. ideoq́ue eccẽtrici arcus ei proportionalis i r, totidem gradus atque minu. comprehendet. Arcus porrò i q aut k p, oſtenſus ab co fuit Gra. 2. minu. 10. totus igitur q r, graduum erit 116. min. 40. Et idcirco quando ſol in puncto q erat eccentrici, initiumque Libræ occupabat, à loco augis diſtabat ipſis Gr. 116. minu. 40.

Cognito autem argumento, cognita etiam proportione ſemidiametri eccentrici ad eccentricitatem facile eſt differentiam inuenire inter æqualem motum & apparentem. Iſto enim eccentricus ſolis circulus a b c d, ſuper centro e, centrum mundi ſit f, linea augis per ipſa centra tranſiens b e f d, linea verò a c rectos angulos efficiens cum b d, ſuper ipſo f puncto; ea eſt quam Ptolemæus dixit tranſitus medij. Purbachius verò mediæ lõgitudinis. in qua quidẽ cũ ſol exiſtit, maxima fit differẽtia inter duos mot⁹ æqualẽ & apparẽtẽ magnitudo videlicet anguli f a e, aut f c e. Quæ quidẽ ex proportione ſemidiame



tri e c ad f e, cognita redditur. Si enim punctũ c, centrum circuli eccentrico æqualis intellexeris, erit recta linea e f, ſinus rectus arcus anguli f c e. At qualium partium ſunt in e c, 100000. talium oſtenſa eſt e f 3781. cum tribus decimis: arcus igitur ipſius anguli f c e, gradus habebit duos cum minu. 10. & ſe. 3. ferè. Angulus itaq; b e c, argumenti Solis gradus complectetur 92. minu. 10. ſe. 3. Ptolemæus verò quoniam maiorem reperit eccentricitatem, maximam idcirco differentiam æqualis motus & apparentis duorum graduum poſuit cum minu. 23. Ponamus porrò ſolem in alio ſitu vt in g, & angulus b e g, diſtantiæ ipſius ab auge ſecundum mediũ motum cognitus ſupponatur: angulus igitur f e g, trianguli e f g, ex duobus rectis relictus cognitus erit: duo verò latera f e & e g, ipſum angulum continentia cognita ſunt. Quapropter reliqui anguli eiuſdem trianguli per 24. propoſitionẽ primi libri Gebri cogniti erunt: & proinde angulus f g e, differentiæ motus æqualis & apparentis notus euadet.

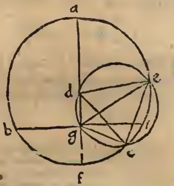
Annotatio ſecunda.

QVanquam motus Solis medius maior vero ſit in ſecunda eccentrici medietate, quæ poſt augem eſt: minor verò in prima medietate ante augem, ſi ab Ariete computentur: aliuide tamen ſi initium ſumant ipſi motus, fieri poſſe non dubitamus, vt aliquando medius motus & verus pares ſint. Quod quidem ex 15 propoſitionibus, quæ ſequuntur, apertum fiet.

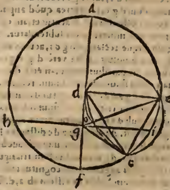
Propoſitio prima.

¶ *Si alicuius temporis motus Solis æqualis in eccentrico, & apparens qui ad centrum mundi refertur, pares fuerint, pũctum mediæ longitudinis tranſitusũ: medij intra ipſorum motuum terminos includetur.*

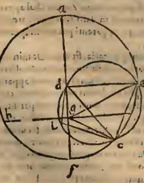
ESto igitur eccentricus ſolis circulus a b c, cuius centrum d, linea augis a f. & arcus c e, in eccentrico ſit pertranſitus à ſole, dum æqualis motu, atque apparens pares ſunt. Dico quod punctũ mediæ longitudinis erit inter c, & e: ſit enim punctum g, centrum mundi, & connectantur d c, d e, g c, & g e. Angulus igitur c g e, ſubtendit in zodiaco arcum eclipticæ à Sole pertranſitum, dum æquali motu arcum eccentrici percurrit c e, ipſi eclipticæ arcui ſimilem proportionalemúe. Connectatur enim c e, & circa triãgulum c d e, circulus deſcribatur c d e, qui neceſſariò tranſibit per g, quia propter motuum æqualitatem ſimilitudinemúe duo anguli e d c & e g c, æquales inuicem ſunt: & idcirco in eodem ſegmento erunt. Et propterea ſi non tranſiret per g, ſequeretur impoſſibile contra 16. propoſitionem primi libri Eucli. Tranſit idcirco per g: & idcirco in quatrilatero d e c g, duo oppoſiti anguli d g c & d e c, coniuncti duobus rectis ſunt æquales per 22. tertij. Acutus eſt autem d e c, quia triangulum c d e, Iſoſceles eſt: angulus igitur d g c, obtuſus erit. Præterea quoniam angulus d c e, ad baſim ipſius Iſoſcelis triãguli acutus eſt: æqualis porrò eſt ei angulus d g e, quippè qui in eodem ſegmento exiſtat d g e. Ipſe igitur angulus d g e, acutus erit: linea itaque recta a g, acutum angulum efficit cum g e: obtuſum verò cum g c. Excitetur igitur à



puncto g, ſuper ipſa a g, recta linea g i, ad rectos angulos: cadet idcirco ipſa perpendicularis inter g e, & g c: & erit idcirco i, mediæ longitudinis punctum. Quarè ſi alicuius temporis motus Solis æqualis & apparens pares fuerint pũctum mediæ longitudinis intra ipſorum termi nos includetur, quod demonſtrandum erat.



d o e, coniuncti duobus d g c, & d g e, coniunctis maiores erunt. Sed æquales oſtenſi ſunt: igitur impoſsibile. & propterea punctum g. extra deſcriptum circulum minime relinquitur. Eadem arte oſtendemus intra ipſum circulum circa triangulum c e d, deſcriptum relinqui non poſſe. Producatur enim g e, donec occurrat eiuſdem circuli circumferentiæ in puncto l, vt in tertia figura, & connectantur d l, & c l: duo igitur anguli d g c & d g e, coniuncti duobus angulis d l c, & d l e, coniunctis æquales oſtendentur, vt antea. At maior eſt d g c, ipſo d l c, per 21. propoſitionem primi Eucli. & maior etiam d g e. ipſo d l e, per 16. eiuſdem primi lib. igitur duo anguli d g e, & d g e, coniuncti duobus d l c, & d l e, coniunctis maiores erunt: æquales igitur, & maiores, quod rurſus eſt impoſsibile. Et propterea circulũ ipſum deſcrip-



tum circa triangulum d e c, per g tranſire neceſſe eſt, vt in prima figura: & proinde duos angulos c g e, & e d e æquales eſſe. Quapropter cum Sol perambulauerit eccentrici arcum e c, æquali motu, arcumq; zodiaci apparenti motu peragrauerit, à linea mediæ longitudinis per æqualia ſectum: tãtus erit illius temporis æqualis motus, quantus apparens, quod demonſtrãdum ſuſcepimus.

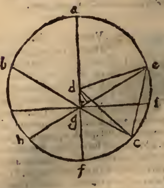
Propoſitio tertia.

¶ *Quantouis temporis ſpatio dato arcum Zodiaci reperire, quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, pareſq; in eodem tempore faciat æqualem motum & apparentem.*

QVantos enim Zodiaci arcus à linea medij motus Solis in dato tempore percurratur, ex tabulis innoteſcet, Qui ſi fuerit graduum 180. ille igitur Zodiaci ſemicirculus ſumendus erit, qui ab auge ad oppoſitum augis ſecundum ſignorum ordinem computatur, vel qui ab oppoſito augis ad augem. Sed ſi minor fuerit, illius dimidium ex 90. gradibus auferemus, & relinquetur diſtantia initij eiuſdem arcus à puncto augis. Et quoniam locus augis ex tabulis innoteſcit: quantũ igitur diſtet initiũ dati arcus à principio Arietis ignorari non poterit. Addes igitur totam arcus quantitatem eiuſdem initio, & arcus Zodiaci conſtabit, quem Sol in dato tempore apparẽti motu percurrit, eiq; parem interim æquali motu perambulat. Cæterum memineris hoc commune eſſe duobus Zodiaci arcubus, qui à puncto augis paribus diſtant interuallis. Vnus autem recedit ab ipſo augis puncto ſecũdum ordinem ſignorum: alter vero contrà. Signorum enim ſeries eſto in ſubiecta figura ab a in f per i: quare ſi motus æqualis Solis in dato tẽpore graduum fuerit 180. Sol itaque in eccentrico ſemicirculum pertranſibit a i f vel f b a. Diameter autem eclipticæ per a & f venit: igitur apparens motus in dato tempore ſimili-

ter

ter graduum erit 180. ſed pauciores gradus com plectatur æqualis motus Solis quàm 180 i angulum igitur conſtituemus i g e cum linea g l, qui in Zodiaco dimidium illorum graduum & minutorum ſubtendat, eiq; æqualem faciemus angulum i g c. Totus igitur angulus c g e, arcum Zodiaci apparentis motus in dato tempore ſubtendit. Et quoniam per æqualia ſectus eſt, à linea g i mediæ longitudinis: igitur tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens per præcedentem propoſitionem. Extendantur autem ipſæ rectæ lineæ g e & g c, donec occurrant circuli circumferentiæ in punctis b & h, & quia anguli contrapoſiti æquales inuicem ſunt: cum Sol igitur arcum eccentrici pertranſierit h b, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.



Ex gradibus itaque 90. quos continet angulus rectus a g i, gradus auferemus acuti anguli e g i, dimidium nempè dati motus: & cognitus idcirco relinquetur ille Zodiaci arcus, quem ſubtendit angulus a g e. Et quia locus augis a per tabulas cognoſcitur, locus igitur puncti e cognitus erit. Cui ſi addideris totum Zodiaci arcũ apparentis motus, quem ſubtendit angulus e g c, initium & finis quæſiti arcus patefient. Et quia Zodiaci arcus quem ſubtendit angulus b g h, ex oppoſito conſtitutus eſt: vterq; igitur arcus apparentis motus cognitus erit. Quantum verò Sol in e exiſtens à puncto augis ſecundum motum medium diſtet, non erit difficile inuenire. Rectæ enim lineæ connectantur d e, & d c, & à puncto d recta linea ad rectos angulos deducatur d r, ſuper g e: cadet autem intra triangulum d g e, propterea quòd angulus e g d, acutus oſtenſus eſt, & acutus etiam eſt d e g, vtpote qui minori lateri ſubtendatur. In triangulo itaque rectangulo g d r, acutus angulus d g r iam innotuit, recta verò d g cognita ſupponitur in partibus ſemidiametri d e: & quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli d g r, ſic d g ad d r: recta igitur d r, in eiſdẽ partibus cognita erit, ea autẽ ſinus rectus exiſtit arcus anguli d e r, ipſe igitur arcus anguli d e r, cognitus erit. At angulus a d e diſtantiæ ſolis ab auge ſecundum medium motum duobus interioribus d e r, d g e, æqualis eſt in triangulo e d g: ipſe igitur angulus a d e, cognitus erit, & proinde quantum Sol in e exiſtens ab a, diſtet ſecundum medium motum, ignorari non poterit. Ipſum porrò angulum d e g, æquationis angulum Aſtronomi appellãt, qui profectò æquationis angulo d c g, ad punctum c, attinenti æqualis eſt. in vno enim atque eodem circuli ſegmento exiſtunt circa triangulum d c e deſcripti per demonſtrationem præcedentis.

Sed ponamus æqualem motum dato tempori reſpondentem gradibus 180. maiorem repertum eſſe. Eum igitur auferemus ex 360. & cum reliquo arcu prædicto modo operabimur. Nam cum Zodiaci arcus apparentis motus, qui vno ſemicirculo minor eſt, cognitus fuerit: is igitur qui ex integro circulo relinquitur, ignorari non poterit. Vt ſi æqualis motus dato tempori reſpondens ex gradibus 360. ſubtractus arcum reliquerit c e, arcum igitur Zodiaci apparentis motus qui angulo ſubtenditur e g c, cognitum reddemus prædicta arte. Tunc autem cognitus erit, cum quantum illius termini à puncto augis diſtant, cognitum fuerit.

Reliquum itaque Zodiaci Sol apparenti motu percurret in dato tempore, atque æqualis motus ipſi apparenti par erit in ipſo eodem tẽpore.

Exempli gratia, ſit anno Domini 1502. quo ego natus ſum datum tempus 60. dierum, oporteatq; arcum zodiaci inuenire apparenti motu in ipſis 60. diebus pertranſitum, cui quidem æqualis motus tanti temporis par ſit. Ex tabulis igitur reſolutis elicio æqualem motum 60. dierum ſig. 1. Gr. 29. minu. 8. ſecunda 20. quorum dimidium Gra. continet 29. minu. 34. ſecunda 10. tantusq; erit angulus e g i: quo ſubtracto ex 90. gradus relinquentur 60. ſiue ſig. 2. minut. 25. ſecũda 50. pro diſtãtia initij ipſius

arcus à puncto augis, quam quidem angulus d g e, in zodiaco ſubtendit. Et quoniam augem Solis prædicto anno eædem tabulæ ſubijciunt ſig. 3. Grad. 1. minu. 11. ſecunda. 55. his igitur coaceruatis, initium quæſiti arcus apparentis motus à principio Arietis diſtare inueniemus ſignis 5. Gr. 1. mi. 37. ſe. 45. Et erit idcirco gradus 1. mi. 37. ſe. 45. Virginis. Ipſis itaq; ſig. 5. Gr. 1. mi. 37. ſe. 45. arcum addemus æqualis motus, nẽpe ſig. 1. Gr. 29. min. 8. ſecunda 20. & colligemus tandẽ ſig. 7. min. 46. ſe. 5. quibus diſtabat finis quæſiti arcus à principio Arietis. Quapropter concludemus ſolem prædicto anno in ſpatio dierũ 60. à gradu 1. min. 37. ſe. 45. Virginis ad minuta 46. ſe. 5. primi gradus Scorpij, apparenti motu zodiaci arcum pertranſiiſſe medio motui parẽ, & in oppoſito zodiaci arcu ſimiliter ſe habuiſſe. Et quoniam in eodem tempore linea medij motus præcedebat; vt igitur intelligamus quantum ſol medio motu ab initio Arietis diſtabat, operæpretium erit æquationem inuenire, hac videlicet arte. Quoniam enim maximam ſolaris motus æquationem eædem tabulæ ſubijciũt Gr. 2. minu. 10. quibus quidem in tabula ſinuũ rectorum circuli ſemidiametrum ſubijcientes partium æqualium 100000. partes reſpondent 3780. Ratio igitur ſemidiametri eccentrici ad eccentricitatem ea erit, quam habent 100000. ad 3780. Sicut autem ſinus totus ad ſinum rectũ anguli d g e, ſic d g ad d e; multiplicabimus igitur partes 3780. quas cõtinet d g, in 86976. quæ ſunt in ſinu arc⁹ anguli d g e, qui iam innotuit, graduum videlicet 60. min. 25. ſe 50. productũ verò diuidemus per ſinum totum, ſola reiectione quinq; vltimarum figurarum, & venient in quotiente 3288. ferè, quibus reſpondet in ipſa tabula ſinuum rectorum Gr. 1. cum min. 53. pro magnitudine anguli æquationis d e g. Aequalis eſt autem angulus a d e, duobus interioribus oppoſitiſq; d g e & d e g: idcirco coaceruatis Gr. 60. minu. 25. ſe. 50. cum Gra. 1. min. 53. conſtituitur arcus Gr. 62. min. 18. ſe. 50. pro magnitudine anguli a d e & proinde arcus eccentrici a e, illi ſubtenſus totidem Gr. cum minu. & ſe. comprehendet. At verò ipſi a e. proportionalis exiſtit arcus eclipticæ inter augis punctum & lineam medij motus: ipſis igitur Gra. 62. minu. 18. ſe 50. augem Solis addemus ſigna nempe 3. Grad. 1. minu. 11 ſe. 55. & prodibunt ſig. 5. Gra. 3. minu. 30. ſe. 45. Quapropter cum ſol fuerit in e, linea medij motus erit in Gr. 3. min. 30. ſe. 45. Virginis. Vel facilius operaberis, ſi ad verum locum Solis in zodiaco, quando eſt in e, eccentrici puncto, inuentam æquationem Gra. 1. min. 53. addideris, tantundemq; addes ſupra verum locum eiuſdem, quando fuerit in c.

Propoſitio quarta.

¶ *Quod præcedens docuit aliter, multoq; facilius, & ſine auxilio aliarum propoſitionum inuenire.*

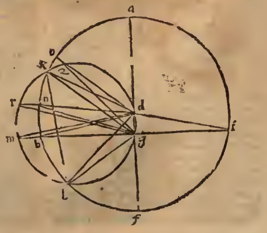
AEqualis motus dato tempori ſpatio reſpondens per tabulas inueniatur. Qui ſi æqualis repertus fuerit gradibus 180. motum Solis pronunciabis in ipſo tempore ab auge eſſe vſq; ad oppoſitum augis, vel ab ipſo augis oppoſito vſque ad augem. Si minor: auferatur igitur ex ipſis 180. totidem enim gradus duo anguli recti in centro circuli continent: reſidui verò ſumatur dimidium, & habebis diſtantiam ſolis à puncto augis apparenti motu pertranſitam. cum per arcum quæſitum currere incipit. Addes igitur arcum ex tabulis elicitum æqualis motus, & habebis ea arte initium atque finem illius arcus zodiaci quem Sol apparenti motu percurrens parem facit in eodem tempore æquali motui. Et quoniam locus augis ex tabulis innoteſcit: igitur arcus ipſe qui quærebatur omnino cognitus erit. Eſto enim eccentricus Solis a b c; centrum verò d, æqualis motus dato tempori reſpondens ſit c e, & connectantur rectæ lineæ d c, d e & c e. Deinde verò circa triangulum d c e, circulus deſcribatur d c e, in quo quidem recta linea d g, eccentricitati æqualis, coaptata intelligatur, & in vtramque partem extendatur. donec ipſius circuli circũferentiæ in punctis h & K occurrat, rectaque connectatur c g. Ponemus igitur g, centrum mundi: & erit idcirco ipſa h K, linea augis. Et quoniam in triangulo Iſoſceli d c e, angulus c d e cognitus eſt: cognitum enim arcum ſubtendit c e, æqualis motus in dato tempore: duo igitur anguli ſuper baſim c e, cogniti relinquentur. ſi ipſe angulus c d e, ex gradibus auferatur 180. Quapropter dimidium ipſius reſidui



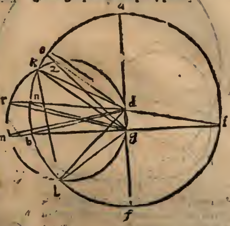
ſidui innoteſcet, angulus nempe d c e. Connectatur autem recta linea g e: & erit idcirco angulus d g e, æqualis ipſi d c e, ꝓpterea quòd in vno atq; eodem ſegmento exiſtunt. Ipſo itaq; angulo d g e, cognito exiſtente, ſi ponamus ſolem in e, in initio videlicet dati temporis: diſtantia igitur ipſius ab augis puncto ſecundum motũ apparentem cognita erit: & proinde diſtantia eiuſdem ab initio Arietis cognita. Similiter cũ fuerit in c, diſtãtia eiuſdem ab ipſo Arietis initio pateſiet. Aequalem porrò motum atq; apparentem æquales inuicem eſſe ex eo cõcludes, quòd duo anguli c d e & c g e, inter ſe æquales ſunt. Angulũ verò æquationis d e g, ex ea quæ fit in media longitudine trãſituúe medio, & ex angulo d g e cognitis, vnico ſyllogiſmo reddetur notus. Eccentricitas enim d g, ſinui recto anguli æquationis quæ in media longitudine accidit, æqualis eſt: quapropter ſuppoſita ipſa mediæ longitudinis æquatione graduum duorũ cũ min. 10. quemadmodum tabulæ reſolutæ ſubijciunt, talium partium erit ipſa centrorum diſtantia 3780. qualiũ in ſemidiametro eccentrici ſunt 100000. In rectilineo autem triãgulo e d g, ſicut d e ad d g, ſic ſinus rect⁹ anguli d g e, ad ſinum rectum anguli d e g: per documentum igitur commune numerorum proportionalium ex d e & d g, & ſinu anguli d g e cognitis, cognitum cõcludes ſinum rectum ipſius anguli æquationis d e g: & proinde per tabulam ſinuũ rectorũ idem æquationis angulus pateſiet. Diſtantiam itaq; ſolis ab initio Arietis ſecũdum motum æqualem in vtrouis terminorum e & c, cognitum reddes, vt antea in præcedenti propoſitione.

Annotatio tertia.

SOle in media longitudine exiſtente maxima differentia fit inter æqualem motum & apparentem in locis verò ab ipſa ſecundũ motum apparẽtem paribus interuallis remotis æquales erunt, tantoq; fient maiores, quanto linea apparentis motus ipſi mediæ longitudini vicinior fuerit: tanto autem minores, quanto remotior. In eccentrico enim a b c, linea mediæ longitudinis ſit b g i. Dico quòd in ipſis pũctis b & i, maxima contingit differentia inter æqualem motum & apparentem. Ponatur Sol in quouis eccentrici puncto præter b, in ſemicirculo a b f, quod ſit K, & connectantur d K & g K, item & d b. Oſtendemus itaque maiorem eſſe æquationis angulum d b g, æquationis angulo d K g. Ad punctum enim g, mundi centrũ angulum faciemus cum b g, angulo b g K æqualem, ſitq́ue b g l, & connectatur K l, circulusq; deſcribatur circa triangulum d K l: recta verò linea g b producta ocurrat circumſerentiæ deſcripti circuli in puncto m & connectatur d m. Et quoniam ipſa mediæ longitudinis linea g b angulum K g l, apparentis motus per æqualia ſecat: circul⁹ igitur k l d per g veniet: hoc enim oſtenſum fuit in 2. propoſitione annotationis



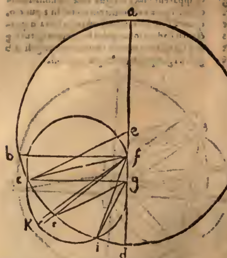
ſecundæ. Quapropter angulus g m d angulo g K d, in eodem ſegmento exiſtenti æqualis erit. At verò angulus d b g ipſo g m d, maior eſt per 16. propoſitionem primi libri Euclid. angulus igitur d b g, angulo g K d maior erit, quod erat demonſtrandũ. Secundã porrò partem in eadẽ figura oſtendemus. Ponatur enim Sol in locis K & l, in quibus quidem æqualibus interuallis diſtet apparẽti motu à pũcto b. Dico quod duo æquationũ anguli d k g & d l g, æquales inuicem erunt. Nã quoniã in ipſis locis ſol ipſe æqualiter diſtat à puncto b, ſecundum apparentẽ motũ: duo igitur anguli k g b & b g l, inter ſe æquales erũt. Quare ſi circulus deſcriptus fuerit circa triangulũ K l d, per g veniet: & idcirco duo æquationum anguli d K g & d l g, in eodem ſegmento exiſtẽtes æquales inuicem erũt, quod erat oſtẽdendum. Poſtrema pars in eadem rurſus figura demõſtrabitur. Sint enim duo eccentrici puncta n, videlicet vicinius b, & K remotius. Dico quod in puncto n, maior ſit differentia inter æqualẽ motum & apparẽtem: à pũcto enim g in K, remotius punctum recta ducatur g k, & angulus conſtituatur b g l, æqualis angulo b g K, circulusq; deſcribatur circa triãgulum d K l, vt antea: recta deinde linea d n pducatur, donec occurrat circũferẽtiæ deſcripti circuli in puncto r, & cõnectatur g r: angulus igitur d r g angulo d K g, in eodem ſegmẽto exiſtẽti æqualis erit. At maior eſt angulus d n g ipſo d r g, per 16. propoſitionem primi Eucli. igitur maior erit idem angulus d n g, angulo d k g: & proinde Sole exiſtente in n, puncto longitudini mediæ vicinio re ipſo K: maior erit æquationis angulus differentiæue inter æqualem motum & apparentem, quàm in ipſo K. Et in eadem itẽ figura eademq; demonſtrandi Methodo oſtendemus, quòd minor ſit in o puncto adhuc remotiore, quàm in ipſo K. Recta enim linea g o, deſcripti circuli circumferentiam ſecet in z, & connectantur d z & d o: duo igitur anguli d z g & d k g, in eodem ſegmento exiſtentes æquales inuicem erunt: maior eſt autem ipſe d z g, angulo d o g, per 16. propoſitionem primi Euclid. maior igitur erit d k g quam d o g, per communẽ ſententiam: & proinde maior erit inter æqualem motum & apparentem differentia in K quã in o. Sole igitur in media longitudine exiſtente maxima ſit differentia inter æqualem motũ & apparentem, & reliqua quæ demonſtranda erant. Tanta verò differentia erit in i puncto, quanta in b. Nam quoniam recta linea d g rectam b i, ad rectos angulos ſecat: duæ igitur b g & g i, æquales erunt: & idcirco duo anguli d b g, & d i g, æquales erunt per 4. primi.



De Lunæ.

Annotatio prima.

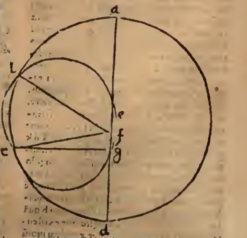
Æquatio centri eſt arcus epicycli augẽ ipſius verã & mediam intercidens. Maximam porrò fieri ſcribit Purbac. cũ centrũ epicycli fuerit modicũ infra lõgitudines medias deferentis. Ea autem puncta medias lõgitudines dicere ſolet, quæ per lineam rectam determinantur, quæ à centro mundi venit in lineam augis orthogonalẽ. Ioãnes verò Baptiſta harũ theoricarũ antiquus expoſitor, & quidã alij putãt, eccẽtrici locũ in quo maxima ſit ęquatio cẽtri, illud eſſe punctum in quo recta quædam linea terminatur: quæ quidem in puncto oppoſito cẽtro eccẽtrici in paruo circulo cũ augis linea rectos efficit angulos. Eſto enim (inquit Baptiſta) eccentricus Lunæ circulus a b c d, cuius centrũ e, & diameter augis a e d, centrũ mũdi f, & oppoſitũ punctũ cẽtro e, in paruo circulo ſit g. Et à pũcto f linea f b, & à pũcto g linea g c, ſup augis linea perpẽdiculares vſq; ad circũferentiam eccẽtri



ci ducantur. Erit igitur linea b f, longitudinis mediæ, & punctum b, media longitudo: punctū verò c, quod quidem modicum infra mediam longitudinem eſt: locus (ſiquit) erit vbi maxima æquatio centri contingit. Cæterùm allucinatur, queadmodum in eadem ipſius figura quam deſcripſit, ſtatim oſtendemus. Connectantur enim rectæ lineæ f c & e c. Præterea circa rectangulum triāgulum c f g, circulus deſcribatur f c g, cuius quidem ipſa recta linea f c diameter erit per conuerſionem primæ partis 31. propoſitionis tertij libri Euclidis; & idcirco ipſius circuli centrum in puncto medio erit eiuſdem diametri f c: nō autem in recta e c. Quapropter circulus ipſe f c g, circulum a b c d minimè tangit. Nā ſi tangit, punctum igitur contactus quod erit c, & ipſorum circulorum centra in vna atq; eadem recta linea erunt per 11. propoſitionem tertij libri Euclidis. Atqui centrum circuli a b c d, eſt in recta c e: centrum verò circuli f c g, eſt in f c, & propterea ſe non tangūt, ſed alter alterum ſecat. Et quoniam quando circulus circulū ſecat, in duobus locis tantum ſecat per 10. propoſitionē eiuſdem tertij libri Euclidis. Eſto itaq; vna eorum ſectio in c: altera verò in i inter c & d, & connectantur rectæ f i & g i. Aio igitur in quolibet pūcto inter c & i, maiorem eſſe æquationem centri, quàm in c: in ipſo autē c atq; in i, æquationes pares eſſe. Eſto enim r, punctum quoduis in circūferentia eccentrici inter c & i, & connectantur f r & g r: ipſa verò g r, in rectum cōtinuumq; producta circūferētiæ circuli f g c, occurrat in puncto K, & connectatur f K. Duo igitur anguli f c g & f k g, quia in eodem ſegmento ſunt f c K g, inter ſe æquales erunt, per 21. propoſitionem 3. libri Euclid. Atqui angulus f r g, quia exterior eſt in triangulo f r K, interiore oppoſitoq; f K r ſiue f k g, maior eſt per 16. propoſitionē primi libri Euclidis. Maior idcirco erit ipſe angulus f r g angulo f c g. Et proinde æquatio centri in r, maior quàm in c. Duo verò anguli f c g & f i g, æquales inuicem ſunt: in vno enim atque eodem ſegmento exiſtunt eiuſdem circuli f g c: & propterea æquationes centri in c & i æquales erūt, quæ quidē demōſtranda ſuſcepimus.

Lemma.

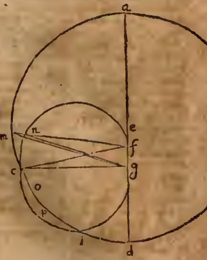
Quod autem ſumpſimus alteram ſectionē deſcriptorū circulorū eſſe in i inter c & d, non autem inter c & a, hac arte demonſtrabimus. Nam ſi altera ſectio ipſorum circulorum a c d & f g c, fuerit inter a & c: eſto igitur in l, & connectantur f l. Et quoniā recta l c,



diameter eſt circuli f g c: maior igitur eſt ipſa f c quàm f l. At verò quoniam in circulo a c d, à puncto f, quod ipſius circuli centrum non eſt, duæ rectæ lineæ ductæ ſunt f c & f l, vſque ad eiuſdem circuli a c d circumferentiam, quarum quidem f l, centro propinquior eſt quam f c: maior igitur erit ipſa f l quàm f c, per 7. propoſitionem 3. lib. Euclidis. At minor oſtenſa eſt: igitur impoſsibile. Et proinde duo deſcripti circuli a c d & f g c, in puncto c ſe ſecant, & in alio quodam puncto inter c & d: non autem inter a & c, quod quidē fuit aſſumptum.

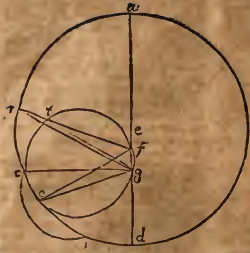
Annotatio ſecunda.

QVanquam verò in omni puncto inter c & i, maior ſit centri æquatio quàm in ipſis c & i: & in quolibet tamen ſitu inter a & c, ſimiliter in omni ſitu inter d & i minor erit æquatio centri quàm in c & i. Ponatur enim epycycli centrum in puncto m, inter a & c. Dico quod maior erit centri æquatio in c, quàm in ipſo m. Connectantur enim duæ rectæ lineæ f m & g m, & à puncto g in punctum n: in quo recta linea f m, circulum ſecat f g c, recta ducatur linea g n. Duo igitur anguli f n g & f c g, in eodem ſegmento ſunt f n c i g. Et propterea æquales erunt inter ſe, per 21. propoſitionem 3. libri Euclidis. Maior eſt autem angulus f n g, quàm angulus f m g, per 16. propoſitionē primi libri. Igitur maior eſt angulus f c g ipſo f m g. Et idcirco æquatio centri in c maior erit quàm in m. Quod quidem demonſtrandum erat. Similiter demonſtrabis omnem æquationem inter d & i, minorem eſſe ea quæ contingit in ipſo puncto. i



Annotatio tertia.

AVertendum eſt præterea, quòd quamuis æquationes centri quæ fiunt inter c & i, maiores ſint quibuſlibet alijs quæ fiunt in ijs pūctis quæ ſunt inter a & c, & inter d & i: non poſſunt tamen omnes inter ſe æquales eſſe. Sumpto enim puncto quouis o, inter c & i, & deſcripto circulo per tria puncta f & g & o: vel igitur ipſe deſcriptus circulus eccentricum ſecat in ipſo o, aut tangit non ſecans. Si ſecat: in alio igitur loco rurſus ſecat per 10. propoſitionem 3. libri Euclidis. Eſto itaq; alterum ſectionis pūctum in deſcripta figura p, inter ipſa puncta c & i: & eadem igitur arte, qua vſi ſumus ad oſtēdendum æquationes factas ad puncta c & i, æquales eſſe inter ſe. Cæterùm minores ijs quæ fiunt in alijs punctis poſitis inter eadem c & i: maiores autem reliquis ſemicirculi a c d. Similiter oſtendi poterit æquationes factas in punctis o & p, æquales inuicem eſſe: minores verò eis quæ fiunt inter eadem o & p: reliquis tamen eiuſdem ſemicirculi maiores. Non poteſt enim ipſum ſectionis punctum quod quidem poſuimus p, inter c & a cadere, nec inter d & i, præterea nec in ipſis c & i. Nam quoniam æquationes quæ fiunt in ipſis o & p punctis æquales ſunt inter ſe: at maior eſt æquatio in o, facta, quàm ea quæ vel in c vel in i, vel in alijs quibuſuis punctis circūferentiarum a c d & i, quemadmodum à nobis demonſtratum eſt. Cadet



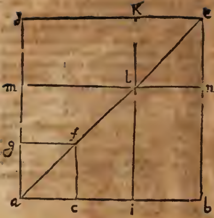
igitur altera ſectio quæ eſt in p, inter c & i, ne ſequatur impoſsibile. At ponam⁹ circulũ ipſum per f & g, & punctum o, deſcriptum eccentricum non ſecare, ſed tangere, quemadmodum in ſubiecta apparet figura. Erit itaque cẽtri æquatio in ipſo o facta reliquis omnibus maior ipſi⁹ ſemicirculi a c d. Eſto enim punctum quoduis aliud in eodem ſemicirculo r, & connectantur f r & g r: à puncto autem t, in quo recta f r, circulum ſecat f g o, ad punctum g. recta ducatur linea g t: angulus igitur f t g, interiore oppoſitoq; g r t trianguli g t r, maior erit per 16. propoſitionem primi libri Euclidis. Atqui æquales inuicem ſunt duo anguli f o g & f t g, quia in vno eodemq; ſegmento conſiſtunt circuli f g o: maior igitur eſt angulus f o g, angulo g r t ſiue g r f. Quapropter æquatio centri in o, maxima erit earum omnium quæ in alijs pũctis fieri poſſunt ſemicirculi a c d: & idcirco non omnes æquationes, quæ contingunt in punctis circumferentiæ c i, inter ſe æquales erunt, quod erat à nobis demonſtrandum. Atque ex his ſimul concludes quod ſi circulus per f & g, deſcriptus eccentricum tetigerit, in quo puncto eum tetigerit, ibi maxima fiet æquatio centri. Rurſus in quo puncto maxima fuerit æquatio centri, ibi circulum per f & g, deſcriptum eccentricum tangere neceſſe eſt. Eſto enim maxima æquatio in o, & deſcribatur circulus circa triangulum f g o: vel igitur tangit eccentricum in ipſo o vel ſecat. Si tangit: in eo igitur puncto maxima fit æquatio. Si ſecat: in duobus igitur locis ſecat, atq; in eis æquales erunt æquationes: in punctis autẽ intermedijs maiores contra hypotheſim: quare non ſecat, ſed tangit.

Annotatio quarta.

AT quia nondum ex ijs quæ demonſtrauim⁹, liquet, ſitne in eccentrico aliquod punctum, in quo deſcriptus circulus per f & g, cũ tangat, & quãnam arte illud ſit inueſtigandum, vt ſcilicet compertum habeamus, vtrum inter omnes cẽtri æquationes quæ in vno ſemicirculo fiũt, qui eſt ab auge ad oppoſitum augis, vna ſit omnium maxima: operæpretium igitur erit in primis hoc quod ſequitur problema abſoluere.

Propoſitam rectam lineam a b, ſectam vtcunque in puncto c, eam denuò ita ſecare, vt maioris ſegmenti quadratum minoris quadratum excedat quadrato rectæ a c. Quod quidem vt faciamus, ſuper ipſa a b, quadratum conſtituemus a b e d, & ducto dimetiente a e, quadratoq; conſtructo ex a c, quod dicatur a c f g: ad datam igitur rectam lineam b e, in dato angulo a b e, parallelogrammum cõſtituemus b e k i rectilineo c f e b, æquale per 44. & 45. primi libri Euclidis. Aio datam rectam lineam a b, ſectam eſſe in i, in duo inæqualia ſegmenta a i maius, & b i minus, quadratumq; ex a i, quadratum ſuperare ex b i, quadrato ex a c. A pũcto enim l, in quo recta K i, dimetientem ſecat a e, recta linea excitetur m n, ipſi a b æquidiſtans: duo igitur parallelogrãma m i & K n, quadrata erunt, per correlarium quartæ propoſitionis 2. libri Euclidis, & duo ſuplementa b l & K m, æqualia per 43. primi libri. Et quoniam quadrilaterum c f e b, parallelogrãmo b k, æquum eſt per conſtructionem: cõmune igitur auferatur rectilineum b e l i, & æqualia inuicem relinquentur per communẽ

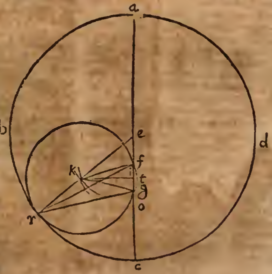
ſen



ſententiam rectilineum c f l i, & triangulum K l e. At ipſum rectilineum c f l i, rectilineo g f l m, æquum eſſe oſtendes per eandẽ cõmunẽ ſententia: æqualia etiam inter ſe ſunt duo triangula K l e & l e n. gnomon igitur g f c i l m, qui quidẽ relinquitur detracto quadrato c g, ex quadrato m i. quadrato K n, æqualis erit per cõmunem ſententiã. Et idcirco duo quadrata K n & c g, ſimul ſumpta quadrato m i æqualia erunt. Quadratum itaque m i, quadratum ſuperat K n, ipſo quadrato c g. At quadratum m i, ſuper recta a i, conſtructũ eſt: quadrati veró k n latus quod eſt l n rectę b i, eſt æquale: igitur in propoſita recta linea a b, pũcto ſignato c, ipſam denuò ita ſecauimus, vt quadratum ex a i, maiori ſegmento quadratum minoris ſuperet quadrato quod ex a c, quod faciendum erat. Numeris autem difficile nõ erit ipſa ſegmẽta inuenire iuxta præſentem demonſtrationem. Sit enim ipſa a b, recta linea partium æqualium 60. rectæ verò a c, quadratum 600. ſitq; eadẽ a b, ita ſecta in i, vt quadratũ ex a i, quadratum ſuperet ex b i, ipſis 600. oporteat que inuenire quãtæ ſint eædẽ a i & b i. Igitur quoniã quadratũ ex a b, eſt 3600. detrahemus ex hoc numero 600. & relinquentur 3000. quorum dimidium 1500. diuidemus per 60. & veniẽt ex partitione 25. tãtaq; erit b i: & idcirco reliquum ſegmentum a i, partium erit 35. Quòd ſanè cum propoſito cõuenit: nam quadratũ ex 35. eſt 1225. quadratum verò ex 25. eſt 625. ablatis igitur 625. ex 1225. relinquuntur 600. quibus quadratũ maioris ſegmenti quadratũ ſuperat minoris ſegmenti.

His igitur ita oſtẽſis punctũ inueniemus in eccentrico, in quo maximã fieri centri æquationẽ neceſſe eſt, quantũq; idem punctum ab auge diſtat, numeris indicabimus. Eſto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius cẽtrũ e, diameter augis a c, centrũ mundi f: pũctum verò oppoſitum centro e, à quo quidem ducitur linea augis mediæ epicycli ſit g. Dico quòd in ſemicirculo a b c, punctum vnum eſt in quo maxima fit centri æquatio, quod quidem hac arte inueniemus. Deſcripto ſuper e f quadrato rectam ponemus e i, in ſemidiametro e c, æqualẽ dimetienti eiuſdem quadrati. Quadratum igitur ex e i, duplici quadrato ex e f: æquũ erit, per 47. propoſitionẽ primi lib. Euclid. & cõmunẽ ſententiã. Deinde verò propoſitam lineam rectam e c ita ſecabimus, vt quadratum ſegmenti maioris quadratum ſuperet ſegmenti minoris quadrato ex e i, per præcedens problema. Sit itaque ſegmentum maius e o. ſegmẽtum porrò minus ſit c o. Et quoniam ſuppoſita doctrina Ptolemæi, quòd punctum i g, ſit inter

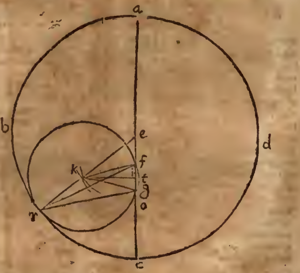
ſ &



f & c, & quòd e f & f g, ſint æquales, neceſſe eſt vt trium rectarum e o & c o & e f, quævis duæ ſimul aſſumptæ reliqua ſint lõgiores, quod qui dem modò ſumimus: inferius tamen oſtendemus. Ex duabus igitur rectis lineis quæ ipſis e o & c o, ſint æquales, cum recta e f, triangulum conſtituemus e f K, per 22. propoſitionem primi libri Euclidis. Sitq; e K, æqualis rectæ e o, recta autem f K, æqualis rectæ c o, & extendatur e k, in rectum atque continuum, donec oc currat eccentrico in puncto r.

Dico quòd in ipſo r, maxima ſit centri æquatio earum omnium quæ conſtituuntur in ſemi circulo a b c. Nam quoniam quadratum ex eo æquum eſt duobus quadratis ex c o & ex e i: quadratum igitur e k, æquũ erit duobus quadratis ex f k & e i: quadratum verò ex e i, æquum eſt duplici quadrato ex e f: quadratũ itaq; ex e K, duobus quadratis ex e f, & quadrato ex f k æquũ erit: & idcirco angulus K f e, obtuſus erit. Deducatur autem à puncto K, recta linea K t, rectos angulos efficiens cum e f, in rectum producta in ipſo puncto t, per 12. propoſitionem ipſius primi libri Euclidis. æquum idcirco erit quadratum lateris e K, quadratis laterum e f & f k, cum eo quod fit ex e f in f t bis, per 12. ſecundi libri Euclidis: & propterea duo quadrata ex e f, cũ quadrato ex f K, ipſis quadratis ex e f & f k, cũ eo quod bis fit ex e t in f t, æqualia erunt, per communem ſententiam quæ vni atque eidem ſunt æqualia. Ab ijs autem auferemus communia quadrata ex e f & f k: & idcirco æqualia inuicem relinquentur quadratum ex e f, & quod bis fit ex eadem e f in f t. At eidem quadrato ex e f, æquum eſt quod bis fit ex ipſa e f, in dimidium eiuſdem e f, per 2. ſecundi libri Euclidis: quæ igitur fiunt ex e f in f t, & ex e f, in dimidium eiuſdem e f, æqualia inuicem ſunt. Et idcirco recta linea f t, dimidio rectæ e f, æqualis erit: æquales porrò ſunt e f & f g, per hypotheſim: duæ igitur f t & t g, inter ſe æquales erunt per communem ſententiam.

Rectam porrò connectemus f g, & in duobus triangulis rectangulis f t k & g k t, baſes f K & K g, æquales inuicem oſtendemus per quartã propoſitionem primi libri Euclidis. At æquales poſuimus e k & e o, quibus ablatis ex æqualibus e r & e c, æquales relinquuntur K r & c o: ipſi autem c o æqualis poſita fuit f K: igitur f k & k r, æquales inuicem erunt per communem ſententiam: & proinde tres rectæ lineæ K f, K g, & K r, æquales erunt inter ſe. Circulum itaq; deſcribemus ſuper K centro, interuallo autem k r, qui neceſſario tranſibit per puncta g & f. Et quoniam circulorum a b c d & f r g, centra K & e, in vna eademq; recta linea ſunt e r, & ipſum r, punctum in vtroq; ipſorum eſt: circu-



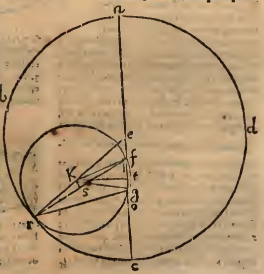
lus igitur f r g, circulum a b c d, tanget in eodem puncto r. Non ſecat enim, quia per 10. propoſitionem tertij, & 20. primi ſequeretur impoſſibile contra circuli definitionem. Rectas itaque connectemus f r & g r: & angulus idcirco f r g, maximus erit eorum qui ad reliqua puncta ſemicirculi a b c, conſtitui poſſunt, ex lineis à punctis f & g venientibus, per ea quæ demonſtrauimus in Annotatione 3. Contrapoſiti porrò ſunt ipſi ijdem anguli eis qui in centro epicycli æquationem centri ſub tendunt: & proinde maxima æquatio cẽtri in puncto r fit, quod inueſtigandum ſuſcepimus.

Lemma.

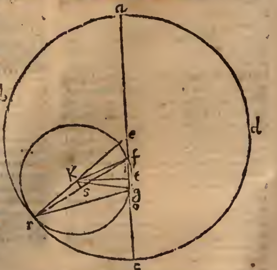
QVod autem ſumpſimus trium rectarum li-
nearum e o, c o, & e f, quoſlibet duas
ſimul ſumptas reliqua longiores eſſe, facile erit
demonſtrare. Nã e o & c o, maiores ſunt quàm
e f. præterea quoniam e o, maior eſt quàm c o:
igitur e o & e f, multo maiores ſunt quàm c o.
At quod c o & e f, maiores ſint quàm e o, ita
oſtendemus. Minor enim eſt f o quàm c o. Nã
ſi eſt ei æqualis: igitur quoniam quadratum ex
c o, cum duplici quadrato ex e f, quadrato ex
e o, æquum eſt: ipſi verò quadrato ex e o, æqua
lia ſunt quadrata ex e f & f o, cum eo quod bis
fit ex e f in f o, per 4. propoſitionem ſecundi
libri Euclidis: duo igitur quadrata ex e f, cum
quadrato ex f o, æqualia erunt per communem
ſententiam quadratis ex e f & f o, cum eo quod
bis fit ex e f in f o. Quapropter detractis ex eis
quadrato vno ex e f, & quadrato ex f o: æqualia
idcirco relinquentur quadratum ex e f, & id
quod bis fit ex e f, in f o: & proinde recta e f re-
ctæ f o, dupla erit per conuerſionem 36. propoſi
tionis primi libri & communem ſententiam,
totiq; f c æqualis contra hypotheſim. nam iux
ta doctrinã Ptolemæi & authoris Theoricarũ
æquales poſuimus e f & f g, multoq; minores
quàm f c, ſimilli ſyllogiſmo oſtendes maiores
non eſſe f o ipſa c o. Quoniam enim quadrata
duo ex e f, cum quadrato ex c o, qua
drato ex e o, æqualia ſunt: eidem ve-
rò quadrato ex e o æqualia etiã ſunt
quadrato ex e f & f o, cum duplici e-
ius quod fit ex e f in f o: duo igitur
quadrata ex e f, cum quadrato ex c o
ipſis quadratis ex e f & f o, atq; dupli
ci eius quod fit ex e f in f o, æqualia
inuicem erunt per communem ſen-
tẽtiam. A duobus itaq; quadratis ex
e f, atq; quadrato ex c o, vnum qua-
dratum auferemus ex e f vna, & qua
dratum ex c o, & relinquetur vnum
tantum quadratum ex e f: à quadra-
tis verò ex e f & f o, cum duplici eius
quod fit ex e f in f o, quadrata auſe-
remus ex e f & f o, quæ quidem ma-
iora ſunt, ſi maius eſt f o quàm c o, &
maius relinquetur idcirco quadratũ
ex e f, duplici eius quod fit ex e f in
f o. Et propterea ſegmentum f o, mi-
nus eſt dimidio ipſius e f, per cõmu-
nem ſententiam: ſegmentum igitur c o, mul-
tò minus dimidio eiuſdem e f: quare multò ma-
ior erit recta linea e f quàm f c, rurſus contra
hypotheſim: & propterea minor eſt f o quàm c
o: & proinde maiores ſunt ipſæ c o, e f quàm e
o, per communem ſentẽtiam, quod erat aſſum-
ptum.

Annotatio quintà.

NVnc verò conſequẽs eſt, vt oſtẽ
damus quantum ab auge diſtet
ipſum punctum r, in quo quidẽ
maxima cẽtri æquatio fit, quod
admodũ facile erit, ſi modo pro
portionem ſemidiametri e c, ad
eccentricitatem e f, cognitam ſupponamus ex
doctrina Ptolemæi. Quoniã enim recta e i, dia
meter poſita eſt eius quadrati cuius recta e f la-
tus eſt: quadratum igitur ex e i cognitum erit:
duplex enim eſt quadrati rectæ e f. Recta verò
e c, ea arte ſecta eſt in ſegmẽta e o & c o, vt qua
dratum ex e o, quadratum ſuperet ex c o ipſo
quadrato ex e i: quapropter ipſæ rectæ lineæ e
o & c o, (quemadmodum ſuperius docuimus)
in eiſdem partibus in quibus e c & e f, cognitæ
ſunt, patefient. Et quoniam recta f t, dimidiũ
oſtenſa eſt ipſius e f aut f g: tota igitur t e cog-
nita erit. Similiter quoniam e K æqualis poſita



fuit rectæ e o: cognita igitur erit, item & K f, quoniam æqualis eſt rectæ c o, nota prodibit. Iam igitur in rectangulo triangulo K e t, quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli t K e, ſic latus e K, ad latus t e: prima autem quātitas tertia atque quarta cognitæ ſunt: ſecunda igitur quæ eſt ſinus rectus acuti anguli t k e, cognita veniet, & per tabulam ſinus recti ipſe angulus t k e, cognitus erit. Simili quoq; ſyllogiſmo in triangulo rectangulo K t f, ex duobus lateribus cognitis f k & f t, cognoſcetur angulus f K t, quem auferemus à gradibus 90. & reliquus acutus angulus k f t, cognitus relinquetur. Ipſum porrò angulum f K t, ex angulo auferemus e K t, & cognitus relinquetur angulus e K f. Is verò exterior eſt in triangulo Iſoſceli f k r, in quo quidem duo anguli K r f, & k f r æquales inuicem ſunt: duplex igitur eſt idem angulus e k f anguli K f r: & idcirco ipſe angulus k f r, cognitus erit, quem auferemus ab angulo K f t, qui iam innotuit: & angulus igitur r f t, diſtantiæ puncti r, ab oppoſito augis notus prodibit: quare & diſtantia eiuſdem puncti ab auge ignorari nō poterit. Inuenit autem Ptolemæus rectam e f, talium partium 10. cum minu. 19. qualium ſunt in e c, 49. cū m̄. 41. recta enim a f, earundem partium continet 60. Quapropter ſi ipſam e c partium æqualium ponamus 100000. erunt in recta e f, 20765. cuius quidē quadratum ſi duplicauerimus, & à quadrato rectæ c c, ſubtraxerimus: relicti verò dimidium quod eſt 456881477$\frac{1}{2}$. in partes 100000. diuiſerimus, veniēt ex ipſa partitione 45688. tātaq; igitur erit recta c o: quare reliqua e o, partium erit 54312. Et quoniam f t, dimidio rectæ e f, eſt æqualis: tota igitur t e, partium erit 31147. $\frac{1}{2}$ quam ſi in partes 100000. ſinus totius multiplicauerimus: productum verò per 54312. partes videlicet rectæ K e diuiſerimus, in quotiente veniet ſinus rectus anguli t k e, cuius arcus inuenitur graduum 34. min. 59. ſe. 40. Rectam porrò f t, partium nempe 10382. cum ſemiſſe in ſinum totum multiplicabimus: productum verò diuidemus in numerum partiū 45688. quē continet f K, & veniet in quotiēte ſinus rectus anguli f k t, cuius arcus inuentus erit Grad. 13. min. 8. ſe. 7. quapropter reliquus angulus K f t, trianguli rectanguli K t f, graduum erit 76. mi. 51. ſe. 53. Ab angulo porrò t K e, qui iam innotuit, Gr. videlicet 34. min. 59. ſe. 40. ſubtractis Gr. 13. min. 8. ſe. 7. anguli f k t gradus relinquē tur 21. minu. 51. ſe. 33. pro magnitudine anguli e k f, cuius quidem anguli dimidium, angulus nempe K f r, graduum erit 10. min. 55. ſe. 46. his itaq; ſubtractis ex gradibus 76. min. 51. ſe. 53. anguli K f t, gradus relinquentur 65. mi. 56.



ſe. 7. totq; comprehendet angulus r f t, diſtantiæ puncti r, ab oppoſito augis: quare diſtantia eiuſdem puncti ab auge graduum erit 114. mi. 3. ſe. 53. tantum igitur erit Lunæ centrum cum epicyclus conſtitutus fuerit in eo puncto eccētrici, in quo maxima fit centri æquatio.

Annotatio ſexta.

QVanta verò ſit ipſa maxima cētri æquatio ex his quæ modo demonſtrauimus, ſtatim concludes. Angulus enim t K e, inuentus fuit Gr. 34. minu. 59. ſe. 40. Atqui angulus f k t, Gr. cōtinet 13. minu. 8. ſe. 7. cui quidem æqualis exiſtit angulus t K g, per 4. propoſitionem primi libri Euclidis: totus igitur angulus g K e, graduum erit 48. minu. 7. ſe. 47. Et quoniam in trian

triangulo k g r, Iſoſceli exterior angulus g k e, interioris oppoſiti q; g r k, duplex eſt per 5. atque 16. primi libri Euclidis: ipſe igitur angulus g r K, graduum erit 24. minu. 3. ſe. 53. ab iis autem auferemus Gr. 10. minu. 55. ſe. 46. anguli k r f, qui angulo K f r, æqualis oſtenſus fuit, & relinquētur Gr. 13. min. 8. ſe. 7. pro magnitudine anguli f r g, maximæ æquationis centri. In his autem ſupputationibus tabula ſinus recti vtimur circuli ſemidiametrum ſupponēte partiū æqualium 100000. à Petro Appiano conſtructa.

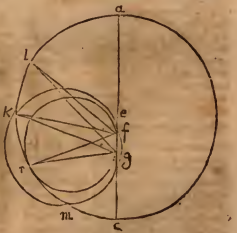
Annotatio ſeptima.

SI diſtantiam epicycli à centro mundi cognoſcere cupis, cum eſt in puncto r, in quo loco maximam habet æquationem centri, id facile conſequi poteris deducta à puncto k, perpendiculari K s. in lineam f r. Duæ enim rectæ lineæ f s & r s, æquales inuicem erunt: angulus porrò K f r, iam notuit: igitur reliquus f K s, cognitus quoque erit per 32. propoſitionem primi libri Euclidis. Atqui ſicut ſinus totus ad ſinum rectum ipſius anguli f K s, ſic recta f K ad rectam f s: quarum quidem quantitatum tres priores cognitæ ſunt: poſtrema igitur quæ eſt f s, per commune documentum numerorum proportionalium patefiet. Dimidium eſt autem ipſa f s, rectæ lineæ f r, tota idcirco f r, innoteſceti & proinde diſtantia centri epicycli à centro mundi in eo ſitu in partibus ſemidiametri e c cognita erit. Hac porrò arte rectam f s, inuenimus 44859. quare tota linea f r, talium erit 89718. qualium in ſemidiametro eccentrici ſunt 100000.

Annotatio octaua.

PRæterea annotatione dignum cēſemus, quòd æquationū cētri quæ fiūt in circūferentia a r, videlicet inter augem & punctum r, in quo quidem maxima contingit æquatio, quæcunque factæ fuerint in punctis vicinioribus eidem puncto r, maiores erunt: quæ vero in punctis diſtantioribus, minores. Similiter earum, quæ contingunt in c r, reliquo ſegmento ſemicirculi a r c, quæ in punctis vicinioribus ipſi r, factæ fuerint, maiores erunt iis quæ in punctis ab eodem r, remotioribus. In ipſo enim eccentrico Lunæ eſto r punctum illud, in quo maxima centri fit æquatio, ſitq; in circumferentia a r, punctum K, vicinius eidem puncto r, quàm l. Dico quòd maior æquatio centri continget in k, quam in l. Rectæ enim lineæ f K, & g K, connectantur, & circa triangulum f g K, circulus deſcribatur f g k: quem quidem oſtendemus eccentricum minime tangere, ſed ſecare in K: & in alio rurſus puncto inter c & r. Nam ſi tangit in ipſo k: minor igitur erit æquatio in r, quam in k, per ea quæ demonſtrauimus in annotatione tertia: punctum enim contactus vnum tantū eſt per decimamtertiam decimitertii Euclidis: at maxima poſita fuit in r: igitur impoſſibile contra hypotheſim. Quapropter circulus ipſe f g k, eccentricum ſecat in K: & quoniam in duobus locis ſecare neceſſe eſt, alteram ſectionē oſtendemus eſſe inter c & r. Nō enim in r: q̄m ſi eſt in ipſo r, duo igitur æquationum anguli f r g, & f K g, æquales inuicem erūt: minores autem iis qui facti fuerint inter ipſa

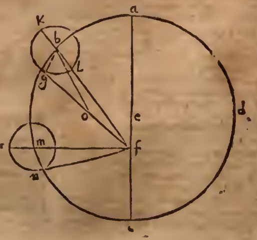
T pun-



puncta k & c, per ea quæ in annotatione prima demonſtrauimus: & idcirco non erit in r, maxima centri æquatio contra hypotheſim. Neque ſecare poterit eccentricum idem circulus f g h, in alio puncto præter K. poſitum inter a & r: quoniam ſi in alio puncto circumferentiæ a r ſecat, maiores igitur erunt æquationum anguli in ipſis ſectionum punctis, quàm in r, per demonſtrationem annotationis ſecundæ, rurſus contra hypotheſim: & propterea non ſecat iterum in aliquo puncto circumferentiæ a r, & proinde inter c & r ſecabit. Secet igitur in puncto m: & erunt igitur æquationum anguli in K & m, punctis inuicem æquales: maiores autem ea quæ vel in l fit, vel in quibuſuis alijs punctis inter a & K, & inter c & m, per prædictam demõſtrationem annotationis ſecundæ. In punctis itaq; circumferentiæ a r, vicinioribus puncto maximæ æquationis centri, maiores contingent æquationes, quam in remotioribus. Idem quoque oſtendemus de æquationibus factis inter c & r, quemadmodum demonſtrandum ſuſcepimus.

Annotatio nona.

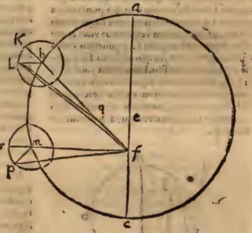
LVna exiſtente in ea recta linea, quæ a centro mundi ducta epicyclum tangit, maxima fit in quolibet ſitu epicycli æquatio argumenti: maior tamẽ contingit in ſitu epicycli centro mundi propinquiore, quàm in ſitu remotiore. Centro igitur epicycli in oppoſito augis eccentrici conſtituto, ſi luna in recta linea exiterit a centro mundi veniẽte, ipſumq; epicyclum contingente, maxima omnium habebitur æquatio argumenti. Eſto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius centrũ e: mundi verò f, linea augis ſit a c, & cõſtituatur epicyclus in ſitu quouis b: ab ipſo autem mundi centro f, recta linea excitetur f g, in eccẽtrici plano circulũ maximum epicycli qui in eodem plano exiſtit contingens in puncto g, & recta linea f b. producatur vſque ad K. in circumferẽtia ipſius epicycli: corpus verò lunare ponatur in g. Erit igitur K punctũ augis veræ. Eſto autẽ motus Lunæ in eccentrico à loco b in d, per a: argumentum igitur verum erit circumferentia k g, vno ſemicirculo minor, æquatio porrò illius argumenti arcus zodiaci erit quem angulus b f g ſubtẽdit, oppoſitum augis veræ epicycli ſit punctum l. Itaque manifeſtum eſt quod à puncto f. nulla alia recta linea duci poteſt, quæ ſemicirculum contingat k g l, præter f g: aliter enim ſequeretur impoſsibile contra vtriuſq; ſententiam communẽ: reliquæ igitur omnes quæ in ipſum ſemicirculum cadunt, eum ſecant: & propterea æquationis argumenti angulus b f g, maximus erit. Ponatur autem epicyclus in ſitu m inter b, & oppoſitum augis eccentrici, & connectatur f m: ipſa idcirco recta f m. minor erit quam f b per ſeptimam propoſitionem tertij libri Euclidis. Ab ipſo porro f, mundi centro recta linea ducatur, quæ circulum maximum epicycli, qui in ipſo plano eccentrici eſt, contingat, ſitque punctum contactus in n, & producatur f m, vſque ad r, punctum augis veræ: maximus igitur angulus æquationis argumenti in ſitu m, erit m f n, quem dico maiorem eſſe angulo b f g, maximæ æquationis argumenti in ſitu b. Rectæ enim lineæ connectantur b g, & m n: anguli igitur ad g & n, puncta recti erunt per conuerſionem 16. tertij libri Eucl. maior autẽ oſten



oſtenſa fuit b f, ipſa f m: maior igitur erit f g, quam f n, in rectangulis triangulis b f g, & m f n, per 47. propoſitionem primi libri Euc. & cõmunem ſententiam. Ab ipſa igitur f g, recta linea abſcindatur g o, rectæ f n æqualis, & connectatur recta b o: duo igitur anguli b o g, & m f c, triangulorum g b o, & n m f, æquales inuicẽ erunt per 4. propoſitionem primi libri Euclid. Atqui maior eſt ipſe angulus b o g, angulo b f g, per decimamſextam propoſitionem eiuſdẽ primi libri: exterior enim eſt atque ei oppoſitus in triangulo o b f: maior igitur per communem ſententiam angulus m f n, angulo b f g. Et proinde maxima æquatio argumenti quæ in ſitum contingit, centro mundi propinquiore, maximam æquationem argumenti ſuperat quæ in ſitu b, ab eodem centro remotiore. Et propterea cum ipſe Lunæ epicyclus conſtitutus fuerit in c, oppoſito augis eccẽtrici, in ſitu nempe mundi centro viciniſsimo maxima omnium æquatio continget: quòd poſtremò demonſtrandum erat. Memineris tamen, quòd in quo ſitu maxima æquatio argumenti maximam æquationem argumenti alterius ſitus ſuperat, inibi quoque argumentum verum altero argumento verò maius erit. Quoniam enim angulus m f n, angulo b f g maior eſt: reliquus igitur f m n, reliquo f b g minor erit: & propterea argumentum n r, argumento K g maius erit.

Annotatio decima.

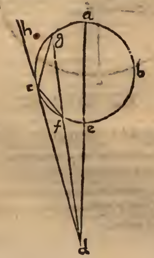
IN ſemicirculo epicycli qui ab auge vera ad oppoſitum augis, ſi argumenta vera æqualia fuerint: ipſi tamen ſitus epicycli inæqualium à centro mundi diſtantiarum, maior continget æquatio in ſitu propinquiore, quàm in remotiore. Epicyclo enim conſtituto in ſitu b, à centro mundi diſtantiore, luna exiſtat in l: conſtituto autem in m, ſitu viciniore, exiſtat in p, & argumentum verum K l, argumento vero r p, æquum ſubijciatur. Dico quòd maior æquatio reſpondet argumento r p, quàm argumento k l: connectantur enim rectæ lineæ f l & f p, & à maiori quæ eſt b f, abſcindatur b q, æqualis ipſi f m, & connectatur q l. In duobus igitur triangulis q l b & f p m, duo anguli b q l & m f p, æquales inuicem erunt per quartam propoſitionem primi lib. Euclidis: æquales enim ſunt duo anguli l b f & p m f. At maior eſt ipſe angulus b q l, quàm b f l, per 16. propoſitionem ipſius primi libri Euclidis: exterior enim eſt, illiq; oppoſitus in triangulo q l f: maior igitur erit angulus m f p, angulo b f l, per communem ſententiam. Et proinde in ſitu propinquiore par argumentum maiorem habet æquationem, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Ex quo inferes, quoduis argumentum maiorem habere æquationem in oppoſito augis eccentrici, quàm in quolibet alio ſitu.



Annotatio vndecima.

¶ *Quando in vno atque eodem ſitu epicycli inæqualibus argumentis pares reſpondent æquationes, plus diſtat à fine argumenti maximæ æquationis illius ſitus, finis argumenti minoris, quàm finis maioris.*

IN circulum enim a b c, à puncto d, extra ipſum poſito recta deducatur linea d e a, per centrum eiuſdem i recta item d f g, præter centrum & recta d h, quæ eum contingat in c. Dico quod arcus c g, maior eſt quam f c. Rectæ enim lineæ coonectantur f c & g c: in triangulo igitur c d g, exterior angulus g c h, duobus interioribus oppoſitiſq; c g d & c d g æqualis eſt: at verò angulus c f g, eidem g c h, æqualis eſt per 32. propoſitionem tertij libri Euclidis: quia conſtitutus eſt in alterna portione: æqualis igitur eſt ipſe angulus c f g, eiſdē duobus c g d & c d g, per cōmunem ſententiam, & proinde maior eſt idem angulus c f g, quàm c g d: maiori autem angulo maior reſpondet arcus per 33. propoſitionē ſexti libri Euclidis: maior igitur eſt arcus c g, arcu c f. Ponamus itaque ipſum circulum a b c, epicyclum Lunæ d, centrum mundi a, punctum augis veræ a g, argumentum minus a f, argumentū maius, quibus quidem reſpondeat vnus atque idem æquationis angulus a d g: punctum porrò c, contingentiæ erit, in quo maxima fit æquatio argumenti in eo ſitu. Luna igitur conſtituta in f & g, æquales erunt æquationes ipſorum inæqualium argumentorum a g & a f: plus autem diſtabit punctum g, terminus minoris ab ipſo c, quam f, terminus maioris, quod demonſtrandum erat.



Annotatio duodecima.

OStenſum eſt in Annotatione 10. parium argumentorū æquationes ab auge eccentrici vſque ad oppoſitum augis, ita augeri, prout centrū epicycli centro mundi vicinius fit. Quare oportebat ad inueniendum verum motum Lunæ tot tabulas æquationum argumentorum conſtruere, quot ſunt ſitus epicycli, ſaltem per binos aut ternos gradus extenſas. Sed quia hoc operoſum erat: Ptolemæus igitur facilem quandam rationem excogitauit, qua argumentorum æquationes ad omnem ſitum inueniri poſſent, quanquam ea à certiſsimo computo nonnihil diſcreparet. Quod quidem vt efficeret, maximas argumenti pro quolibet ſitu æquationes in primis ſupputauit: & quia hæ quoque ab auge eccentrici ad oppoſitum augis perpetuo augentur, quemadmodum ſuperius demonſtrauimus: maximā igitur argumenti æquationem quæ fit in auge à maxima oppoſiti augis ſubtraxit, differentiā verò in 60. æquales particulas ſexageſimasúe diuiſit, quæ in tabulis æquationum minuta proportionalia appellantur.

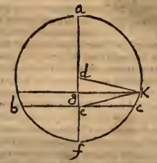
Similiter ipſam maximam æquationem argumenti augis à maxima argumenti æquatione, quæ in omni alio ſitu contingit, ſubtraxit, quotq; ſexageſimas ſiue minuta proportionalia vnaquæque differentia haberet, per regulā numerorum proportionalium inuenit.

Nam ſicut ſe habet maxima illa maximarū æquationum differentia, quæ in 60. particulas diuiſa fuit, ad differentiam repertam in dato ſitu cētri epicycli, ſic numerus 60. ad numerum ſexageſimarum, quæ ipſi ſitui debentur.

Huius porrò proportionis tres primi termini cogniti ſupponuntur: quartus igitur innoteſcet. Hac itaque arte minuta proportionalia pro quolibet centro diſtantiaúe epicycli ab auge eccentrici in tabula æquationum Lunæ poſita ſunt. Subiecit autem, quod in vniuerſum ſicut differentiæ maximarum æquationum argumēti ſe habent inter ſe, ſic & differentiæ æquationum parium, quorumcunque argumentorum in ipſis eiſdem locis eccentrici: tametſi à iuſta atque exacta proportione nonnihil aberretur. Quamobrem ſatisfeciſſe putauit, ſi tabulam vnam duntaxat, conſtrueret æquationis ſingu-

lorum argumentorum pro ſitu augis, appoſitis è regione differentijs earundem æquationum, ab ijs quæ in oppoſito augis contingunt: quas quidem differentias diuerſitates diametri circuli breuis appellant. Quando itaque operæpretium eſt inuenire, quanta ſit æquatio dati argumenti, per centrum Lunæ inueniuntur in primis minuta proportionalia, poſtea verò elicitur ex ipſa tabula æquatio dati argumenti pro ſitu augis, necnon diuerſitas diametri differentiáue ab ea æquatione quam par argumentum in oppoſito augis habet. Et quia numerus minutorum proportionalium cognitus eſt: per regulam igitur numerorum proportionaliũ quãtum illius diuerſitatis ſuperaddere oporteat, ipſi inuentæ æquationi in dato ſitu, illico innoteſcet.

Quoniam enim ſicut 60. ad numerum minutorum proportionalium è regione dati centri inuentum: ſic diuerſitas diametri è regione dati argumenti reperta, ad eam diuerſitatem, quæ dato ſitui debetur, & harum 4. quãtitatum primæ tres cognitæ ſunt: quarta igitur patefiet, quam quidem inuentæ æquationi adijciemus, & æquatio idcirco ipſius dati argumenti tandem cognita prodibit. Hanc autem doctrinam minutorum proportionalium & æquationum argumentorum ex Ptolemæo colliges libro 5. capit. 7. & 8. & à Ioanne de Mõteregio propoſitione 11. Ex qua palàm eſt, minuta ipſa 60. proportionalia ſexageſimas non eſſe exceſſus maioris lineæ, quæ à centro mũdi ad augem eccentrici protẽditur ſupra minorem, quæ ab eodem centro it ad oppoſitum augis, tametſi hoc apertiſsimè Georgius Purb. ſcribit: ſed potius ſexageſimas eſſe exceſſus maximæ æquationis argumenti, quæ in oppoſito augis contingit, ſupra maximam æquationem argumenti quæ fit in auge. Ioannes verò Baptiſta cum vtrãq; ſententiam recitaret de minutis proportionalibus ita ait: ſed vel prima vel ſecunda opinio teneatur, operatio in hoc nullo modo fallit, quia vbi contingunt eſſe triginta minuta proportionalia, partes ſcilicet exceſſus longioris lineæ ſupra breuiorem extra circumferentiam, ibi etiã triginta partes ſexageſimarum diuerſitatis diametri addi debent, & econuerſo: ſed error eſt manifeſtus, quemadmodum mox oſtẽdemus. Circulus enim a b c. cuius centrum d, eſto eccẽtricus Lunæ, centrum mundi ſit e, in quo recta linea b c, cum augis linea quæ ſit a f, rectos angulos efficiat: ipſorum verò centrorum interuallum quod eſt d e, in duo æqualia ſecetur in g, & ab ipſo puncto medio recta linea excitetur g K, ad rectos angulos ſuper a f, & connectãtur d K, & e k. In duobus itaque triangulis rectangulis d g K, & e g K, duo latera d k, & e k, æqualia inuicem erũt per quartam propoſitionem primi libri Euclidis.



Quapropter centro epicycli Lunæ conſtituto in K, diſtabit à centro mundi interuallo æquali ſemidiametro eccentrici: recta verò linea a e, eccentrici ſemidiametrum ſuperat interuallo d e, ideſt, minutis proportionalibus triginta ſecundum Purbachij ſententiam. In puncto igitur K, centro epicycli conſtituto 30. habebuntur minuta proportionalia. Et proinde in ipſo ſitu k, triginta ſexageſimæ diuerſitatis addi debent, dimidium nempe ipſius. At cum centrũ epicycli eſt in c, centrum Lunæ, ideſt, diſtantia epicycli ab auge eccentrici gradus complectitur nonaginta, quibus reſpondent in tabula æquationum Lunæ minu. proportionalia 26. in K: igitur vbi centrum Lunæ minus eſt gradibus 90. pauciora debẽtur proportionalia minuta, quàm 26. quare centro epicycli conſtituto in k, multo minus diuerſitatis addendum eſt quàm 30. ſexageſimæ: & proinde errat in hoc Ioannes Baptiſta: quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Georgius Purbach. (vt puto) minuta proportionalia ita definire voluit, vt rudiores intelligerent argumentorum æquationes ita augeri, prout centrum epicycli ad centrum mundi propius accedit.

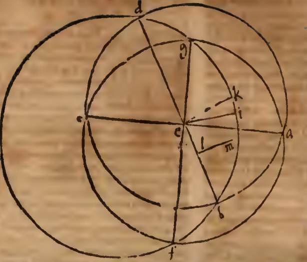
De

De Marte, Ioue, atque Saturno.

Annotatio prima.

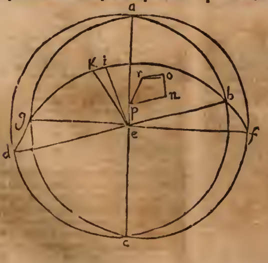
CVm Georgius Purbachius intelligeret axes orbium deferentium epicyclos trium planetarum ſuperiorum ad axem zodiaci annuere: putauit idcirco (vt ſuſpicor) ipſos eccentricorum axes zodiaci axem ſecare, quod quidem in ſolo Marte verum eſt atque neceſſarium: in Ioue autem & Saturno impoſſibile. Quoniam enim eccentrici Martis ſuperficies à ſuperficie eclipticæ declinat ſemper, quantitate maxima inuariabili manente, quemadmodum de Luna dictum eſt: ipſam igitur eccentrici circuli ſuperficiem eo vſq; productam intelligemus, donec ad côuexum octauæ ſphæræ perueniat. Huius itaque ſuperficiei & octauæ ſphæræ communis ſectio circulus erit, per primam propoſitionem primi libri Theodoſij, maximusq; per 6. eiuſdem primi libri. Eſto igitur in ſubiecta figura huiuſmodi circulus a b c d, cuius centrum e, circulus verò eclipticæ ſit a f c g, eorum communis ſectio ſit diameter a e c, polus eclipticæ Boreus ſit i: circuli verò a b c d, polus ipſi polo i, vicinior ſit K, & per ipſos duos polos i & k, circulus maximus deſcribatur d i f, per 20. propoſitionem ipſius primi libri Theodoſij, cuius communis ſectio cũ plano eclipticæ ſit diameter f g: cum plano autem circuli a b c d, ſit diameter b d, rectæq; lineæ connectantur i e, & K e, in plano circuli d i f. Et quoniam ipſe circulus d i f, per duos polos i & K venit: per reliquos igitur tranſibit per correlarium 13. propoſitionis eiuſdem primi libri Theodoſij: quapropter ipſos eoſdem circulos a b c d, & a f c g, ad rectos angulos ſecabit per 19. propoſitionem. Et quoniam punctum i, polus eſt maximi circuli a f c g: circũferentia igitur i f, quadrans erit, per 24. propoſitionem primi libri: & idcirco circumferentia i b, minor erit quadrante. Sectus itaq; eſt ſemicirculus b i d, per inæqualia in puncto i. Et quoniam oſtenſum eſt, ipſum ſemicirculum b i d rectum eſſe ad circulum a b c d, ſuper diametrum b d: recta igitur linea ducta à puncto i ad b, minima erit earum omnium quæ ab eodem puncto duci poſſunt ad circumferentiã ipſius circuli a b c d, per 25. propoſitionem ſecundi libri. Et proinde circumferentia i b, minima eſt earum omnium quæ ab ipſo i veniũt ad puncta quæuis ſemicirculi a b c, per 27. propoſitionem tertij libri Euclidis: & propterea i b, complementum eſt maximæ latitudinis circuli a b c d: & circumferentia b f, ipſa maxima latitudo ſiue declinatio eiuſdem circuli a b c d, ab ecliptica. Et quoniam aux Martis punctum eſt in plano circuli a b c d, maximæ latitudinis eccentrici ab ecliptica, quemadmodũ ex Ptolemæo, & ipſo Purbachio liquet: recta verò linea quæ à centro mundi ad punctum augis ducitur, per centrum ipſius eccentrici venit: punctum igitur augis & eccentrici centrũ in ipſa recta linea e b ſunt. Eſto itaque punctũ l eccentrici centrum, à quo quidem in plano circuli d i f, recta linea excitetur l m, rectæ k e æquidiſtans, per 31. propoſitionem primi libri Euclidis. Et quoniam recta ipſa linea K e, venit à puncto e, centro videlicet circuli a b c d ad k, punctum eiuſdem circuli polum: perpendicularis igitur erit eadem linea K e, ſupra planum ipſius circuli a b c d, per 10. propoſitionẽ primi libri Theodoſij & quia eidem k e, æquidiſtantem duximus rectam l m: ipſa igitur l m perpendicularis erit ſupra idem planum circuli a b c d, per 8. propoſitionem libri vndecimi Euclidis: & idcirco ſi ipſa eadem recta linea l m, per centrum eccentrici Martis veniens, in vtramque partem extendatur, per polos ipſius eccentrici tranſibit per 9. propoſitionem eiuſdem primi libri, axisque fiet orbis epicyclum Martis deferentis. At quia recta linea i e, per centrum eclipticæ & polum ipſius Borealem venit: ſi in rectum igitur continuumq; producta fuerit, ad reliquũ polum terminabitur, per 13. propoſitionem primi libri Theodoſij: axiſque erit eclipticæ. Ipſos itaque axes i e & l m, coocurrere oſtendemus ad partes i & m. Nam quoniam recta k e, perpendicularis oſtenſa eſt ad planum circuli a b c d: angulus igitur K e l, in plano circuli d i f, rectus erit per 2. definitionem 11. libri Euclid. at verò in ipſo eodem plano circuli d i f, coniunctæ ſunt ad punctum e, tres rectæ lineæ K e, i e & e l: maior igitur eſt angulus K e l, angulo i e l, per 9. communem ſententiam: ipſe igitur angulus i e l, minor eſt recto: angulus verò m l e, rectus eſt per 2. definitionem 11. libri: quia recta l m, perpendicularis oſtenſa eſt ad planum circuli a b c d: duæ igitur rectæ lineæ i e & l m, cum recta e l, in pla

no



no circuli d i f, duos angulos efficiunt i e l & m l e, duobus rectis minores: & propterea concurrent ad partes i & m, per 5. poſtulatum. & proinde axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci interſecat. Quod erat in primis demonſtrandum. Et ex hoc palam eſt, polos orbis epicyclum deferentis a polis Zodiaci inæqualiter diſtare. Nam quoniam ipſi axes i e

& l m ad partes concurrunt i & m: igitur ad partes e & l, quanto magis protrahuntur, tanto magis diſtare inter ſe. Quod autem in Ioue & Saturno axis orbis epicyclum deferentis axem zodiaci ſecare non poſſit, in eadem figura oſtendemus. Caeterum quoniam punctum b, maxime latitudinis deferentis eſt ab ecliptica: in Saturno autem punctum deferentis epicyclum maxime declinans ab ecliptica diſtat ante augem, id eſt, contra ſucceſſionem ſignorum gradibus 50. in Ioue verò poſt augem eſt gradib. 20. Ponamus igitur in plano circuli a b c d: punctum n centrum eccentrici, vel in Ioue, vel in Saturno: & ab ipſo puncto n, ſupra idem planum recta linea perpendicularis erigatur n o, per 12. propoſitionem 11. libri Euclidis ab eodemque puncto n, in ipſo plano circuli a b c d, per 12. 1. lib. recta linea deducatur n p, ad rectos

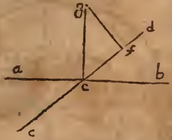


angulos ſuper recta linea a e, communi ſectione duorũ circulorum a b c d & a f c g, & ab ipſa n o, per rectam n p, planum extendatur o p: ipſum igitur planum o p, ad idẽ planum circuli a b c d rectum erit per 18. propoſitionem 11. libri Euclidis. In ipſo itaq; plano o p, data recta linea p n a puncto in ea dato p, rectam lineam p r, ad rectos angulos excitabimus, per 11. propoſitionem 1. lib. rectus igitur erit ipſe angulus n p r. in plano o p, atqui rectus etiam eſt angulus n p e, in plano exiſtens circuli a b c d: & planum o p, rectum eſt ad planum circuli a b c d: angulus igitur e p r, rectus erit per cõuerſionem defini-

finitionis 3. 11. lib. & idcirco recta linea e p ad ipſum planum o p, perpendicularis erit per 4. propoſitionem 11. ipſam etiam e p, perpendicularem eſſe oſtendemus ad planum circuli d i f. Nam quoniam oſtenſum eſt ſuperius ipſum circulum d i f, rectum eſſe ad circulos a b c d, & a f c g: horum igitur duorum circulorum communis ſectio recta nempe linea a c, ad planum eiuſdem circuli d i f, perpendicularis erit, per 19. propoſitionem 11. libri. Cum itaque recta linea e p, ad planum o p, & ad planum circuli d i f recta ſit: parallela igitur erunt eadem duo plana o p, & circuli d i f, per 14. propoſitionem 11. lib. Euclid. & propterea recta linea n o, quæ in plano exiſtit o p, cum recta i e: quæ quidem in plano exiſtit circuli d i f concurrere non poterit, etiamſi infinitum producantur. Nam ſi concurrunt: plana igitur in quibus exiſtunt quæ parallela oſtenſa ſunt, concurrẽt, quod eſt impoſsibile: & idcirco recta linea n o non concurrit cum i e. Ipſa porrò recta linea n ô, per centrum eccentrici veniens ſi in vtranque partem producatur, per polos ipſius eccentrici tranſibit, per 9. propoſitionem primi lib. Theo. axiſq; fiet orbis epicyclum deferentis, recta verò i e, quia per centrum eclipticæ & polum ipſius borealem venit, ſi in rectum continuumq; producatur, ad reliquum polum terminabitur, per 13. propoſitionem ipſius primi libri Theo. axiſq; erit eclipticæ. Axis igitur orbis epicyclum Iouis aut Saturni deferentis, axem zodiaci minimè ſecat, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Sed neque paralleli ſunt ipſi axes. Nam ſi paralleli ſunt, quoniam recta linea K e, perpendicularis oſtenſa eſt ad planum circuli a b c d, & ad idem planum perpendicularis etiam eſt n o: duæ igitur rectæ lineæ K e, & n o, parallelæ erunt per 6. propoſitionẽ 11. libri Euclidis. Quare ſi parallela eſt i e, eidẽ rectæ lineæ n o, duæ igitur rectæ lineæ k e & i e, quæ in centro e concurrunt, parallelæ erunt per 9. propoſitionem eiuſdem 11. libri Euclidis, quod eſt impoſsibile. Et propterea neque paralleli ſunt, neque concurrunt ipſi axes n o & i e, ex quibus concludere poteris, quod in vno plano non ſunt. Nam ſi in vno plano ſunt: aut igitur in ipſo plano in quo ſunt concurrunt, aut æquidiſtantes ſunt. Quare ſi neq; concurrunt, neq; paralleli ſunt: in vno igitur plano minimè exiſtunt.

Annotatio ſecunda.

Qvanquam axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci ſecet: illa tamen interſectio extra ipſum orbem fit, quam longiſsime ab eius polo, eodem axe amplius in rectum producto. Diameter enim eclipticæ a b, cum diametro eccentrici Martis c d, angulos efficiat b e d & a e c, maximarum latitudinum ipſius eccentrici, cuius quidem centrum ſit f, eclipticæ vero e. Axis porrò ipſius orbis epicyclum deferentis cum eclipticæ axe cõcurrat in g: igitur quoniam maxima latitudo deferentis epicyclum Martis vnius tantum gradus eſt ſecundum doctrinam Ptolomæi: in triangulo propterea rectangulo e f g, acutus angulus g e f, cõplementi maximæ latitudinis Borealis graduũ erit 89. & reliquus idcirco f g e, vnius gradus per 32. propoſitionem primi libri Euclidis, & communem ſententiam. Et quoniam ſicut ſinus rectus acuti anguli e g f, ad ſinum rectum acuti f e g, ſic latus e f, ad latus f g: quod quidem ſtatim concludes, ſi ſuper centris e & g, circulos deſcriptos intellexeris interuallo e g, latus verò e f, talium partium continet ſex ſecũdum Ptolemæum qualium ſunt in eccentrici



ſemidiametro 60. Sinum igitur rectum graduũ 89. ideſt, partes 99984. multiplicabimus in 6. productum verò diuidemus per 1745. partes videlicet quæ ſunt in ſinu recto vnius gradus, & venient ex partitione partes ferè 344. Qualiũ igitur partium ſemidiameter eccentrici continet 60. talium recta f g continet 344. atqui

poli



poli orbis deferentis epicyclum in ſuperficie ſunt ipſius orbis per definitionem, & propterea axis orbis epicyclum Martis deferentis cũ axe zodiaci concurrit longiſsimè à polo Boreali eiuſdem orbis, quod erat demonſtrandũ.

Annotatio tertia.

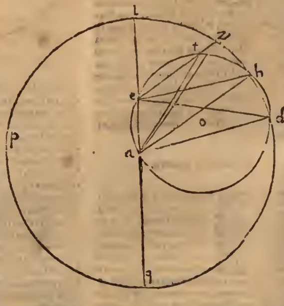
QVia orbes deferentes auges Iouis, Martis atq; Saturni motu octauæ ſphæræ mouentur ſuper axe atq; polis zodiaci: puncta igitur quæ modo reſpectu eclipticæ Borealia ſũt, Borealia ſemper fuerunt, atque erunt: & ſimiliter quæ Auſtralia ab ipſa ſunt, Auſtralia ſemper erunt, & fuerunt: ea verò quæ modo ſunt in ſuperficiei eclipticæ ſectione, ſemper in ea fuerunt, atque perpetuò erunt: eorundem tamen puncto um ab æquinoctiali circulo declinationes aliæ, atque aliæ erunt. Sed quia orbis delator epicycli ſuper axe ſuo ſecundum ſignorum ſucceſſionem mouetur, ſuperficies igitur eccentrici in quolibet ſuo puncto ſucceſsiue eclipticæ ſuperficiem ſecabit.

Annotatio quarta.

AEquatio cẽtri in epicyclo æquationi centri in zodiaco proportionalis eſt. Angulus enim æquationis cẽtri in epicyclo æqualis eſt contrapoſito, qui duabus rectis lineis cõtinetur, à cẽtro æquantis, & à centro mundi ad epicycli cẽtrum venientibus. Eidem verò angulo æqualis eſt coalternus ille quem linea veri motus epicycli, & linea medij motus continent: ipſi igitur duo anguli æquationis centri in epicyclo, & æquationis cẽtri in zodiaco, æquales inuicem ſunt. Maxima porrò æquatio centri cõtingit à centro epicycli conſtituto in media longitudine deferentis, quæ per lineam determinatur, quæ à centro eccentrici deducitur in lineã augis perpendicularem, propterea quòd in eo loco maximus æquationis angulus efficitur: quẽadmodũ ſtatim oſtendemus. Eccentrici enim a b f g, centrum eſto punctum c, mundi centrũ ſit d, æquantis verò h, linea augis ſit b g in quã quidem ad rectos angulos ſuper centro eccentrici recta incidat linea a c f. Punctum igitur a, iuxta definitionem Purbachij mediæ longitudinis eſt. Eſto itaque punctum quoduis præter a, in ſemicirculo b a g, quod ſit e, & rectæ lineæ connectantur a d, a h, e d, & e h. Dico quod maior eſt angulus d h a angulo d e h. Circa triangulum enim d a h, circulus deſcribatur: & quoniã recta linea a c, in ipſo circulo rectam lineam d h, per æqualia ſecat, & ad rectos angulos: centrũ igitur ipſius circuli d h a, in eadem erit recta linea a c, per correlarium primæ propoſitionis tertij libri Euclidis: & quoniam punctum c, cẽtrum videlicet circuli a b f g, in ipſa eadem recta linea a c exiſtit: circulus igitur d h a, circulum a b f g, tãgit in a. Non ſecat enim, quia per 10. propoſitionem tertij libri Euclidis & 20. primi, ſequeretur impoſsibile, contra circuli definitionem.

Rectam itaque ducemus lineam à puncto h ad pũctum r, in quo recta linea d e circulum ſecat d h a: angulus igitur d r h angulo d a h, æqualis eſt, per 19. theorema 3. lib. Eucli. Atqui ipſe angulus d r h angulo d e h maior eſt, per 16. propoſitionem 1. lib. Eucl. maior igitur erit angulus d a h angulo d e h. Et proinde æquationis angulus d a h maximus eſt eorum omnium, qui in reliquis punctis contingunt ſemicirculi b a g, ob concurſum rectarum linearum à punctis d & h venientium, quod demonſtrandum erat. Hoc autem cum demonſtrare conaretur

Eraſmus Reinholdus, falſum quoddam theorema ſumpſit. Ducta enim recta linea ab a in e, quoniam in duobus triangulis e d a & e h a, cōmunem baſim habentibus a e, latus a d lateri a h a quum eſt: latus verò e d maius latere e h: minorem idcirco concluſit eſſe angulum e d a angulo e h a, ita inquiens: cum igitur duorum triangulorum e d a & e h a, duo latera a d & a h, ſint æqualia, duoq́; inæqualia videlicet e d maius, & e h minus, ſequitur angulum e d a, minorem eſſe angulo e h a. Idq́; putat facile oſtendi poſſe deſcripto circulo ſuper a, tanquam centro, iuxta quantitatem a h. At quod illud nō ſequatur, facilima oſtendemus demōſtratione. In circulo enim cuius centrum o, duæ agantur rectæ lineæ præter centrum inter ſe æquales a h, a d, & ex circumferētia d h a, vno ſemicirculo maiore recta linea d e circumferentiam auferat d h e, ſemicirculo non maiorem, rectæque connectantur e h & a e: in duobus igitur triangulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, ſunt æqualia, duoq́; inæqualia. videlicet e d maius, e h minus. per theorema 14. tertij lib. Euclidis: anguli tamen e d a, & e h a, æquales inuicem ſunt, per 19. theorema ipſius tertij libri: in eodem enim ſegmento ſunt e h d a. Præterea ſuper a, tāquā centro interuallo verò a h (vt ipſe iubet) circulus deſcribatur h d p, & recta linea a e, vtrinq; producta: circumferentiæ ipſi' deſcripti circuli occurrat in pūctis l & q, in circumferentiaq́; h l contingens punctum ſumatur z, & rectæ lineæ connectantur a z & e z: à puncto autem t, in quo ipſa e z, circumferentiā ſecat e h, recta ducatur linea vſque ad a. In duobus itaq; triangulis e d a & e z a, duo latera a d & a z, ſunt æqualia, duoq́; inæqualia, videlicet e d maius, & e z, minus per 7. propoſit. 3. lib. Euclidis: angulus tamen e d a, angulo e z a, maior eſt: Nam duo anguli e d a & e t a, æquales inuicem ſunt, quia in eodem ſegmēto exiſtunt e t, d a, atqui ipſe angulus e t a interiore, oppoſitoq́; e z a, trianguli t a z, maior eſt. per 16. propoſitionem primi lib. Euclid. angulus igitur e d a angulo e z a, maior erit per communem ſententiā. In figura porrò ſuperius deſcripta vbi duæ rectæ a h & e d, ſe interſecant, punctum ponatur k: duoq́; triangula intelligantur a d k & e K h, in quibus duo contrapoſiti anguli a k d & e K h, æquales inuicē ſunt. Angulus autem d a K, maior oſtenſus eſt, quàm k e h: angulus igitur h d a, angulo K h e minor relinquetur. per 32. propoſitionem 1. lib. Euclidis, & communē



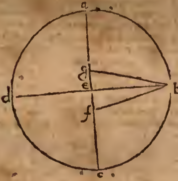
ſententiam. Et quoniam duæ rectæ a d, & a h, æquales inuicem ſunt, per 4. propoſitionem 1. lib. recta verò e d, maior eſt quā e h, per 7. propoſitionē. 3. lib. bis ſumptam: in duobus igitur triāgulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, ſunt æqualia, duoq́; inæqualia videlicet e d maius, & e h minus angulus autem e d a, minor eſt angulo e h a. Quapropter ſi duorū triāgulorū cōmunē baſim habētiū duo latera ſint æqualia, duoq́; inæqualia, nō magis ſequitur, quod angul' maiorib' cōtēt' laterib' ſit minor, quā quod ſit maior, quā qd' alter alteri ſit ęqualis. Similis lapſus fuit

fuit antiqui expoſitoris, qui ex eiſdem præmiſſis concludere cõtendit per 21. propoſitionem 1. lib. Eucli. angulum maioribus lateribus cõtẽtum minorẽ eſſe: conſtat tamẽ illud concludi non poſſe ex ipſa 21. propoſitione, quæ quidem ita habet: ſi à limitibus vni9 lateris triãguli duæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur ad vnum punctum conuenĩẽtes, eædem duobus reliquis trianguli lateribus minores erũt, maioremq; angulum continebunt. Et eodem etiam modo lapſus eſt alter Eraſmus, deterius tamen. Nam non ſolum 21. propoſit. 1. lib. Eucl. perperam accõmodauit, ſed duas lineas e h & a h (vt in priori ſchemate præſentis annotationis) idcirco putauit minores eſſe duabus e d & a d, per 7. propoſitionem 3. lib. Eucli. quia remotiores ſunt à cẽtro d, ſuper quo deſcribitur circulus zodiacum repræſentans ipſis lineis e d & a d: quæ ex eodem centro zodiaci ductæ ſunt. At non ob eam cauſam ipſæ duæ lineæ e h & a h, duabus e d & a d minores ſunt: ſed propterea quod e h remotior eſt à centro c, eccentrici circuli ipſa a h: minor igitur eſt ipſa e h, quàm a h per 7. tertij. Aequales autem ſunt a h & a d, per 4. primi duobus conceptis triangulis rectangulis a h c & a d c: igitur per communem ſententiam minor erit e h, quàm a d. Similiter demonſtrabitur minorem eſſe a h quam e d. Nã e d vicinior eſt eidem centro c, quàm a d: minor igitur eſt a d, quàm e d. Igitur & a h, æqualis exiſtens ipſi a d, minor erit quàm e d, per communem ſententiam. Sic igitur duæ rectæ lineæ e h & a h, minores erunt duabus a d & e d: quod quidem demonſtrandum erat.

Annotatio quinta.

Ptolemæus mediocres cẽtri epicycli à terra remotiones medias deferentis longitudines appellat: huiuſmodi enim diſtãtiæ tãtum ſuperant breuiſsimas, quæ ſunt oppoſiti augis, quantum à longiſsimis ſuperantur, quæ augis eccentrici ſunt. Id autem accidit, cum centrũ epicycli à centro mũdi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferentis, & ad eum ſitum tabulæ æquationum argumentorum conſtructæ ſunt, atque inde minuta proportionalia exor-

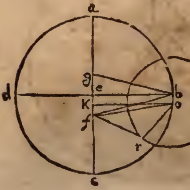
diuntur, vt pro proportione ipſorum minutorum ad 60. habeatur ad alios ſitus crementi atque decrementi ratio. Cæterùm Georgius Purbachius quamuis medias longitudines aliter definierit, ea videlicet eſſe puncta, in quibus maximæ fiunt æquationes centri, quæ quidem pũcta per lineam quandam rectam determinantur, quæ cum augis linea rectos efficit angulos: nihilominus affirmat ipſas æquationes argumentorum ad ſitum mediæ longitudinis ſupputatas eſſe. Quod inferius cum de Mercurio loqueretur apertè confirmans: æquationes (inquit) argumentorum Mercurij, quæ in tabulis ſcribuntur, ſunt quæ contingunt, dum centrum epicycli fuerit in mediocri a terra remotione, ſed in alijs planetis centro epicycli in longitudine media deferentis exiſtente fiebat. At quod in ipſis tribus planetis ſuperioribus æquationes argumentorum ad ſitum mediocris diſtantiæ ſupputatæ ſint, ideſt, ad eum in quo centrum epicycli à centro mũdi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferẽtis, non ad medias longitudines à Purbachio definitas, manifeſta ratione oſtendemus. Eſto enim in



Marte eccentricus deferens a b c d, cuius centrum e, centrum mundi f, æquantis verò g. Diameter a c, ſit augis linea, quam ad rectos angulos ſecet b d ſuper ipſo e, deferentis centro. Dicentur igitur duo puncta b & d, mediæ longitudines iuxta Purb. definitionem. Cõnectãtur aũt rectæ lineæ b f & b g, & ponatur centrũ epicycli in b: angulus igitur f b g, maximæ æquationis centri erit quæ quidem in ipſa tabula, æquationũ Martis Gr. 11. m. 24. inuenitur.

Quapropter ſi à gradibus 180. duorum rectorũ angulorum, quibus tres anguli trianguli b g f, æquales ſunt, ipſos Gr. 11. min. 24. auferemus: gradus igitur relinquentur 168. minu. 36 pro duobus angulis b f g & f g b. Et quoniam hi inter ſe æquales ſunt propter æqualitatem rectarum linearum f b & g b: angulus igitur b f g. cẽtri veri dimidium horum graduum atque minutorum comprehendet, id eſt gradus 84. mi. 18. quibus in tabula æquationum Martis quatuor reſpondent min. proportionalia: non ſunt igitur ipſa puncta b & d. ea loca, ad quæ tabula æquationum argumentorum Martis compoſita eſt.

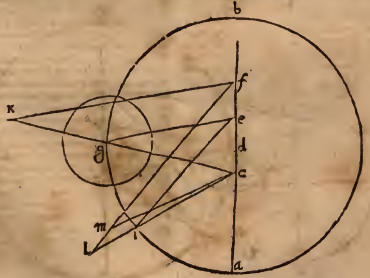
Idem experieris in Ioue & Saturno: & proinde ipſæ æquationes ſupputatæ non ſunt ad longitudines medias deferentis à Purbachio definitas, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Quòd ſi ſitum epicycli cognoſcere velis, ad quem prædictæ æquationum tabulæ exaratæ ſunt, à puncto medio rectæ e f, quod ſit K, ſuper ipſam augis lineam ad rectos angulos excites rectam lineam K o, ad circumferentiam deferentis extenſam: diſtabit igitur ipſum punctum o à centro mundi interuallo æquali ſemid. ametro deferẽtis, quod quidem per 4. propoſitionem primi libri Euclidis concludes, ductis rectis lineis e o, f o. Atqui ipſa ſemidiameter deferentis tantum exceditur a linea augis a f, quantum excedit lineam oppoſiti augis f c: centrum igitur epicycli in puncto o, in mediocri diſtantia à centro mundi dicetur eſſe. Ponatur itaque ipſum epicycli centrum in o, & à centro mundi f, in plano eccentrici recta linea ducatur f r, epicycli circulum tangens in r, per 17. propoſitionem 3. libri Euclidis, & connectatur o r: rectus igitur erit angulus o r f, per 18. angulus autem o f r, maximam ſubtendit æquationem argumenti in eo ſitu. Et quoniam qualium partium ſemidiameter deferentis eſt 60. talium oſtenſa eſt à Ptolemæo ſemidiameter epicycli 39. cum ſemiſſe: qualium igitur partium eſt f o, 60000. talium erit o r, 39500. & idcirco ſi ſuper centro f, ad menſuram f o, circulus deſcriptus intelligatur, fiet recta linea o r, ſinus rectus arcus anguli o f r. Atqui ipſis partibus 39500. in tabula ſinuum rectorum ſinum totum ſubijciente partium æqualium 60000. partes circumferentiæ reſpondent 41. cum primis minu. 10. habet igitur maxima æquatio argumenti Martis ipſos gradus 41. minu. 10. in eo ſitu, in quo centrum epicycli à centro mundi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferentis. In o videlicet. Et quia totidẽ graduum, atq; minutorum ea reperitur, quæ poſita eſt in tabulis Alphon. & Ptolem. conſtat igitur non ad alium ſitum quam ad o. Iſtam tabulam æquationis argumẽtorum Martis compoſitam eſſe. Idem ſimiliter inuenies in Ioue, & Saturno, ſi prædicta ante hoc experiri libuerit. Quot autem gradus centrum verum in eodem ſitu o cõprehendat, facile erit inuenire. Ratio enim ſemidiametri deferentis ad eccentricitatem e f, inuenta eſt à Ptolemæo ſicut 60. ad 6. Quapropter f o ad f K, rationem habebit ſicut 60. ad 3. vel ſicut 60000, ad 3000. Circulum itaq; deſcriptum intelligemus ſuper o, tanquam centro ad menſuram f o: & erit idcirco f K, ſinus rectus anguli f o K, cui quidem in tabula ſinuũ rectorum ſemidiametrum ſupponente partiũ æqualium 60000. arcus reſpondet duorum gr. minu. 52. eiſq; detractis à gradibus 90. relinquetur angulus K f o, rectanguli trianguli f K o, graduum 87. minu. 8. Et propterea centro epicycli exiſtente in o, centrum verum Gra. continet 87. minu. 8. quibus in tabula æquationum Martis nihil reſpondet minutorum proportionalium, propterea quod ad ipſum ſitum o compoſita eſt. Non ſunt autem minuta hæc proportionalia ſexageſimæ exceſſus diſtantiarum in tribus ſitibus epicycli, ſed maximarum æquationum, iuxta ea quæ de minutis proportionalibus Lunæ diximus.



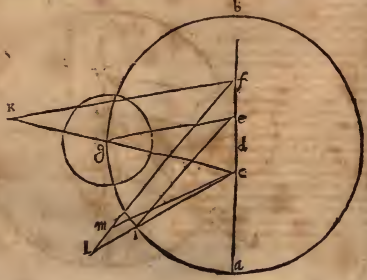
De

Annotatio prima.

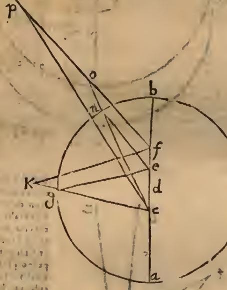
QVantus eſt medius motus Solis, tantus eſt ſemper medius motus Veneris: & quoniam aux eccentrici Solis in eodem loco zodiaci eſt ſecundum longitudinem in quo aux eccentrici Veneris: quantum igitur fuerit Solis argumẽtum, tantum erit centrum medium Veneris, & quia in tabulis Alphonſi & Ptol. tanta reperitur æquatio centri, quanta eſt æquatio argumenti: ſupponitur igitur in ipſis tabulis centrum epicycli Veneris & Solem in eodem loco zodiaci ſecundum lõgitudinem ſemper eſſe. Nam quoniam tantus eſt medius motus Solis, quantus medius motus epicycli Veneris: additis igitur aut detractis paribus æquationibus argumenti, atque centri, verus motus epicycli, & verus motus Solis æquales relinquẽtur: & propterea centrum ſolaris corporis & centrum epicycli Veneris in eodem zodiaci loco ſecundum longitudinem ſemper erunt. Cæterûm quia tanta oſtenſa eſt à Ptole. libro 10. diſtantia centri mũdi à centro æquantis Veneris reſpectu ſui deferentis, quantam repererat Solis eccentricitatem, nempe partes 2. minu. 30. earum partium quarum in ſemidiametris deferẽtium ſunt 60. neceſſe eſt igitur, vt inter ſitum augis & oppoſiti augis ſemel tantum centrum epicycli Veneris atque ſol in eodem loco zodiaci verè ſuit ſecundum longitudinem: quando videlicet diſtantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit ſemidiametro deferentis. Quod quidẽ vt facilius oſtendamus, eccentricum Veneris vnà cum eccentrico Solis in ſuperficie eclipticæ ponemus. Eſto igitur eccentricus Veneris circulus a b g, linea augis a b, in qua centrũ mũdi c: eccẽtrici autem d, æquantis verò e. & quoniam ſicut c e, ad ſemidiametrum deferentis epicyclum, ſic ſe habet Solis eccentricitas ad ſemidiametrum ſui deferentis: igitur permutatim ſicut recta c e, ad Solis eccentricitatem, ſic ſemidiameter a d, ad ſemidiametrum orbis deferentis Solem: minor eſt autem ſemidiameter a d, ſemidiametro orbis deferentis Solem: minor eſt igitur recta c e, Solis eccentricitate. Ponamus itaque centrum eccentrici Solis in f, & ſit centrum epicycli Veneris in g, in quo loco à centro æquantis diſtet interuallo æquali ſemidiametro deferentis epicyclum, rectæq; lineæ connectantur e g & c g, & à centro eccen-



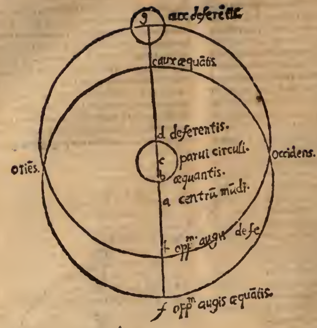
triti Solis f recta ducatur linea f K, quæ per cẽtrum Solis veniat, & producatur e g in rectũ, quæ cum f K concurret: concurrere enim neceſſe eſt. Nam quoniam ſuperficiem eccentrici Veneris in plano eclipticæ poſuimus: vna igitur atque eadem recta linea à centro mundi ducta medij motus Solis erit, vnà & epicycli Veneris: & idcirco ipſæ rectæ lineæ e g & f K, eidem lineæ medij motus parallelæ erũt, per definitionem lineæ medij motus: quapropter ipſæ eædem rectæ lineæ e g & f k, parallelæ erũt per 30. propoſitionem primi libri Euclidis: & propterea duo anguli c e g & c f K, exterior atque interior, quos cum eiſdem e g & f K, recta linea efficit c f, æquales inuicem erunt per 29. propoſitionem primi libri Euclidis. Atqui duo interiores anguli c e g & g c e, trianguli c g e, duobus rectis ſunt minores, per 17. propoſitionem primi libri Euclidis: duo igitur anguli g c f & c f K, duobus rectis minores erunt, per cõmunem ſententiam: & propterea ipſæ rectæ lineæ c g & f k, ad partes g & K concurrent: cõcurrant itaque in k. Et quoniam e g & f K, parallelæ oſtenſæ ſunt: æquiãgula igitur ſunt duo triangula c g e & c f k: & propterea ſicut c e ad e g, ſic ſe habere neceſſe eſt c f ad f K, per 4. propoſitionem 6. libri Euclidis. Et quoniam c e, diſtantia eſt cẽtri mundi à centro æquantis, recta verò e g, æqualis poſita eſt ſemidiametro deferentis epicyclum: at c f eccentricitas eſt orbis deferentis Solem. Oſtẽſum præterea eſt, circuli æquantis eccentricitatem eam habere rationem ad ſemidiametrum deferentis epicyclum Veneris, quam eccentricitas orbis deferentis Solem ad ipſius ſemidiametrum: recta igitur linea f K, ſemidiametro orbis deferentis Solem æqualis eſt, atqui eadem f K, per centrũ Solaris corporis tranſit: punctum igitur K. centrum Solis exiſtit. Et propterea quando epicycli Veneris centrum à centro æquantis diſtat interuallo æquali ſemidiametro ſui deferentis, in vna atq; eadem recta linea à centro mundi veniente, centrum epicycli, & centrum Solis exiſtunt, quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Tunc autem centrum epicycli à centro æquantis diſtãbit interuallo æquali ſemidiametro deferentis, quando in termino illius lineæ fuerit, quæ à puncto medio inter centrum eccentrici & æquantis ad rectos angulos ducitur ſuper augis lineam, quod quidem per 4. propoſitionem primi Euclidis, ſtatim concludes: in eoque ſitu angulus c g e, æquationis centri æqualis eſt angulo c K f, æquationis argumenti Solis. At quod in nullo alio ſitu inter b & a, recta linea ducta à cẽtro mundi ad epicycli cẽtrum, in rectumque extenſa, per centrum Solis



venire poſsit: non erit difficile demonſtrare. Nam ſi hoc poſsibile eſt: eſto igitur centro epicycli exiſtente in puncto i, inter g & a, rectaq; linea c i, à centro mundi ducta ad i, in rectum extenſa occurrat centro Solis in l, & connectãtur rectæ lineæ e i & f l, quas parallelas eſſe ſimili arte oſtendes, qua vſi fuimus ad oſtendendũ f k, & e g parallelas eſſe: & idcirco æquiangula ſunt duo triangula c e i & c f l, per 29. propoſitionem, & 32. primi libri Euclidis, lateraq; habent proportionalia per 4. ſexti, videlicet ſicut c e ad c f, ſic e i ad f l. At in duobus ſimiliter triangulis æquiangulis c g e & c f K, ſicut c e ad c f, ſic e g ad f K: igitur ſicut e i ad f l, ſic e g ad f K, per 11. propoſitionem 5. libri Euclidis. Atqui maior eſt e i quam e g, per 7. propoſitionem 3. libri Euclidis: maior igitur erit f l, quam f K, per 14. propoſitionem 5. Libri, quod eſt impoſsibile, contra circuli definitionem: nam f, centrũ eſt orbis Solem deferentis. Et propterea epicyclo exiſtente in i, recta linea c i, à centro mundi veniẽs per centrum Solis minime tranſit, quod erat demonſtrandum. Ex quo apparet minorem eſſe æquationẽ centri epicyclo in i conſtituto, æquatione argumenti Solis. Ducatur enim a puncto f, recta linea f l, per centrum Solis, quæ cum recta c i, concurrat in puncto l: conſtat igitur ex eis quæ demonſtrauimus duas rectas lineas f l & e i, parallelas eſſe, ipſasque f l & c i concurrere. Et quoniam oſtenſum eſt maiorem eſſe f l quàm f K, ipſamq; f k ſemidiametrum eſſe orbis deferentis Solem: eſto igitur centrum ſolaris corporis punctum m, & connectatur c m. In triangulo itaque c m l, interior angulus c l m, exteriore c m l minor erit, per 16. propoſitionẽ primi lib. eidẽ verò c l m, æqualis eſt angulus c i e, per 29. propoſitionẽ ipſius primi libri: minor igitur erit ipſe c i e, quam c m f. Atqui angulus æquationis centri coalternus eſt eidem c i e: æquationis verò argumenti Solis coalternus angulo c m f: minor igitur eſt æquatio centri æquatione argumenti; differentia porrò eſt angulus l c m, qui inſenſibilis quantitatis in tabulis reputatur. Et eadem prorſus arte demonſtrabis quòd epicyclo conſtituto inter b & g, maior ſit æquatio centri, æquatione argumenti Solis. Ponatur enim epicyclus in n, & connectantur e n & c n, rectaq; ducatur f p, per centrum Solis, quæ cum c n, concurrat in o. Igitur ſicut e g ad f k, ſic e n ad f o: maior eſt autem e g quam e n: igitur maior erit f K quàm f o. Et quoniam f K, ſemidiameter eſt orbis deferentis Solem: centrum igitur Solis ſupra punctum o exiſtit. Sit itaque in p, & connectatur c p: angulus igitur

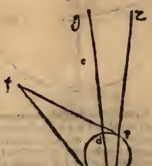


c p f, coalternus eſt angulo æquationis argumenti: angulus verò c n e, coalternus angulo æquationis centri: maior eſt autem c n e ipſo c p f, quia angulus c o f. qui æqualis eſt ipſi c n e, maior eſt quàm o p f: & proinde maior eſt æquatio centri æquatione argumenti: differentia verò tanta eſt, quantus eſt angulus o c p: quæ quidem in tabulis ob paruitatem negligitur.



Annot. prima.

Qualium partium eſt d g eccẽtrici ſemidiameter 60. taliũ reperta eſt a Ptolemæo vnaquæque triũ linearum d e, e b, a b, trium partium, & quãdo cẽtrum deferẽtis eſt in d, parui circuli auge, centrum epicycli eſt in g, deferentis auge, in eodẽque zodiaci loco, in quo e, aux æquantis. Atque hæc eſt maxima diſtantia centri epicycli à cẽtro mũdi, partium nempe 69. Sed in quouis alio ſitu minus diſtabit à cẽtro mundi: quod quidem Geometricè ita demonſtrare poteris. Veniat enim cẽtrum deferentis ad punctum r, ſemicirculi Occidentalis: epicycli verò centrum quoniam in diuerſa mouetur, veniat ad t, & connectantur rectæ lineæ r t, a t, & a r: duo igitur latera a r, & r t, trianguli a t r, reliquo latere a t, maiora ſunt, per 20. propoſitionem primi libri Euclidis: æquales ſunt autem d g & t r, quia æqualium circulorum ſemidiametri ſunt, & a d maior eſt quàm a r, per 8. propoſitionem tertij libri maior igitur eſt a g, ipſis duobus lateribus t r & r a, & idcirco multo maior eſt ipſa a g quàm a t. Et proinde cum epic. cõſtitutus fuerit in g, diſtantiſsimus erit à mundi centro. Quòd autem neceſſe ſit quandocunque centrum epicycli in auge deferentis fuerit: etiam eſſe in auge æquantis, ex motuum ſimilitudine concluditur. Nam ſi fieri poteſt, vt cẽtrum epicycli ſit in auge deferentis, quando non eſt in auge æquantis: eſto igitur in z, & cõnectatur recta linea a z: in qua qui



quidem neceſſe eſt cētrum deferentis eſſe: eſto igitur deferentis centrum in puncto r, parui cieculi in ipſius enim parui circuli circumferentia verſatur: centrum igitur epicycli & deferentis centrum ad eandem partem mota ſunt contra hypotheſim. Ea enim eſt motuum ſimilitudo, vt quantum centrum deferētis mouetur ab auge parui circuli ad Occidentem, ſuper cētro parui circuli, tantum ab auge æquantis centrū epicycli recedat ad Orientem, ſuper ipſo centro æquantis: & idcirco fieri non poteſt, vt cētrum epicycli in auge deferentis exiſtat, quin in auge æquantis etiam ſit. Et quoniam deferētis cētrum in eadem recta linea augis eccentrici eſt: in auge igitur erit parui circuli, quemadmodum apparet in prima hac figura.

Recedat autem centrum deferentis ab auge parui circuli Occidentem verſus: cū igitur ſpatium pertranſierit d i, 4. ſignorum, ideſt Grad. 120. in linea erit a i, ipſum circulum contingente: & idcirco cum ipſum centrum deferentis fuerit i, quam maximè ad Occidentem diſtabit ab auge parui circuli. Nā quoniam d i, Gra. continet 120. circumferentia igitur b i, ſextā partem circuli comprehēdet. Gr. videlicet 60. & idcirco recta b i, ſemidiametro circuli æqualis erit, per corr. 15. propoſitionis 4. lib. Euclidis: & propterea ſi ſuper b, circulus deſcriptus fuerit ad menſuram b a aut b c, per punctum i tranſibit: & idcirco angulus a i c, rectus oſtendetur per 31. propoſitionem 3. libri: quare recta linea a i, circulum paruum tanget in ipſo i, per corre. propoſitionis 16. Tranſlato itaq; cētro orbis deferentis epicyclum ad i, aux quæ erat in g, tranſlata erit in K, & oppoſitum augis quod erat in h, tranſlatum erit in l. Super ipſo igitur puncto i, interuallo i k, aut i l, circulus deſcribatur, cui recta b i, in rectum extenſa occurrat in m: circulus igitur delator epicycli poſitionem habebit K l m, & epicycli centrum erit in m: velut in ſecunda figura apparet. Triangulum enim æquilaterum b c i, æquiangulum eſt. Angulus igitur c b i, æqualis erit ei, qui in centro parui circuli, graduū nempe 60. & propterea exterior angulus d b m, graduum erit 120, in circuli centro: propter motuum igitur ſimilitudinem centrum epicycli erit in m: tantum enim moueri oportet centrum epicycli ſuper b, ab auge deferentis deſcendens, quantum cētrum deferentis ſuper c. Non erit igitur in l, oppoſito augis deferentis, terminoue lineæ paruum circulum contingentis.

Quoniam verò a c & c i, per 20. propoſitionem primi libri maiora ſunt quam a i: maior eſt igitur recta a d quàm a i, totaq; a g, maior erit quam a K: & propterea reliqua a h, minor erit reliqua a l. Idem ſimiliter oſtēdes in omni alio ſitu deferentis. At eadem a l minor erit quàm a m, per 7. propoſitionem 3. libri: nam punctum a, præter centrum i, eſt in diametro K l. Recta a g, partes habet 69. igitur a h, partes habebit 51. & quoniam quadratum ex a c, eſt 36. quadratum verò ex c i, eſt 9. quadratum igitur ex a i, erit 27. quare recta a K, partes habet 60. p̄ ℞. 27. recta igitur a l, 60. minut. ℞. 27. recta verò a m, qua breuiſſima diſtantia eſt centri epicycli à centro mundi, Ioannis de Monteregio calculo partium 55. mi. 33. reperta eſt: at ipſo centro epicycli in linea cōtingēte exiſtēte, eius diſtātia a cē

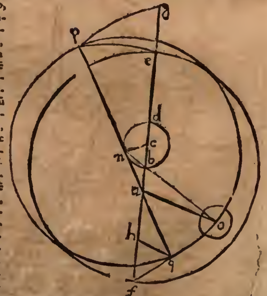


tro mundi inuenit partium 56.mi.22.ferè: tūc autem centrum eccentrici erit inter b & i. Sed oppoſitum augis deferentis inter lineam cōtingentem & oppoſitum augis æquantis, itēpe inter l & f. Soluat itaq; deferentis centrum, & circumferentiam percurrens i b ad b, æquantis centrum perueniat: vnus igitur atq; idē circulus qui delator eſt epicyclo pro æquante etiam erit in eo ſitu & idcirco augis punctum idem erit quod e, ſpatio decurſo k e: punctum verò l, oppoſiti augis in eodem tempore redibit ad f, oppoſiti augis æquātis, ſpatio decurſo l f: ſimul autem epicycli centrum erit in f. Nam quoniā duo anguli b e l & f b m, æquales inuicē ſunt, & motus centri deferentis motui centri epicycli ſimilis proportionalisue eſt, atque vnà moueri incipiunt: in eodem igitur tempore angulos abſoluent b e i & l b m. Quando itaque i, ſimul fuerit cum b, epicycli cētrum ſimul erit cū f, oppoſito augis æquantis.

Inde verò eadem lege ſimiliq; figura motus cētrum deferentis ibit ad n, punctum contactus orientale: ſimul autem aux deferentis ab Occidentem in Orientem ſpatium percurret e p, & oppoſitum augis ſpatium f q: centrum igitur epicycli perueniet ad o, terminum lineæ à puncto n, venientis per centrum æquantis. In quo loco tantum diſtabit à centro mundi, quantum antea diſtabat cum erat in m, quod quidem per 4. propoſitionē primi libri Euclidis ſtatim cōcludere poteris, propter æqualitatem angulorum qui ad b, & datorum laterū b m & b o, quæ relinquuntur detractis æqualibus rectis lineis b i & b n, ex ſemidiametris deferentis. Hinc deniq; punctum n, quod cētrum factum eſt deferentis, redit ad d, altiſſimum punctum vndè moueri inceperat, eodemq; tempore aux deferētis peruenit ad g, è quo diſceſſerat, ſpatio confecto p g: ſimul autem oppoſitum augis appellit ad h: in vna enim recta linea ipſis centris æquantis & deferentis exiſtentibus, in eadem auges & oppoſitum augis conſiſtere neceſſe eſt. Centrum porrò epicycli ſimiliter redibit ad g, vndè in initio motus ſoluerat: quod in figura hac tertia ex motuum ſimilitudine & æqualitate angulorum n, c d & d b o, quemadmodum in ſecunda concludes.

Quòd centrum epicycli in punctis m & o, minus diſtet à centro mundi, quàm cum eſt in f, oppoſito augis æquantis, demonſtrauit Ioannes de Monteregio 9. libro Epito. propoſitio. 21. hoc modo. Angulus enim a b o, tertiam partem continet duorum rectorum: duo igitur reliqui anguli triāguli b a o, duas tertias continent duorum rectorum per 32. propoſitionem primi libri Euclidis: atqui maior eſt angulus b a o angulo a o b, per 18. ipſius primi libri: eſt enim b o, partium 57. a b verò earundem partium 3. angulus igitur b a o, pluſquàm tertiam partem duorum rectorum comprehendit: & idcirco idem angulus b a o, ipſo angulo a b o maior erit: & propterea latus b o latere a o, maius erit per 19. ipſius primi libri Euclidis. Aequales ſunt autem b o & a f, quod quidem per communem ſententiam concludes, duabus lineis æqualibus b a & b n, detractis ex ſemidiametris b f & n o: maior igitur erit a f ipſa a o, quod erat demonſtrādū.

Sed

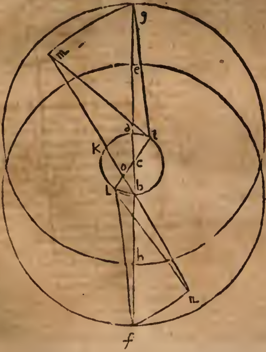


Sed non ſatis eſt hoc, vt cõcludant theoricarũ expoſitores cẽtrum epicycli in m aut o, quàm breuiſsimè diſtare a centro mundi. Demonſtrauit idẽ autor in diſputationibus aduerſus Cremonenſem, quòd quamuis centrum epicycli æquali motu feratur ſuper centro æquantis, non quoduis aliud punctum deferentis æquali motu ſuper eodem centro moueri poſsit.

Annotatio ſecunda.

QVoniam ſemel tãtum in anno centrum deferentis eſt idem cum centro æquantis: aliàs autem ſemper deferentis centrũ a centro mundi diſtantius eſt, quam centrum æquantis: recte igitur Purbachius infert, velocius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, (videlicet ſuper centro deferentis) tardius autem circa oppoſitum augis. In ſemicirculo enim Occidentali parui circuli ſumatur arcus d i, quadrante minor, & diameter agatur i l: rectilineo verò angulo d c i, æqualis ponatur d b k ad b, æquantis centrum, & ſuper i, centro interuallo æquali ſemidiametro deferentis circulus deſcribatur, cui recta b K in rectum continuumq́; producta occurrat in m. Item ſuper l, centro interuallo æquali ſemidiametro deferentis circulus deſcriptus intelligatur, cui recta b m, in alteram partem extenſa occurrat in n: recta quę lineæ connectantur i g, i m, l n, & l f. Igitur cum centrum deferentis à puncto d diſcedens, ſpatium confecerit d i, centrum epicycli propter motuũ ſimilitudinem erit in m, ſpatio decurſo g m, oualis figuræ. cui quidem in centro eccẽtrici deferẽtis epicycli angulus ſubtẽditur g i m. Similiter cũ centrũ deferẽtis à cẽtro æquãtis diſceſſerit, ad punctum q; l peruenerit, centrum epicycli propter motuum ſimilitudinem erit in n, ſpatio cõfecto f n, oualis figuræ. cui in centro deferentis angulus ſubtenditur f l n. In quanto autem tempore centrũ epic. ab auge g

Occidens.

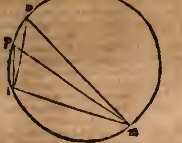


Oriens.

diſcedens ſpatium percurrit g m. in tanto diſcē
dens ab oppoſito augis f, percurrit f n: propte-
rea quòd duo anguli contrapoſiti g b m & f b n
in centro æquantis æquales inuicem ſunt. Cæ-
terùm angulum g i m, oſtendemus angulo f l n,
maiorem eſſe: & idcirco celerius ferri centrum
epicycli ſuper centro deferētis circa augem æ-
quantis, quàm circa oppoſitum augis. In duo-
bus enim triangulis i m o & l n o duo latera i m
& l n, deferētis ſemidiametri æqualia inuicem
ſunt: & duo anguli i o m & l o n, eiſdem lateri-
bꝰ oppoſiti æquales: latus verò i o, angulum reſ
piciens o m i latere l o, angulum o n l, reſpicien
te maius eſt, & angulus ipſe o n l acutus eſt quia
minor eſt per 16 primi acuto angulo K b l, in
maiori ſegmento exiſtente. Minor igitur erit
idem angulus o n l, angulo o m i: & idcirco ma
ior relinquetur angulus n l o angulo m i o, per
32. propoſitionem primi libri Euclidis, & com
munem ſententiam. Atqui in duobus alijs triā
gulis c g i & c f l: quoniam duo anguli contra
poſiti qui ad c, æquales ſunt, & duo latera c i, c
g. duobus lateribus c l, c f, alterum alteri æqua-
lia: reliqui idcirco anguli ſub quibus æqualia la
tera ſubtenduntur, alter alteri æquales erunt,
per 4. propoſitionem ipſius primi libri: angu-
lus igitur g i c angulo f l c æqualis erit. Ab an-
gulo itaque g i c, angulum auferemus m i o, &
angulus relinquetur g i m: ab angulo verò f l c,
angulū auferemus n l o, qui maior oſtenſus fuit
angulo m i o, & angulus qui relinquitur f l n:
minor idcirco erit ipſo g i m, per communem
ſententiam. Et quoniam idem oſtendi poteſt,
& eadem arte, centro deferentis veniente ad
quemlibet ſitum inter d & l: celerius igitur fe-
tur centrum epicycli ſuper centro deferentis
circa augem æquantis, quàm circa oppoſitum
augis, quod demonſtrandum erat.

Lemma.

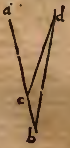
QVod autem ſumpſimus in duobus triangu
lis i m o & l n o, quoniam duo latera i
m, & l n æqualia ſunt, & duo anguli i o m, & l o
n, ipſis lateribus æqualibus oppoſiti æquales: la
tus verò i o, angulum reſpiciens o m i latere l o
angulum o n l, reſpiciente maius eſt, & angu-
lus ipſe o n l eſt acutus: minorē idcirco eſſe eū-
dem angulum o n l, ipſo angulo o m i, hoc mo-
do demonſtrabimus. Circa triangulum enim i
m o, circulus deſcribatur m i o, & ſuper recta
i m, quæ rectæ l n, æqualis eſt, triangulum deſ-
cribatur p i m, triangulo l n o, æquilaterum per
22. propoſitionem primi libri Euclidis. quod
eidem erit æquiangulum per 8. propoſitionem
ipſius primi libri. Sitquè angu-
lus p m i æqualis angulo o n l, & angulus
p i m, æqualis n l o: & reliquus igitur m p i, æ-
qualis reliquo l o n: & proinde æqualis angulo
i o m, per communem ſententiam. Neceſſe eſt
autem ipſum angulum m p i, in deſcripti circu
li ſegmento m o i conſiſtere, in quo angulus i o
m: quoniam ſi vel prætergrederetur, vel non at
tingeret ipſius circuli circumferētiam: per pro
poſitionem igitur 26. ipſius primi libri, & 27.
tertij, duos angulos m p i & l o n, inæquales eſſe



concluderetur, quod eſt abſurdum, ducta vide
licet recta linea à puncto i, ad illud punctum in
quo recta m p, circuli circumferētiam attingit.
Conſiſtit itaquè ipſe angulus m p i, in ſegmen
to m o i. & quoniam angulus p m i acutus eſt
æqualis enim oſtenſus fuit angulo o n l: in ſeg-
mēto igitur exiſtit ſemicirculo maiori, per cō-
uerſionem 31. propoſitionis 3. libri: & ideirco
ſegmentum i p, qui relinquitur ex circulo mi-
nus erit ſemicirculo. At æqualis eſt recta i p re
ctæ l o, & eadem l o, minor eſt quàm recta i o:
igitur minor erit recta i p, quàm i o: & propte-
rea punctum p, extra circumferentiam i o, mi
nime exiſtit, ſed inter ipſa puncta i & o, ne ac
cidat impoſsibile contra 27. tertij ex Campa-
no: & idcirco angulus i m p, angulo o m i minor
erit, pars videlicet illius. At verò angulus o n l,
eidem angulo i m p æqualis eſt: minor eſt igitur
angulus o n l angulo o m i, quod in demonſtra-
tione erat aſſumptum.

Annotatio tertia.

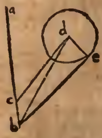
AEquationes argumentorũ, quæ in tabulis ſcribuntur, non ſolum trium ſuperorũ planetarum atq; Veneris, ſed etiam Mercurij, ſunt quæ contingunt, dum centrum epicycli à centro mũdi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferentis. Sed diſcrimen in eo eſt, quòd in illis interuallum illud media eſt longitudo, mediocrisúe remotio inter ſitum diſtantiſsimum & viciniſsimum centri epicycli à centro mundi. Tantum enim longiſsima longitudo à centro mundi quæ augis eccentrici eſt, longitudinem ſuperat ſemidiametri deferentis, quantum eadem ſemidiameter breuiſsimam longitudinẽ centri epicycli quæ oppoſiti augis eſt, excedit: ſed aliter euenit in Mercurio. Nam dum centrum epicycli eſt in auge deferentis, quàm longiſsimè diſtat à centro mundi, partibus nempe 69. tunc autem opp. augis quàm breuiſsimè diſtabit ab eodem mundi centro, partibus videlicet 51. inter has verò diſtantias mediocris eſt ſemidiameter deferentis. At quamuis contingat centrum epicycli in auge deferentis eſſe, & in alio deinde quodam ſitu, cuius diſtantia à centro mũdi æqualis eſt ſemidiametro deferentis: nunquam tamen centrum ipſum epicycli à cẽtro mundi diſtabit interuallo æquali breuiſsimæ illius diſtantię oppoſiti augis deferẽtis, ſed maiori. In omni enim habitudine poſitioneúe deferentis, viciniſsimum eius punctum oppoſitum augis eſt, quod quidem per 7. propoſitionem 3. libri Euclidis concluditur: at diſtãtiam oppoſiti augis deferentis, dum centrum epicycli eſt in auge, breuiſsimam eſſe omnium aliarum diſtantiarum oppoſiti augis in omni alia poſitione deferentis, oſtenſum fuit in prima annotatione, per 20. propoſitionem primi: & idcirco maiori ſemper interuallo à centro mundi diſtabit centrum epicycli, quàm ſit breuiſsima illa diſtantia oppoſiti augis: & propterea dum centrum epicycli à centro mundi deſtiterit interuallo æquali ſemidiametro deferentis, non dicetur illa diſtantia mediocris remotio centri epicycli à centro mundi, niſi valdè impropriè loquaris, vt Purbachius in præſenti. Ioannes de Monteregio ad finẽ 11. libri Epito. eiſdem præceptoris verbis vſus eſt. Quo in loco ſcribit. In eo ſitu ad quem æquationes argumẽtorum Mercurij ſupputatæ ſunt, centrum epicycli diſtare ab auge æquantis Gr. ferè 60. Sed menda eſt librarij. Nam medio curſu diſtat ab auge æquantis Gr. 67. min. 8. ferè: verò autem Gr. 64. min. 30. Mediocris remotio centri epicycli a cẽtro mundi partium eſt 62. cum min. circiter 16. media nempe inter 69. & 55. cũ mi. 33. ferè: ſed ad eum ſitum æquationes argumẽtorum in tabulis ſcriptæ non ſunt: ſed ad eum in quo partibus diſtat 60. id eſt, interuallo æquali ſemidiametro deferentis. Eſto enim in linea augis æquantis a b, centrum mundi b: æquantis verò c, centrum epicycli Mercurij proponatur in d, in quo loco diſtet ab auge æquãtis Gr. 67. minu. ferè 8. æquatio igitur centri elicietur ex tabula Gr. 2. cum min. 38. quibus detractis ab ipſo cẽtro medio, grad⁹ relinquẽtur 64. minu. 30. centri veri. His autem in tabula nihil minutorũ proportionaliũ reſpondet: tabula igitur æquationum argumẽtorum ad punctum d, deferentis conſtructa eſt: & propterea verè Purbach. ſcripſit, centrum epicycli diſtare ab auge æquãtis duobus ſignis Gr. 4. minu. 30. in ipſo quidẽ loco ad quem tabula æquationum ſupputata eſt. Diſtantiam porrò centri epicycli à centro mundi in eodem ſitu parem eſſe ſemidiametro deferentis ita inuenies. Quoniam enim angulus a c d, centri medij graduum eſt 67. minu. 8. circumferentiæ æquantis: ſinus igitur rectus arcus ipſius partes habebit 55284. qualiũ ſunt in ſemidiametro circuli 60000. angulus verò b d c, æquationis centri duorum graduum eſt, cum minu. 38. ſinus igitur rectus partium erit 2756. & quoniam in triangulo b c d, ſicut ſinus rect⁹ interioris anguli d c b, exterioriſúe a c d, ad ſinum rectum anguli b d c: ſic latus b d ad latus b c. Ratio igitur b d ad b c, ea eſt, quam habet numerus 55284. ad 2756. quorum quidem numerorum ratio eſt ſicut 20. ferè ad vnum. ſiue 60. ad 3. At oſtenſum à Ptolemæo ſemidiametrum deferẽtis eam habere rationem ad diſtantiam centri mundi à centro æquãtis, quàm 20. ferè ad vnũ ſiue 60. ad 3. æqualis igitur eſt



ſecta

recta b d, ſemidiametro deferentis in eo ſitu, ad quem ſupputata eſt tabula æquationis argumẽtorum Mercurij.

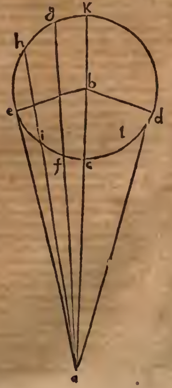
Idem etiam oſtẽdes alio modo. Diſtet enim centrum epicycli d à centro mundi b interual lo b d, cum eſt in eo ſitu, ad quem ſcriptæ ſunt in tabula æquationes argumentorum, & ab ipſo puncto b. recta ducatur linea b e, epicyclũ tangens in e, rectaq; connectatur d e. Angulus igitur b e d, rectus erit: & idcirco angulus d b e, maximam æquationem argumenti ſubtẽdet in eo ſitu. Hæc autem in tabula inuenitur Gra. 22. minu. 2. ferè, tantusq; erit in circuli centro ipſe angulus d b e, cuius ſinus rectus partiũ erit 22500. In circulo itaq; deſcripto ſuper centro b, ad mẽſuram rectæ b d, quam partium ſubijcimus 60000. recta d e, epicycli



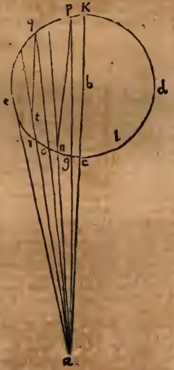
ſemidiameter ſinus videlicet rectus anguli d b e, earundem partium erit 22500. & proinde ratio b d ad d e, eſt ſicut 60. ad 22. cum ſemiſſe. Et quoniam eandem rationem habere ſemidiametrum deferentis ad ſemidiametrum epicycli à Ptolemæo oſtenſum eſt: recta igitur b d æqualis eſt ſemidiametro deferentis: & idcirco dubium non eſt æquationes argumẽtorũ Mercurij quæ in tabula ſcriptæ ſunt, ad eum ſitum ſupputatas eſſe, in quo centrum epicycli à centro mundi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferentis, quemadmodum in tribus planetis ſuperioribus, & Venere.

¶ *De paſſionibus planetarum Annot. 10. De directione, ſtatione, atq; regreſſione quinq; Planetarum.*

Centrum mundi ſit a: cẽtrum vero epicycli b: ab ipſo igitur pũcto a, rectæ lineæ incidant in circulum reuolutionis Planetæ in epicyclo, videlicet a c. per cẽtrum tranſiens vſq; ad h & a d, atque a e ipſum epicyclum tangentes in punctis d & e, ſitq; e punctum contactus Orientalis, d verò contactus Occidentalis, k aux vera epicycli c, oppo. augis. Oſtendit Ptolemæus libro 12. ex Apolonio Pergæo, quòd ſi recta b c, ſemidiameter epicycli maiorem rationem habuerit ad rectam a c, quæ quidem relinquitur ex diſtantia centrorum, quàm motus cẽtri eiuſdem epicycli, ad motum Planetæ in ipſo eodẽ epicyclo, retrogradus erit planeta apud c. Et quoniam in omni ſitu epicycli cuiuſuis quinque planetarum maiorem rationem habet b c ad c a. quàm motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo: quinque igitur planetæ



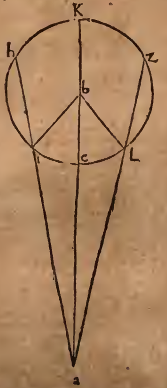
retrogradi erunt apud c,oppoſitum augis epi-
cycli. Recta autē linea ducatur a g, quæ ſuper
ficiem epicycli ſecet in f & g: minor igitur erit
f g quàm c K: ſed a f maior quàm a c,per 8. pro
popoſitionem 3. libri Euclidis;& idcirco mino
rem rationem habebit dimidium rectæ f g ad
a f, quàm b c ad a c, per octauam propoſitionē
5. libri. Quòd ſi rurſus inter a g & a e, recta li-
nea ducatur a h , epicyclum ſecans in i & h,mi
norem adhuc rationem habebit dimidium re-
ctæ h i ad a i,quàm dimidium f g ad a f. Tanto
enim decreſcit ratio quam dimidium lineæ in
terioris habet ad exter. quanto ſecantes lineæ
propinquiores fuerint contingenti a e. Habeat
itaq; dimidium h i ad a i, eandem rationē quā
motus centri epicycli in eo ſitu ad motum pla
netæ in epicyclo: planeta igitur in i,neq; vide
bitur progredi neq; regredi, ſed ſtare. Cū enim
planeta à K in e,ſecundum ſignorum ſucceſsio
nem tranſlatus fuerit: non ſtatim cum pertran
ſierit e,regredietur. Nā quoniam æquatio mo-
tus argumenti apud e, (quemadmodum infe-
rius oſtendemus) admodum exigua eſt: plane
ta igitur in e,potius videbitur deſcēdere,quàm
moueri in lōgitudinem: & idcirco eius motus
in præcedentia inſigniter ſuperabitur in eo lo
co à motu centri epicycli inſequētia. Quapro-
pter ſtationis punctum non erit e, ſed illud in
quo linea veri motus planetæ velocius moue-
ri incipit in præcedentia quàm linea veri mo-
tus epicycli in ſequentia. Tale autem pūctum
oſtēſum eſt ab Apolonio eſſe i,& eſt ſtatio pri-
ma,cui reſpondet ex altera parte ante d,in fine
arcus retrogradationis punctum ſtationis ſecū
dæ,quod ſit l,in quo quidem linea veri motus
epicycli velocius moueri incipit in ſequentia,
quàm linea veri motus planetæ in præcedētia.
Id autem cognoſces ex æquatione quæ debe-
tur motui argumenti In vno die, ſi conferatur
cum motu centri epicycli in eodem die . Nam
a b e, puncto Orientalis contactus longitudinis
motus minui incipit:& quanto motus argumē
ti vicinior eſt oppoſito augis veræ,tanto æqua
tio ipſius motus argumenti maior fit: cum igi-
tur æquatio motus argumenti motu centri epi
cycli in eodem tempore maior reperta fuerit,
planeta retrogradus erit. In circumſerentia e-
nim e c,duo arcus motus argumenti ſumantur
æquales, g n vicinior puncto c & o r, remotior
quibus æquatioonum anguli ſubtendantur in
centro mundi g a n & o a r. Dico quod maior
eſt angulus g a n,ipſo angulo o a r. Rectæ enim
lineæ a g & a o , producantur vſq; ad p & q, in
ipſius epicycli circumſerentia , rectæq; con-
nectantur n p & r q. Quòd ſi angulus g a n,ma-
ior non eſt angulo o a r: vel igitur æqualis erit,
aut eo minor , ſi eſt æqualis: quoniam duo an-
guli g p n & o q r, æquales inuicē ſunt per 27.
tertij in æqualibus enim circūſerentijs exiſtūt
per hypotheſim: in duobus igitur triangulis a p
n & a q r,duo reliqui anguli a n p & a r q, æqua
les erunt per 32. propoſitionem primi,& com-
munem ſententiam ; & propterea latera ipſo-
rum triangulorum quæ ſub æqualibus laterib⁹
ſubtenduntur, proportionalia erunt, per 4. pro
poſitionem 6. libri videlicet ſicut a p ad a q, ſic



a n ad a r: maior eſt autem a p quàm a q, per 8.
tertij: maior igitur erit a n quam a r, quod qui
dem eſt impoſsibile contra eandem 8. tertij:&
propterea non eſt ei æqualis. At minor non eſt
angulus ipſe g a n, eodem angulo o a r: nam ſi
minor eſt ad punctum igitur a, terminum li-
neæ

neæ a o, angulum faciemus o a t, æqualem ipſi
g a n, per 23. propoſitionem primi, recta ducta
linea a t, quæ rectam q r, ſecet in t. Quapropte-
ter ſimili ſyllogiſmo concludemus in duobus
triangulis a p n & a q t, ſicut a p ad a q, ſic a n
ad a t: & propterea maior erit a n quam a t,
quòd ſimiliter eſt impoſsibile contra eandem
8. tertij libri.

Quare ſi neque æqualis eſt angulus g a n ipſi
o a r, neq; minor: maior igitur erit: & idcirco
æquatio arcus g n, quæ eſt arcus zodiaci ipſi ar-
cui reſpondens maior erit æquatione arcus o r.

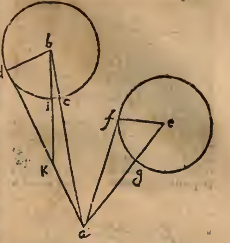


Maior igitur æquatio arcus viciniores oppo-
ſito augis veræ: minor verò remotioris quod e-
rat oſtendẽdum. Ipſa verò duarum ſtationum
puncta i & l, æqualibus diſtare interuallis à pũ-
cto c, oppoſito augis veræ oſtendemus, dummo
do recipiatur motum centri epicycli ad motũ

planetæ in epicyclo eandem habere propor-
tionem in ipſis punctis i & l: quòd neceſſario
concedes epicycli ſitu nõ mutato. Recta enim
a l in rectum producta rurſus epicyclum ſecet
in z, & quoniam inter ipſos motus eadem eſt ra-
tio in i & l, ſtationum punctis ſ igitur ſicut di-
midium rectæ h i, ad rectam a i, ſic dimidium
rectæ l z, ad rectam a l, per 11. propoſitionem
5. libri: & propterea dimidium rectæ h i, dimi
dio rectæ l z, æquum erit. Nam ſi maius fuerit,
maior igitur erit a i ipſa a l, per 14. propoſitio
nem quinti libri: maior quoq; erit h i, quàm l
z, per communem ſententiam: & idcirco rectã
gulum comprehenſum ſub rota a h, & a i, rectã
gulo comprehẽſo ſub a z, & a l, maius erit. quod
eſt impoſsibile, contra correlarium 35. propo-
ſitionis tertij libri ex Campano. Eadem arte
oſtẽdes dimidium ipſius h i, dimidio l z, minus
non eſſe: & propterea æqualia erunt ipſarum
h i, & l z dimidia: & quoniam ſicut dimidium
h i, ad dimidium l z, ſic a i ad a l, per permuta-
tam proportionem: æquales igitur erunt duæ
recta lineæ a i & a l. Connectantur itaq; b i, &
b l, rectæ lineæ, & per 8. propoſitionem primi
libri oſtendes duos angulos a b i & a b l, trian-
gulorum a i b & a l b, æquales eſſe; & idcirco
duos arcus c i & c l æquales eſſe concludes per
26. propoſitionem tertij: duo itaq; ſtationum
puncta æqualibus interuallis diſtare ab oppo.
augis veræ epicycli neceſſe eſt. Capuanus verò
theoricarum expoſitor quoniam motum pla-
netæ in epicyclo ſolum conſiderat, motu defe-
rentis neglecto, ſtationum idcirco puncta po-
nit e, & d in prima figura huius annotationis.
Quæ quidem oſtenſoria demonſtratione con-
cludes æqualibus diſtare interuallis ab oppoſi-
to augis veræ epicycli.

Anguli enim ad e & d, puncta contingentiæ
In triangulis b a d & b a e recti ſunt, per 18. pro
poſitionem tertij libri: & propterea quadrata
ex a d, & a e, æqualia erunt per 47. propoſitio-
nem primi, & communem ſententiam: & id-
circo ipſa latera a d & a e, æqualia erunt. Iam
igitur per 8. propoſitionem ipſius primi libri
oſtendes duos angulos d b a & e b a æquales: &
proinde duos arcus d c & e c, æquales eſſe per
26. propoſitionem tertij. Sed nõ ſunt apud Pur
bachiũ, d & e ſtationum puncta: quoniam ait
ſtationum puncta oppoſito augis epicycli ma-
gis appropinquare propter motus argumenti
tarditatem: liquet autem quòd etiam ſi motus
planetæ in epicyclo tardior factus fuerit, mini

me propterea mutabuntur puncta cōtactuum.
Arcus ſtationis primæ eſt K h i, arcus ſecundæ eſt K i l, arcus directionis eſt l K i, arcus retrogradationis eſt i c l. Igitur ſi arcus K h i, ſtationis primæ auſeratur à toto circulo, arcus relinquetur i l z k, qui æqualis exiſtit arcui K h i l, ſtationis ſecundæ, à quo quidem ſi arcus ipſe K h i auſeratur, relinquetur i c l, retrogradationis arcus: hoc autem à toto circulo detracto, arcus directionis relinquetur l k i.



Annotatio ſecunda.

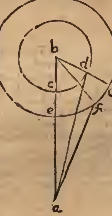
QVoniā Purbachius ait, ſtationum puncta tanto viciniora eſſe oppoſito augis veræ epicycli, quanto centrum epicycli vicinius fuerit oppoſito augis æquantis, & quanto planeta maiorē habuerit epicyclum, putant propterea nonnulli cauſas ab eo aſsignatas eſſe, ex quibus minor arcus retrog. proueniat. Quod quidem minimè dubitaretur, ſi puncta cōtactuum ſtationes eſſent. Nam dum centrum epicycli cuiuſuis planetæ (excepto Mercurio) oppoſito augis ęquātis eccētricióue vicinius eſt, terris magis appropinquat. Ponamus igitur centrum epicycli diſtare à centro mundi a, interuallo a b, in ſitu diſtantiore punctum ſtationis primæ d, & oppoſitum augis epicycli c: in ſitu verò propinquiore eiuſdem epicycli centrum diſtare ab ipſo mundi centro interuallo a e, punctum ſtationis primæ f, & oppoſitum augis g. Dico, quòd minor eſt arcus f g, dimidiæ retrogradationis in ſitu propinquiore, quàm arcus d c, qui ſimiliter continet dimidium retrogradationis, ſed in ſitu diſtantiore. Nam quoniam rectæ lineæ a d & a f, circulos ipſos epicycli contingunt per hypotheſim: anguli igitur a d b, & a f c, recti erunt: maior autem ſupponitur a b ipſa a e: maius igitur erit quadratum rectæ a b quàm a e. Concludes itaque per 47. propoſitionem primi, duo quadrata ex a d, & b d, maiora eſſe duobus quadratis ex a f, & f e: quadratum porrò ex b d, quadrato ex e f, æquum eſt: quadratum igitur ex a d, quadrato ex a f, maius erit: & propterea recta ipſa a d recta a f, maior etiam erit. Abſcindemus itaque ex a d maiori rectam lineam d K rectæ a f, æqualem per 2. primi. & connectatur b K, quæ circulum ſecet in i. Per 4. igitur propoſitionem ipſius primi libri concludemus angulos trianguli b d K, angulis trianguli e a f, æquales eſſe, eos videlicet qui ſub æqualibus lateribus ſubtendūtur. Angulus idcirco d b K angulo a e f, æqualis erit: & propterea arcus d i & f g, æquales erunt. Atqui minor eſt d i quàm d c: minor igitur erit f g eodem d c.

Quapropter in ſitu propinquiore ſtationum puncta viciniora ſunt oppoſito augis veræ, quàm in ſitu remotiore ſuppoſito, quòd ſtationes planetarum fiant in punctis contactuum.

Sed diſtantiæ à centro mundi ſint æquales: ipſi verò epicycli ponantur inæquales: puncta idcirco ſtationum in maiori epicyclo viciniora erunt oppoſito augis veræ, quàm in minore. Centrum enim vtriuſq; epicycli poſitū intelligatur in b, vt eadem ſit diſtantia ab ipſo a, mundi centro, oppoſitum augis in minori ſit c, & alterum punctum contactus vbi ſupponitur ſtationē fieri ſit d, oppoſitū augis in maiori ſit e, & alterū punctū ſtationis in quo fit cōtactus ſit f. Recta igitur linea a f, epicyclū maiorē contingens cadere nō poteſt inter a b & a d, ne accidat impoſsibile contra vltimā cōmunē ſententiam, duas rectas lineas ſuperficiem nō concludere, nec in rectum extendi poteſt cum eadem a d: recti enim ſunt duo anguli qui ad d, & f fiunt, ex concurſu linearum contingentiū cum ſemidiametris ipſorum epicyclorū: qua-

recta a f, vnà eſſet cum a d. tres igitur anguli interiores trianguli a b f, minores eſſent tribus interioribus trianguli a b d: quod rurſus eſt impoſsibile.

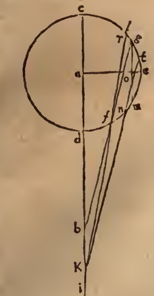
Et propterea recta ipſa linea a f, extra a d cadit, angulumq; efficit b a f, maiorem angulo b a d. Ex quo fit vt angulus qui relinquitur a b f, minor euadat quàm a b d. Recta porrò linea b d, producatur vſq; ad maioris epicycli circumferentiam in puncto g, duo igitur arcus c d & e g, in æqualibus circulis eidem acuto angulo ſubtenduntur e b g. Sicut autem ipſe angulus e b g, ad rectum angulum, ſic arcus e d & e g, ad ſuorum circulorum quadrantes, per vltimam ſexti: ipſi igitur arcus c d & e g, ſimiles proportionalesúe erunt. & proinde arcus e f,



minor erit quàm is qui in ſuo circulo proportionalis eſt arcui c d, minoris epicycli: & propterea punctum ſtationis maioris epicycli vicinius eſt oppoſito augis veræ, quàm pũctum ſtationis minoris epicycli, quod erat oſtendendũ.

Annotatio tertia.

Tertia cauſa, quam aſsignãt maioris viciniatis pũctorum ſtationũ ob tarditatẽ motus argumenti, nihil eſſicere poterit, vbi eccentricus intelligatur quieſcere, quia puncta contactuũ eadem erunt, ſiue velox, ſiue tardus ſit argumenti motus, dummodo cætera ponantur paria. Et idcirco quia puncta ſtationum viciniora ſunt oppoſito augis epicycli quàm ipſa puncta contactuũ, inquirendum igitur eſt à nobis, ſit ne verũ in vniuerſum quod a nonnullis aſſertum eſt de triplici cauſa variationis punctorum ſtationis. Et in primis oſtendemus, quòd non propterea, quòd centrũ epicycli propinquius eſt centro mundi, ſtationum idcirco puncta viciniora erunt oppoſito augis veræ epicycli. Sit enim a, centrum epicycli b, centrum mundi, a b breuiſſima diſtantia centri epicycli à centro mũdi, c aux vera epicycli, d oppoſitum augis: recta aũt a e, perpendicularis ſit in c d: & erit idcirco pũctum e, in medio ſemicirculi inter c & d. A cẽtro mundi b ad g, contingens punctum inter c & e, recta ducatur linea b g, quæ interiorẽ quadrantem ſecet in f. Igitur b f, maior erit quàm b d. Sed f g minor quàm e d, per 8. tertij. & propterea maiorem rationẽ habebit b f, ad dimidiũ f g, quàm b d ad d a, per 8. quinti & 31. quæ addita eſt à Campano. Per 12. verò propoſitionem 6. libri Euclid. recta linea inueniatur i d, quæ ad d a, eam habeat rationem, quam b f, ad dimidium f g: & quia ipſa b f, ad dimidium f



g maiorem rationem habere oſtenſum eſt, quā b d ad d a, maiorem igitur rationem habebit i d ad d a quàm b d, ad eandem d a, per 13. quinti: & propterea i d, maior erit ipſa b d, per 10. ipſius quinti libri. In recta itaque linea c b, in rectum producta ſumatur K d, minor quàm i d, ſed maior quàm b d: minorem igitur rationem habebit K d ad d a, quàm i d ad d a: & proinde k d ad d a, minorem rationem habebit quàm b f, ad dimidium f g. Tunc verò ponatur k, centrum mundi, quando centrum epicycli quàm longiſsimè diſtat à terris, & motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eam habere rationem ſubijciamus, quam habet b f, ad dimidium f g. Planeta igitur in d, ſiue centrum epicycli centro mundi ſit viciniſsimum, ſiue ab eo ſit diſtantiſsimum, dummodo eadem proportio motuum ſeruetur, retrogradus erit. Quando verò viciniſsimum fuerit, ſi planeta peruenerit ad f, in puncto erit ſtationis. eam enim poſuimus motuum proportionem quam habet b f, ad dimidium f g. Oſtendemus autem quòd quando cētrum epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a K, punctum ſtationis propinquius erit oppoſito augis veræ quàm f. Nam ſtationis pūctum non erit ipſum f. Si enim eſt: recta igitur linea connectatur k f, quæ in rectum producta circumferētiam epicycli attingat in pūcto l, inter c & g: & erit idcirco ſicut k f, ad dimidium f l, ſic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: at ſicut b f, ad dimidiū f g, ſic etiam motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli per hypotheſim: igitur ſicut k f, ad dimidium f l, ſic b f, ad dimidium f g per 11. quinti: ſicut autem dimidium f l, ad totam f l, ſic dimidium f g. ad totam f g: igitur ſicut K f, ad totam f l, ſic b f, ad totam f g, per 22. propoſitionem quinti. Connectatur autē recta g l, & quia duo contrapoſiti anguli b f K & g f l, æquales ſunt: duo idcirco triangula f K b, & f g l, æquiangula erunt, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur per 6. ſexti libri, & ideo angulus b K f angulo g l f, æqualis erit.

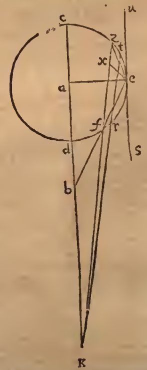
In duas itaq; rectas lineas b k & g l, recta incidens linea k f l, alternos angulos æquales efficit b K l & g l K: & ꝓpterea parallelæ erūt ipſæ rectæ lineæ b k & g l, per 27. propoſitionem primi. Deducatur autem à puncto g ſuper a e, perpendicularis recta linea g o, per 12. primi: quæ quidem in rectum producta inferiori quadranti d e, occurrat in m: recta igitur linea c d ſiue b K, parallela erit ipſi g m, per 28. primi. Arqui g l & b K, parallelæ oſtenſæ ſunt: duæ igitur g m & g l, parallelæ erunt per 30. propoſitionem ipſius primi libri: quod quidem eſt impoſsibile. Concurrunt enim in puncto g, in quo angulum efficiunt l g m. Nam tria puncta l g & m, in circuli circumferentia exiſtunt, non in vna recta linea. Quando itaque centrum epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a k, ſtationis punctum non erit f. Eadem arte oſtendemus, quòd non ſit ſtationis punctum inter f, & illud punctum, in quo recta linea à puncto K ducta, epicyclum tangit.

Nam ſi eſt: ſit igitur n ſtationis punctum, & producta K n, occurrat puncto t, in ipſius circuli circumferentia: quapropter ſicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, ſic K n ad dimidium n t: & idcirco ſicut k n, ad dimidium n t, ſic b f ad dimidium f g: & propterea ſicut k n, ad totam n t, ſic b f ad totam f g. At maiorem rationem habet K n ad n t, quam K f ad f l: maiorem igitur rationem habebit b f ad f g, quàm K f ad f l: recta igitur linea inueniatur f r, ad quam k f, eam habeat rationem, quam habet b f ad f g: minor idcirco erit f r quàm f l, per decimamquinti. Connectatur itaque recta linea g r, & æquiangula propterea erunt duo triangula b f K, g f r, per 6. ſexti. Quapropter duas rectas lineas g m & g r, (vt antea) concludemus parallelas eſſe: quod quidem eſt impoſsibile. Et idcirco quando centrum epicycli diſtat à centro mundi interuallo a K, non erit ſtationis punctum inter f, & punctum cōtactus. Et quoniam in puncto d, retrogradus eſt: in ipſo verò puncto contactus & ſupra eum directus incedit: punctum igitur ſtationis erit inter d & f: quare propinquius erit oppoſito augis veræ, quando centrum ipſius epicycli remotius eſt à centro mundi, quod erat oſtendendum.

Et oſtendemus rurſus, in alia figura ſtationum puncta in longioribus diſtātijs à centro mundi ꝓpinquiora eſſe oppoſito augis veræ epicycli. In recta enim linea c d, in rectū producta, & à cōtingēte in ea pūcto b, recta ducatur b e ad e, punctū in medio ſemicirculi inferiorē quadrātem ſecās in f. Maiorē igitur rationē habebit b f, ad dimidium f e, quàm b d ad d a. Suſcipiatur autem aliquanto infra b, punctū k, arte ſuperiꝰ ducta, ſic vt minorem adhuc rationem habeat

K d ad d a, quam b f ad dimidium f e, & ponatur b centrum mundi, a cẽtrum epicycli in oppoſito augis, ſiue in breuiſsima diſtantia à centro mundi. Tanta verò ſubijciatur tarditas motus centri epicycli, & tanta velocitas planetæ in epicyclo, vt b f ad dimidium f e, & motꝰ planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eãdem habeant rationem. Igitur quando centrũ epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a b, planeta in d, retrogradus erit, & in f ſtationarius.

Rurſus quando centrum epicycli à centro mundi diſtiterit interuallo a K, planeta ipſe in d retrogradus erit, at in f non erit ſtationarius, ſi eadem motuum proportio ſeruata fuerit. Nã

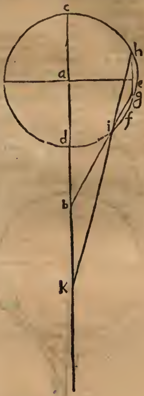


ſi in f, ſtationarius eſt: ducatur igitur per K & f, recta linea K f, quæ quadranti ſuperiori occurrat in z, & connectatur e z. Igitur ſicut b f, ad dimidium f e, ſic K f ad dimidium f z: quapropter ſicut b f ad totam f e, ſic K f, ad totam f z. Duo itaq; triangula b f k, & e f z, æquiangula erunt per 6. ſexti, & angulus f z e, coalterno b K f, æqualis erit: & idcirco a K & e z, rectæ lineæ parallelæ erunt. Tangat autem recta linea S u, circulum ipſum epicycli in e: angulꝰ igitur a e u, rectus erit, at verò rectus etiam eſt c a e: igitur parallelæ ſunt a K & S u: & propterea duæ rectæ lineæ e z & S u, quæ angulum faciũt in e, parallelæ erunt per 30. propoſitionem primi quod eſt impoſsibile: & idcirco ſtationarĩꝰ non erit in f. Nec erit in aliquo puncto inter f & e. Nam ſi eſt, ſit in r, & connectatur k r, quæ in rectum producatur vſq; ad t, in epicycli circumferentia. Igitur ſicut k r, ad dimidium r t, ſic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: & idcirco ſicut k r, ad dimidium r t, ſic b f ad dimidium f e, & vt K r ad totam r t, ſic b f ad totam f e, atqui maiorem rationem habet k r ad r t, quàm k f ad f z: igitur maiorẽ rationem habebit b f ad f e, quàm K f ad f z, habeat itaq; K f ad f x, minorem ipſa f z, eam rationem quam b f habet ad f e & connectatur e x: duo igitur triangula b f K, & f e x, æquiangula erunt, & duas rectas lineas a K & e x, (vt antea) parallelas eſſe concludes: & proinde parallelas eſſe e x & S u, quæ in puncto e, angulũ efficiunt u e x: quod quidem eſt impoſsibile. Et propterea non erit ipſe planeta ſtationarius inter f & e, ſed inter d & f: & idcirco ſtationũ puncta in longioribus diſtantijs à centro mundi oppoſito augis epicycli viciniora erũt, quod demonſtrandum erat.

Fortaſſe quiſpiam ſuſpicabitur, idcirco in maioribus diſtãtijs ſtationum puncta viciniora oſtenſa eſſe oppoſito augis epicycli: propterea quod proportio motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli proportionem K d, ad d a, minori differentia ſuperat, quam ſit ea, qua eam proportionem ſuperat, quæ eſt b d, ad d a. Maiorem enim proportionem habet K d, ad d a quàm b d ad d a. Et quoniam ductis rectis lineis à centro mundi ipſum epicyclum ſecantibus, proportiones linearum exteriorum ad dimidias partes interiorum perpetuo augẽtur à pũcto d, vſq; ad lineas cõtingentes: citius igitur in longioribus diſtantijs proportio exterioris lineæ ad dimidium interioris, illi proportioni æquabitur, quam motus planetæ in epicyclo ſeruat ad motum centri epicycli. In maiore itaque diſtantia epicycli à centro mundi citius quam in minore, idem planeta à puncto d, dimidiæ retrogradationis, ad punctum ſtationis

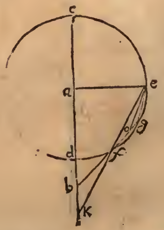
tionis perueniet: & proinde in longioribus diſtantijs ſtationum puncta viciniora erunt oppoſito augis veræ. Hæc tamen ratio fallax eſt. Nam talis eſſe poterit motuum proportio: ſimiliter & diſtantiarum, vt non citius planeta ad punctum ſtationis veniat in maiore diſtantia centri epicycli à centro mundi, quàm in minore: quinimò idem ſit ſtationis pũctum, ſiue ſit terris viciniſsimum, ſiue diſtantiſsimum. Eſto enim centrum mundi b, quando centrum epicycli terris viciniſsimum eſt, punctum f ſit, in quo recta linea ab ipſo centro mundi veniens epicyclum tangit, & à puncto g inter f, & punctum e, quod eſt in medio ſemicirculi, recta linea ducatur g h, rectæ a b parallela, quadrantẽ ſuperiorem in h ſecans, rectaq; linea b g connectatur, quæ inferiorem quadrãtem ipſius circuli epicycli in i ſecet: recta etiam linea connectatur h i, quæ in rectum producta concurrat cum recta a b in K. Et propoſitio motus planetæ in epicyclo ad modum centri epicycli ea ſubijciatur, quam habet b i ad dimidium g i. Planeta igitur in d centro mundi viciniſsimus retrogradus erit: in i verò ſtationarius. Centrũ autem mundi ſit k, quando centrum epicycli à terris remotiſsimum eſt: & eadem proportio motuum ſeruetur.

Dico, quòd planeta retrogradus erit in d, & ſtationarius rurſus in i. Nam quoniam g h & b k, parallelæ ſunt: duo igitur anguli coalterni g h i, & b K i, æquales erunt: angulus verò g i h, contrapoſito b i K æqualis eſt: reliquus igitur angulus K b i, trianguli b k i, reliquo angulo i g h, trianguli i h g, æqualis erit per 32. primi & communem ſententiam: & idcirco latera habebunt proportionalia ipſa triãgula per 4. ſexti, ſicut b i, ad i g, ſic K i, ad i h. Atqui ſicut i g ad ſui dimidium, ſic i h ad ſui dimidium: igitur ſicut b i, ad dimidium i g, ſic K i, ad dimidium i h, per æquam proportionem. Et quoniam eam ſuppoſuimus motuum proportionẽ, quam habet b i, ad dimidium i g: igitur ſicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: ſic k i, ad dimidium i h. Et propterea ipſe planeta ſtationarius erit in ipſo i puncto, quando centrũ epicycli à centro mundi quàm longiſsimè diſtat, quod etiam contingebat in eodem puncto, quando ipſius epicycli centrũ terris viciniſsimum erat. Retrogradus ſimiliter erit in d: quoniam maiorem proportionem habet k i, ad dimidium i h, quam K d, ad d a: & propterea maiorem proportionem neceſſe eſt habere motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quam K d, ad d a: ex quo concluditur in ipſo puncto d, retrogradum eſſe. Simili arte oſtendi poteſt, quòd talis poterit eſſe motuum proportio, vt in ſitu propinquiore ſtationum puncta viciniora ſint oppoſito augis veræ, quàm in ſitu remotiore. Eſto enim



punctum K, centrum mundi, quando à centro epicycli a diſtantiſsimum eſt, & ab ipſo pũcto K, ducatur ad punctum e, quod eſt in medio ſemicirculi recta linea k e, epicycli circulum ſecans in f, & ea ſubijciatur motuum proportio, quam habet K f, ad dimidium f e. Planeta igitur in f, ſtationarius erit: retrogradus autem in d. Eſto autem centrum mundi b, quando centrum epicycli terris viciniſsimum eſt, & connectatur recta linea b f, quæ in rectum producta

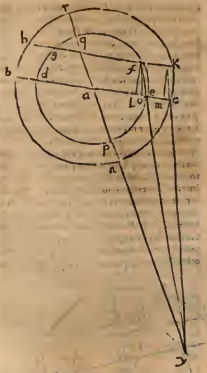
cta circuli circumferentiam attingat in g, & connectatur e g: planeta igitur ſeruata eadem motuum proportione, retrogradus erit in d: at ſtationarius non erit in f. Nam ſi eſt: erit igitur ſicut K f, ad dimidium f e: ſic b f, ad dimidium f g, & ſicut K f, ad totam f e, ſic b f, ad totam f g: & propterea concludemus (vt antea) duas rectas lineas b K & g e, parallelas eſſe, quod eſt impoſsibile. Ipſa enim recta linea b k ei, quæ in puncto e, circulum ipſum epicycli tangit, æquidiſtans eſt: & proinde ſtationis punctum non erit in f. Neque erit vltra f, nam ſi eſt vltra f, exterior igitur linea à centro b, ad punctum ſtationis ducta ad dimidiū interioris quæ intra circulum eſt, eam rationem habebit quam K f, ad dimidium f e: ea enim eſt motuum proportio per hypotheſim, & idcirco ſicut exterior linea a d totam interiorem, ſic k f, ad f e. At maiorem rationem habet ipſa exterior ad totam interiorem, quæ



in puncto vltra f epicyclum ſecat, quàm b f, ad ſ g: maiorem igitur rationem habebit K f, ad f e, quam b f, ad f g. Habeat autem b f ad f o minorem ipſa f g, eam rationem quam ſeruat K f ad ſ e, & connectatur e o: duo idcirco triangula b f k, & e o f, oſtendemus (vt antea) æquiangula eſſe per 6. ſexti, angulosque coalternos b K f, & f e o, æquales eſſe concludemus: propterea duas rectas b k & e o parallelas eſſe, quod eſt impoſsibile. Et quia planeta retrogradus eſt in d, maiore exiſtente motuum proportione, quam b d ad d a: ſtationarius autem eſſe non poteſt in f, neque in aliquo alio puncto inter f, & illud punctum in quo recta linea à puncto b, ducta epicyclum tangit: ſtationarius igitur erit inter d & f, & proinde ſtationum puncta viciniora erunt oppoſito augis veræ in ſitu viciniore, quam in remotiore.

Ex quibus palàm eſt, quòd maior vicinitas punctorum ſtationum non prouenit ex ſolo ſitu, aut propinquiore centro mundi, aut diſtantiore. Sed neque maior quantitas epicycli cauſa eſt, vt ſtationum puncta viciniora ſint oppoſito augis veræ, ſi cætera ponantur paria. Intelligantur enim duo epicycli circa centrū a, & maioris diameter ſit b c, minoris verò d e, ipſi autem b c, in vnius atque eiuſdem maximi circuli plano parallelus agatur h k, minorem ſecans epicyclum in punctis f & g, & cōnectantur rectæ lineæ e f, & c k, quas quidem in rectum producemus, donec concurrant, ſitque punctum, in quo concurrunt y: concurrere enim neceſſe eſt ad partes e & c.
Nam à punctis f & K, rectis lineis deductis f l & K m, ad rectos angulos ſuper b c, maior erit l e in minori circulo, quàm m c in maiori.
Quod enim fit ex b m, in m c, ei quod ex k m, in ſe ipſam fit, æquum eſt. Item quod fit ex d l, in l e, ei quod ex f l, in ſe ipſam fit, æquum eſt per 3. & 35. tertij. At æquales ſunt f l, & K m: quoniam f m parallelogrammum eſt: quod igitur fit ex b m, in m c, ei quod ex d l, in l e æquum erit. Maior eſt autem b m, quàm d l: minor igitur erit m c, ipſa l e. Aequalis porrò auferatur l o, & connectatur ſ o. Angulus itaque l f o, angulo m K c, æqualis erit in duobus rectangulis triangulis f l o, & k m c, per 4. propoſitionem primi libri Euclidis: & proinde angulus l f e, ipſo m K c, maior erit per communem ſententiam. Et quoniam duo anguli l f K, & m K f, parallelogrammi f m recti ſunt: angulo igitur l f e, detracto ab angulo l f K, angulo verò m c K, addito ipſi m K f: duo idcirco anguli e f K, & c K f, quorum vnus acutus eſt, & alter obtuſus duobus rectis minores relinquentur, concurrent igitur ipſæ f e, & K c, rectæ lineæ

ad

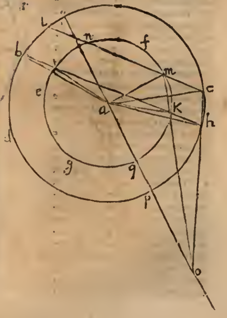


ad partes e, & c. Connectatur autem a y, quæ in rectum producatur vſque ad r, in maioris circuli circumſerentia, huic verò oppoſitum punctum ſit n, & eiuſdem rectæ lineæ cum minori epicyclo inter ſectiones ſint p & q, & ſubijciatur y centrum mūdi, planetas verò in ipſis epicyclis eoſdem omnino motus habere, & maiorē eſſe rationem motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quàm rectæ y p ad a p: & proinde multò maiorem quàm y n, ad a n. Sit aūt minoris epicycli planeta ſtationari' in e, dico quod planeta maioris epicycli ſtationarius erit in c. Quoniā enim planeta minoris ſtationarius eſt in e: eandem igitur rationē habebunt motus planetæ in epicyclo ad motū cētri epicycli. & recta y e, ad dimidiū rectæ e f. Sicut aūt y e, ad totā e f, ſic y c ad c k propterea quod e c & f k æquidiſtātes ſunt: igitur ſicut y e, ad dimidium e f, ſic y c, ad dimidiū rectæ c k: & idcirco ſicut y c, ad dimidiū c k, ſic motus planetæ in epicyclo maiori ad motū cētri epicycli.

Et proinde planeta maioris epicycli ſtationarius erit in c. At circūſerētiæ e p, & c n proportionales ſunt, eidem enim angulo ſubtenduntur n a c, quapropter e & c, ſtationū puncta in ipſis epicyclis, punctis p & n, pariter aſ propinquant. Non igitur quanto epicyclus maior fuerit (ſi cætera ponantur paria) tāto propinquiora erunt ſtationum puncta oppoſito augis veræ epicycli, & proinde cauſa non eſt maioris vicinitatis punctorum ſtationis. Quod autem vnū epicyclum intra alterum incluſimus, noſtram hanc demōſtrationem impedire minimè poterit. Separati enim intelligantur: eiſdem tamen motibus moueri.

Et oſtendemus in alia figura, quod in maiori epicyclo ſtationum pūcta viciniora eſſe poſsint perigæo epicycli, quàm in minori.

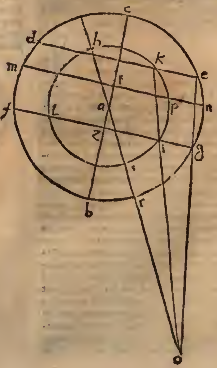
Sint enim circa cētrum a duo circuli deſcripti b c d & e f g, inæqualium epicyclorum, & præter ipſum centrum recta agatur linea b h, minorem circulum ſecans in i & K, cui æquidiſtans ducatur linea c l, diſtantior à centro, & ad eandem partem, minoremq; circulum ſecans in pūctis m & n, rectæq; lineæ connectantur m h & c h: quas quidem ſi in rectum produxerimus, concurrere neceſſe eſt ad partes h & k. Nā ſi ſunt parallelæ: duo igitur anguli i K m, & b h c ęqua



les erunt, exterior atque interior: rectæ autem lineæ cōnectantur a i, a b, a c, & a m: duplex igitur erit angulus i a m, anguli i K m, duplex etiā angulus b a c, anguli b h c per 20. propoſitionē 3. libri Euclidis, & propterea angulus i a m, æqualis erit angulo b a c, pars toti: quod eſt impoſsibile. Sed neque concurrunt ad partes c & m. Nam ſi ad eas partes concurrunt: angulus igitur i k m exterior trianguli maior erit interiore & oppoſito K h c, ſeu b h c. Quapropter angulus i a m, qui anguli i K m, duplex eſt, maior erit angulo b a c, duplo videlicet anguli b h c: pars igitur ſuo toto maior, quod rurſus eſt impoſsibile, & hac etiam arte oſtendere poteris in præcedenti figura concurſum duarum rectarum e f & c K. Concurrent igitur ipſæ rectæ lineæ m K & c h, ad partes h & K. Sit autem earundem concurſus in o, rectaq́; connectatur linea a o, proximas epicyclorum circumferentias ſecans in p & q. Et intelligamus ipſos epicyclos eo pacto moueri, vt in vtroque eorum motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo eam ſemper rationem ſeruet, quam dimidium rectæ K m, habet ad rectam k o. Et quoniam maiorem rationē habet a q, ad q o, quàm dimidium rectæ k m, ad K o: planeta igitur minoris epicycli retrogradus erit in q, ſtationarius autē in K. Quoniam verò ſicut m K ad K o, ſic c h ad h o, per 3. propoſitionem 6. libri Euclidis: ſicut igitur dimidium K m ad K o, ſic dimidium c h ad h o.

Maiorem porrò rationem habet a p ad p o, quàm dimidium c h ad h o: planeta igitur maioris epicycli retrogradus erit in p, ſed ſtationarius in h. At quia pūctum K, poſitum eſt inter b & h, terminos rectæ b h, quæ quidē extra cētrū a, acta eſt: rectis igitur ductis lineis ab ipſo a, ad K, & h recta a h rectę a o, vicinior erit quàm a K: relinquitur enim K, extra triangulum a h o: & propterea circumferentia k q, maior eſt ea circumferentia ipſius minoris circuli, quæ ſimilis eſt circumferentiæ h p, & proinde in maiori epicyclo ſtationis punctum vicinius eſt perigæo, quod demonſtrandum erat. Et in alia deniq; figura oſtendemus fieri poſſe, vt in minori epicyclo minus diſtent ſtationum pūcta à perigæo ipſius epicycli, in maiori verò epicyclo longius. Intelligantur enim (vt antea) circa centrum a, duo circuli inæqualium epicyclorum, & agatur diameter b c maioris epicycli ſuper quā ad rectos angulos duæ rectæ lineæ ducantur d e & f g. Sitque d e, à centro ipſo a diſtantior, ſed f g propinquior: quarum quidem cum minori circulo interſectiones ſint k h & i l. Aequidiſtantes igitur erunt ipſæ rectæ lineæ d e & f g: connectantur autē K i & e g, quæ neceſſario concurrent ad partes g & i, quemadmodum ſtatim oſtendemus.

Agatur enim inter centrum a & rectam d e, recta linea m n, ipſi d e æquidiſtans, ſed quæ tanto interuallo diſtet ab ipſo a, quanto diſtat f g, interuallis nempe æqualibus a t & a z. Ea autem ſecet minorem circulum in p, inter k & i, maiorem verò in n, inter e & g, & connectantur e n & k p. Rectæ igitur lineæ p k & e n, concurrent ad partes p & n, velut in precedenti figura demonſtratum eſt. Et propterea maior oſtendetur e k, quam n p, per 4. propoſitionē

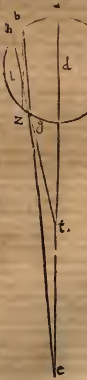


6.Euclid.at verò ipſa n p,rectæ g i, æqualis eſt: quod quidem per communem ſententiam cõcludes.ex æqualibus enim t n & g z relinquũtur,detractis t p & z i æqualibus: quapropter recta e K, maior erit ipſa g i. at æquidiſtantes ſunt: concurrent igitur rectæ k i & e g, ad partes g & i.Si enim parallelæ ſunt: æquales igitur erunt rectæ lineæ e k & g i, per 34. propoſitionem primi libri,at maior oſtenſa eſt e k, ipſa g i.Cõcurrere autem non poſſunt ad partes K & e. nam ſi ad eas partes concurrerent, maior eſſet g i ipſa e K,per 4. propoſitionẽ 6. at minor oſtenſa eſt,& propterea ad partes g & i, concurrunt ipſæ rectæ lineæ K i & e g. Sit autẽ earum concurſus in o puncto,à quo quidem ad centrum a,recta linea ducatur o a,proximas epicyclorum circumferentias ſecans in r & s. Et ponemus ipſos epicyclos eiſdem motibus moueri atq; eo pacto,vt motus centri epicycli eam habeat rationẽ ad motũ planetæ in epicy. quàm dimidium k i, ad rectam i o,& propterea ſicut dimidium e g ad g o.Nam ſicut K i ad i o ,ita e g ad g o,per ſecundam propoſitionem 6.Euclidis.Quapropter planeta minoris epicycli retrogradus erit in s perigæo,ſed ſtationari⁹ in i. At planeta maioris epicycli retrogradus erit in r, ſtationarius verò in g. Et quoniam ſi à puncto a in punctum g. recta linea ducta fuerit a g,rectam g z,ante g,ſecare non poterit,ne accidat impoſsibile contra vltimã cõmunem ſententiam,duas rectas lineas ſuperficiem non concludere:circũferẽtia igitur ſi minor erit ea quæ in eodem circulo ſimilis eſt circumferentiæ g r,& proinde in minori epi.puncta ſtationũ viciniora ſunt perigæo,quã in maiori:quod quidem in præſenti figura demõſtrãdum ſuſcepimus. Ex quibus cõcludes,quod maior quantitas epicycli cauſa nõ eſt (ſi cætera ponantur paria) maioris vicinitatis punctorum ſtationũ quod erat à nobis oſtendendum.

Tarditas motus argumẽti,ideſt, tardior motus planetæ in epicycl. verè cauſa eſt,vt puncta ſtationũ magis inuicẽ appropinquent. Eſto enim centrum epicycli a,centrum mundi b: motus verò planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli maiorem habeat rationem,quam b d, ad d a.Sed ſit ſicut b c,ad dimidiũ c e: planeta igitur retrogradus erit in d,ſtationarius verò in c. Dico itaq; . quod ſi motus ipſius planetæ in epicyclo tardior poſitus fuerit,ſic tamen, quòd maiorem adhuc rationem ſeruet ad motum cẽtri eiuſdem epicycli,quàm b d ad a d, retrogradus etiam erit in d, ſed ſtationis punctum erit inter c & d, atq; eo modo propinquius fiet oppoſito augis veræ eiuſdem epicycli. Nam in ipſo c puncto ſtationẽ facere non poterit:ſi enim faceret,recta b c,ad dimidium c e,maiorem haberet rationem,ſimul & minorem:quod eſt impoſsibile. Tardior enim motus planetæ in epi. ad eundem motum centri epicycli minorem habet rationem,quàm velocior:& proinde neque ſtationis punctum poterit eſſe f vltra c.Nã b f, ad dimidium interioris lineæ , quæ ſit f g, maiorem habet rationẽ,quàm b c ad dimidiũ c e : & idcirco tardior motus planetæ in epicyc. ad eundem motum centri epicycli maiorẽ haberet rationem,quàm velocior:quod rurſus eſt impoſsibile. Et propterea ſi argumenti motus ponatur tardior,ſtationis punctum erit ante c, vicinius nempe oppoſito augis veræ epicycl. Idem etiam concludes, ſi ſeruato eodem motu planetæ in epicyclo , motum centri epicycli, aliquanto velociorem poſueris quàm antea. Nam vtrouis modo proportio minuatur,dummodo maior relinquatur,quàm ea quæ eſt rectæ b d,ad d a: planeta ſimiliter retrogradus erit in d, & ſtationarius rurſus ante c. Ex his igitur planè apparet Georgium Purbachium in theoricis cauſas minimè aſsignare maioris vicinitatis punctorum ſtationum, ſed ita intelligi debere. In Saturno , Ioue & Marte, atq; in Venere, ipſarum ſtationũ ſupputatione cõpertum eſt, quanto centrũ epicycli oppoſito augis æquantis vicinius eſt , ideſt, quanto centrũ epicycli vicinius eſt centro mundi , tanto earundem ſtationum puncta viciniora eſſe oppoſito augis veræ



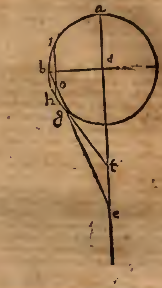
epicycli. Non quòd in vniuerſum maior vicinitas centri epicycli minus inuicem diſtare faciat ſtationum puncta. Oſtenſum enim à nobis eſt, ex maiori centri epic. à centro mundi vicinitate aliquando prouenire maiorem diſtantiam punctorum ſtationum, aliquando minorē, & aliquādo parem. Cæterùm in quouis triū planetarum ſuperiorum & in Venere, ea magnitudine comparatus eſt epicycl. & orbis eum deferentis ſemidiameter ea etiam eccētricitas: atq; tanta eſt diminutio proportionis velocitatis planetæ in epicy. ad motum centri epicycli in ſitibus propinquioribus centro mundi: vt ſicut centrum epicycli ipſi centro mundi appropinquat, ſic puncta ſtationum viciniora fiunt oppoſito augis veræ epicycli. Atq; hæc ratio exacta eſt, & demonſtrationibus comprobata ad ſitum augis æquantis, & mediæ longitudinis & oppoſiti augis. Ad alios autem ſitus facilioris ſupputationis gratia ſupponit Ptolemæ⁹ arcus ſtationum & remotiones à centro mundi proportionales eſſe, quem Purbach. ſequi videtur, cum inquit: quanto centrum epicycli, vicinius fuerit oppoſito augis æquantis, tanto ſtationum puncta viciniora erunt oppoſito augis veræ epicycli. Mercurium verò excepiſſe conſtat: quoniam non quanto magis centrum epicycli oppoſito augis æquantis appropinquat, tanto minus diſtat à centro mundi, quemadmodum ſuperius oſtenſum eſt in ipſius Mercurij theorica. Præterea quia contrariam legem in eo habent ſtationum puncta. Quanto enim cētrum epicycli Mercurij centro mundi vicinius eſt tanto ea magis diſtant ab oppoſito augis veræ epicycli. Nam ea magnitudine comparatus eſt huius planetæ epicyclus, & ea eſt eccentricitas, & eccentrici ſemidiameter vt ex maiori diſtantia cētri epicycli à centro mundi maior vicinitas pūctorum ſtationum proueniat, quēadmodum ſupputationes demonſtrant. Neque hoc mirum videri debet: quum ſuperius oſtenſum ſit, vt aliquando maior vicinitas centri mūdi maiorem remotionem punctorum ſtationū ab oppoſito augis veræ epicycli efficere poſsit. Aduerſus illud aſſumptum Ptolemæi, quòd in tribus planetis ſuperioribus & in Venere ſicut centrum epicycli centro mundi magis appropinquat, ſic ſtationum puncta minus diſtet ab oppoſito augis veræ epicycli: & proinde differentias ſtationum & remotionum à centro mūdi proportionales eſſe, contendit Geber fieri poſſe vt in eiſdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales ſint ſtationum arcus: & ideirco æquales habeantur diſtantiæ punctorum ſtationum ab oppoſito augis veræ epicycli. Quem quidem Ioannes de Monteregio ſequitur hac videlicet ratione ab ipſo Gebro mutuata. Sit epicycli circulus a b g, cuius centrum ſit d: mundi verò centrum ſit e. Sitq; collocatus in media longitudine eccentrici, & ad eum ſitum ſtationis punctum ſit g: rectæ verò lineæ connectantur e d & e g, quæ quidem vſque ad ſupremam epicycli circumferentiam in rectum producantur, e d ad a, augem veram epicycli & e g ad b ipſiq; a e æquidiſtans agatur b z, quam ſecet recta h t, per punctum g tranſiens (qualitercunque ceciderit) in pūcto l. Sic tamen vt ſit d t maior, breuiſsima diſtantia centri epicycl. à centro mundi. Duo igitur triangula b l g & e g t, æquiangula erunt: & idcirco ſicut b g ad g e, ſic g l ad g t. Maior eſt autem g h quam g l: maiorem igitur rationem habebit g h ad g t, quam b g ad g e. & propter eandem



ij ſius g h ad g t, maiorem rationē habebit quā dimidiū g b ad e g. Intelligamus itaq; cētrū epic. recedere ab hoc ſitu lōgitudinis mediæ verſus oppoſitū augis eccētrici: mot⁹ igitur cētri epicycl. velocior erit in ōni ſitu propinquiore oppoſito augis. Et idcirco velocitas cētri epicycli maiorē habebit rationē ad velocitatē planetæ in epicyc. in ſitu propinquiore, quā in remotiore. Quando igitur centrū epic. à cētro mundi diſtiterit interuallo æquali rectæ d t, maiorē rationē habebit in eiuſmodi ſitu, quicūq; ille ſit veloci tas cētri epic. ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, quàm quando erat in media longitudine deferentis. At verò maiorē quoq; rationē oſtenſum eſt habere dimidium h g ad g t, quàm dimidium b g ad g e: vnà igitur augentur motuum & linearum proportiones. Quamobrem poſsibile eſt, vt tātum addat proportio dimidij h g ad g t, ſuper proportionem dimidij b g ad e g, quantum in diſtātia d t, proportio velocitatis centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicyclo addit ſuper proportionem, quàm in diſtantia e d, velocitas centri epicycli habet ad velocitatē planetæ in epicycl. Et proinde in diſtantia d t, ſicut dimidium rectæ h g ad g t, ſic erit velocitas centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicycl. Tūc igitur ſtationis pūctū erit ipſum g ſicut antea, quando epicycl⁹ erat in media lōgitudine deferentis. Supponitur aūt in hac demonſtratione non ſolum e g: ſed etiam t g, in omni ſitu inter mediam longitudinem & oppoſitum augis deferentis in rectum productā ſuperiori parti occurrere epicycli aliter enim proportio dimidij h g ad g t maior non erit in ſitu propinquiore, quàm in remotiore: imò verò minor.

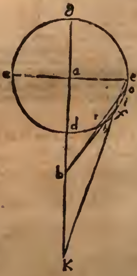
Eſto enim in ſubiecta figura circuli quadrans a b, & linea t g, in rectum producta occurrat circumferentiæ epicycli in h puncto ante b, & excitetur ex ipſo h, puncto recta linea h i rectæ a e æquidiſtans, cuius ſectio cum e b, ſit pūctum o. erit igitur ſicut o g ad g e, ſic h g ad g t: propter æqualitatem angulorum & ſimilitudinem triangulorum g o h & g e t: quapropter b g ad g e, maiorem rationem habebit, quam h g ad g t: & dimidium igitur b g ad ipſam g e, maiorem quoq; rationem habebit, quam dimidiū h g ad g t. Et ideirco in ſitu propinqoiore non augebitur proportio dimidij interioris lineæ ad exteriorem: quinimò diminuetur. Idem oſtendes ſi vtraq; e g & t g, circumferentiæ epicycli occurrat in inferiore quadrante. Et deniq́ue ſi t g, occurrat inferiori quadranti, quemadmodum in deſcripta figura ſed e g, ſuperiori ante i: ſimiliter enim demonſtrabitur maiorem rationem habere dimidiū b g ad g e, quàm dimidium h g ad g t. Sed etiam ſi concedamus quemadmodum aſſumunt puncta b & h, eſſe in medietate epicycli ſuperiore: nondum tamen oſtendunt illo ſyllogiſmo quòd poſsibile ſit in ipſis planetis in ſitu propinquiore, & remotiore, ſtationem fieri in g. Quanquam enim dimidium rectæ b g ad g t, maiorem habeat rationē, quàm dimidiū b g ad g e: & quanto epicyclus propinquior ſit oppoſito augis eccentrici, tanto dimidium lineæ interioris ad exteriorē maiorem rationem habet. Præterea quanquam ratio motus centri epicycli, ad motū planetæ in



epicyclo ſemper augeatur: nōn probant tamen quòd in vno atque eodem ſitu epicycli tātum addere poſsit in his planetis motuum proportio, quantū linearum, niſi id poſsibile dicant, quod dubium eſt, atq; incertum. Et incerta nihilomin⁹ eſt ratio Ptolemæi quòd in tribus planetis ſuperioribus, & in Venere, quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto arcus ſtationū maiores ſint. Purbach. tamen Ptolemæū ſequutus eſt. Quapropter cum receptū iam ſit in tribus planetis ſuperioribus & Venere quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto puncta ſtationum viciniora eſſe perigeo epicycli, in Mercurio contrà, quanto epicyclus vicinior eſt centro mundi, tanto ſtationum puncta diſtantiora eſſe à perigæo epicycli. Putat Eraſmus Reinoldus huius diuerſitatis cauſam eſſe, quòd in tribus planetis ſuperioribus, & Venere, proportio quam ſemidiameter epicycli habet ad extrinſecam lineam, quæ inter ipſum epicycli, & centrum mundi eſt, eam proportionē quam motus centri epicycli ſeruat ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, minus excedit in ſitu propiquiore, quam in remotiore; in Mercurio tamen contrarium accidere.

Nam in ſitu diſtantiore à terris proportio ſemidiametri epicycli, ad extrinſecam lineá inter ipſum epicyclum & centrum mundi, eam quam habet motus centri epicycli ad velocitatē planetæ in epicyclo minori differentia ſuperat, quàm quando idem epicycl⁹ eſt in ſitu propinquiore. Quanto enim (aiunt) maior fuerit ea proportio, quæ relinquitur detracta proportione motuum à proportione linearum, tanto longius diſtare neceſſe eſt puncta ſtationum a perigæo epicycli: & quanto relicta proportio minor fuerit, tanto ſtationum puncta viciniora erunt. Cæterùm huiuſmodi cauſam non rectè aſsignatam eſſe, in hunc modum oſtendemus. Circulus c g d, circa centrū a deſcriptus, in quadrantes diuidatur duabus diametris c e & g d, & in linea g d, in rectum producta duo ſumatur puncta, b propinquius centro, & k remotius, rectaq; cōnectatur linea k e, deſcripti circuli circumferentiam ſecans in f. Intelligamus igitur



eundem circulum cuiuſdam epicycli eſſe, cuius longiſſima diſtantia à cētro mundi ſit a K: breuiſsima verò æqualis ſupponatur rectæ a b.

Proportionem porrò motus centri epicycli, ad motū planetæ in epicyclo æqualem ponemus ei quam ſeruat dimidium rectæ e f ad rectam f K, eandemq; in omni ſitu.

Quapropter cum epicyclus fuerit in auge eccētrici, ſtationis punctum erit f. At quando fuerit in oppoſito augis ſtationis punctum erit inter d & f: hoc enim ſuperius a nobis oſtenſum fuit. Eſto igitur h, ſtationis punctum in ſitu oppoſiti augis, rectaq; connectatur linea b h. quæ quidem in rectum producta circumferentiæ epicycli occurret in puncto i, quadrātis inferioris: neque enim punctum e, attingere poteſt, neque cadere inter ipſum e & g, ne dimidium interioris lineæ ad h b, maiorem habeat rationem quàm dimidium e f ad f k, quę quidem eſt ratio motus centri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo.

Igitur ſicut ſe habet dimidium e f ad f K, ſic dimidiū i h ad h b: vtraq; enim eſt proportio motus centri epicycli ac motum planetæ in epicyclo. Ipſa verò proportio minor eſt quam quæ eſt d a ad d K, & ad d b. Cæterùm maiorem proportionem habet ipſa d a ad d b, minorē lineā, quàm ad d k maiorem. Et propterea ſi proportio motus cētri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo, ex vtraque proportione d a ad d b, & d a ad d K, fuerit ablata: maior relinquetur proportio quando fuerit detracta ex ea quæ eſt d a ad d b, quàm quando ex ea quæ eſt d a ad d k. Sic igitur ſtationis punctum ad oppoſitū augis eccentrici diſtantius erit à puncto d quàm f: non igitur in h, quod quidem eſt impoſsibile. Rurſus ſi, quemadmodum in ipſis planetis ſuperioribus, atque Venere fit, cētrum epicycli aliquanto velocius moueri in ipſo oppoſito augis eccentrici poſueris, quàm in auge, adhuc oſtendemus, vbi maior relinquitur proportio, ſtationum puncta viciniora eſſe perigæo epicycli. Intelligamus enim ab ipſo b. puncto ad punctum r, inter d & h, rectam lineam venire b r, quæ in rectum producta iterum epicyclum ſecet in puncto o inter e & i: ſic tamen vt detracta proportione quam dimidium rectæ o r habet ad b r, ex ꝓportione d a ad d b, maior adhuc relinquatur proportio, quam quæ relinquitur quando detrahitur proportio dimidij rectæ h i ad h b, ſeu dimidij f e ad f K, ex ea quæ eſt rectæ d a ad d K. Tunc verò ponemus centrum epicycli tanta moueri velocitate in oppoſito augis eccētrici, vt motus ipſius eam ſeruet proportionē ad motū planetæ in epicyclo, quam di-

dimidium o r ad r b. Sic igitur ſtationis punctum erit r, quum in auge eſſet f. Propinquius itaque perigæo epicycli in oppoſito augis eccentrici, quàm in auge, etiam ſi celerius moueatur centrum epicycli in oppoſito augis. & minor relinquatur proportio in ipſo oppoſito augis. Quanquam verò nullius planetæ epicyclus talis exiſtat, qualem finximus: noſtra tamen ratio nihilominus euidens eſt ad oſtendendum minorem relinqui proportionem in oppoſito augis, quàm in auge, cauſam non eſſe iuſtã, ex qua proueniat maior appropinquatio punctorum ſtationum.

Quod autem ſumpſimus, ſi à duabus inæqualibus rationibus æquales auferantur, maiorem relinqui à maiori quàm à minori, demonſtrabitur hoc modo: habeat enim a ad b, maiorem rationem quàm c ad d, & ab ipſa ratione quæ eſt a ad b, auferatur ea ratio quam e habet ad f: ſicut autem e ad f, ſic ſe habeat g ad h, ipſaq; ratio quæ eſt g ad h, ex ea auferatur quam c habet ad d. Dico, quòd maior relinquetur ratio ex ea quæ eſt a ad b, quam ex ea quæ eſt c ad d. Sicut enim e ad f, ſiue g ad h, ſic ſe habeat i ad b, & k ad d.

Ratio igitur a ad b ex iis conſtabit, quæ a ad i, & i ad b. Similiter ratio c ad d, ex iis conſtabit quæ c ad k & k ad d: hoc enim oſtenſum eſt ab Eutocio Aſcalonita ſuper 2. libro de Sphæra & cylindro Archi. & propterea ſi ratio i ad b, ex ea auferatur quæ eſt ad b, relinquetur ea quæ eſt a ad i: & detracta ſimiliter ratione K ad d, ex ea quæ c ad d, relinquetur ea quæ eſt c ad k. Cæterùm maiorem rationem habebit a ad i, quàm c ad k.

Nam quoniam a primum ad b ſecundum, maiorem rationem habet quàm c tertium, ad d quartum per hypotheſim, b verò ſecundũ ad i quintum eandem rationem habet, & d quartum ad K ſextum per conuerſam rationem: maiorem igitur rationem habebit a primum ad i quintum, quàm c tertium ad K ſextum. Quod quidem eadem arte demonſtrari poterit, qua vſus eſt Campanus ad oſtendendum 31. quinti libri Euclidis: & proinde ſi à rationibus inæqualibus æquales auferantur rationes, maior relinquetur à maiori quam a minori, quod fuit a nobis aſſumptum.

¶ *Tardi dicuntur planetæ & minuti curſu. &c.*

Annotatio quarta.

Prioris partis exemplum Sol eſt, cum ab auge in longitudinem mediam mouetur. In eo enim loco medius motus verum motum quam maximè ſuperat. Sed ab ipſa media longitudine vſque ad oppoſitum augis Sol dicetur velox. Nam ſi ab auge ad longitudinem mediam linea veri motus in aliquo tempore non moueretur tardius quàm linea medij motus: igitur vel velocius, vel æquali velocitate moueretur. Quapropter in fine ipſius concepti temporis vel æquatio æqualis inuenta eſſet priori, quæ quidem inuenta fuerat in initio eiuſdem temporis: aut ea minor, quorum vtrumq; eſt impoſsibile. Oſtenſum eſt enim in puncto longitudinis mediæ maximam haberi æquationem, & ab auge vſque ad eum locum perpetuo creſcere. Similiter oſtendetur quòd à longitudine media vſque ad oppoſitum augis linea veri motus velocius quàm linea medij motus moueatur. Atq; ex hoc concludes quòd in motu verò Solis fit tranſitus à minori in maius, ſed non per æquale: habes præterea quòd à longitudine media ad oppoſitũ augis dicetur Sol velox quidem curſu, ſed diminutus numero. Et aduerte quòd quanquam res ita ſe habeat, nihilo minus vera ſunt quæ de motu Solis æquali & apparente ſuperius annotauimus circa Theoricam Solis.

¶ *Triplex eſt ratio, cur Luna poſt coniunctionem quandoq; tardius, quandoq; citius appareat.*

Annotatio quinta.

De prima cauſa.

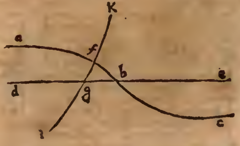
Ponamus ſolis & Lunæ coniunctionem in ſignis tardè deſcendentibus factam fuiſſe, ipſamq; Lunam latitudine carere. Dico, quòd citius apparebit luna à Sole digreſſa, quam ſi in ſignis velociter

ter deſcendentibus ipſa coniunctio accideret.
Nam cum Sol occidendo in horizonte fuerit,
ſignaq; occupauerit rectè deſcendentia, Luna
ipſa à Sole digreſſa ſupra horizontem relinque
tur. Quapropter zodiaci arcus inter eam & ſo-
lem cum maiori æquinoctialis arcu deſcendet.
Huic autem æquinoctialis arcui ſimilis propor
tionalisúe eſt arcus paralleli Lunæ, qui inter eã
& horizontem intercipitur per 17. propoſitio-
nem 2. libri Theodoſij, vel per ea quæ demon-
ſtrauimus ſuper decimaſeptima 2. libri de Cre
puſculis: ſimul igitur deſcendent, & in eodem
tempore. Sed ſi coniunctio acciderit in ſignis
obliquè deſcendentibus, zodiaci arcus inter
Solem & Lunam priori æqualis cum
minori æquinoctialis arcu, ſimiliter
& cum minori arcu paralleli loci Lu-
næ deſcendet. Ex quibus concludes,
quòd ſi in ſignis recte deſcendentibus
coniunctio fiat, longius intra noctem
Luna ipſa ad occaſum veniet, quam ſi
facta fuerit in ſignis oblique deſcendẽ
tibus. Et quoniam aſtra quæ longius
intra noctem ad occaſum veniunt, me
lius videntur: minus enim à Solis ſplẽ-
dore obtenebrantur: quæ autem poſt
Solis occaſum ſtatim deſcendunt mi-
nimè ſpectãtur. Luna igitur citius vi-
deri poterit ſi coniunctio facta fuerit in ſignis
rectè deſcendentibus: tardius verò in iis ſignis
quæ obliquum habet deſcenſum.

Ita puto autorem concludere velle lunam à ſo-
le digreſſam in climatibus Borealibus citius ap
parere, ſi ſigna occupauerit quæ ſunt à princi-
pio Capricorni vſq; ad finem Geminorum.

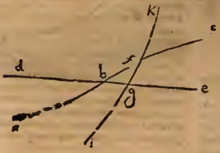
At (quod ſumit) arcus eclipticæ ipſius ſemicir
culi aſcendentis in climatibus Borealibus rectè
deſcendere certiſsimum oſtendemus in hunc
modum. Eſto enim a b c, ſemicirculus eclipti-
cæ deſcendens, a initium Cancri, b Libræ, c
Capricorni, æquinoctialis verò d b c, & arcus
f b ad b, punctum terminatus aſcendat cum ar
cu g b, in horizõte obliquo k g i loci Borealis,
in quo eleuatio æquinoctialis graduum ſit 78.
cum minut. 15. aut minor, id eſt in quo eleuatio
poli graduum eſt 11. minu. 45. aut maior. Dico,
quòd g b, maior eſt ipſo b f.

Nam quoniam tres anguli interiores ſphærici
trianguli b f g, duobus rectis maiores ſunt per
49. propoſitionem tertij libri Ioannis de Mon
teregio de triangulis: idcirco ſuppoſito angu-
lo f b g, maximæ obliquitatis zodiaci graduũ
23. minu. ferè 30. duo igitur anguli g f b & f g
b, iunctim gradibus 156. min. 30. maiores erũt:
angulus verò f g b, graduũ ſupponitur 78. min.
15. aut minor: reliquus igitur angulus g f b, ma
ior erit quam graduum 78. min. 15. Maiori au-
tem angulo maius ſubtenditur latus per ſepti-
mam primi Menelai: maior igitur erit arcus b
g, ipſo b f: & proinde idem b f, arcus quadran-
tis a b ad b, punctum terminatus rectè aſcẽdit,
in omni horizonte obliquo Borealis loci, in
quo eleuatio poli Borealis graduum eſt 11. cum
minu. 45. aut maior, dũmodo tanta non ſit Bo
realis poli altitudo, vt propoſitus arcus b f, nec
ortum nec occaſum habeat in ipſo horizonte:

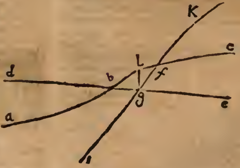


imò verò ſemper appareat. Oportet enim alti-
tudinem Borealis poli ſupra horizontem com
plemento declinationis puncti f minorem eſ-
ſe, vt idem f in eodem horizonte in vna mun-
di reuolutione ortum habeat, atque occaſum.
Et quoniam inter arcus quadrantis a b, qui pro
ximior fuerit pũcto a, ſiue continui ſint ipſi ar-
cus, ſiue non continui, cum maiori æquinoctia
lis arcu aſcendit, quàm qui ab eodem puncto re
motior: quod quidem per 6. & 10. tertij libri
Theodoſij concludes. Omnis igitur arcus qua-
drantis a b, in prædictis horizontibus Borealiũ
locorum rectè aſcendit, id eſt cum maiori æqui
noctialis arcu. Atqui in duobus quadrantibus
eclipticæ a b & b c, æquales arcus qui ad pun-
ctum b, Autumnalem ſectionem terminantur,
æquales habent arcus aſcenſionum in vno atq;
eodem horizõte, per 14 tertij libri Theodoſij.
Quapropter coadiuuante communi ſenten-
tia, ſi ab æqualibus æqualia auferantur, ſtatim
concludes, quoſuis arcus eclipticæ duorũ qua-
dratum a b & b c, æquales æqualiq; interuallo
diſtantes ab ipſo b, puncto Autumnalis ſectio-
nis æquales inter ſe habere aſcẽſiones. Et proin
de.

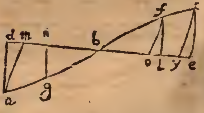
de omnis eclipticæ arcus in ſemicirculo deſcẽdente recte aſcendit ideſt cum maiori æquinoctialis arcu. At verò in quo tẽpore oritur vnus arcus ſemicirculi deſcendẽtis, in eodem oppoſitus occidit aſcendentis ſemicirculi: omnis igitur arcus ſemicirculi aſcẽdentis in climatibus Borealibus cum maiori æquinoctialis arcu deſcendit, quemadmodum autor ſuppoſuit, quod demonſtrandum erat. Quod autem Capuanus antiquus expoſitor hunc textum de apparitione Lunæ exponens ait: Piſces & Arietem maximas habere deſcenſiones in ſphæra obliqua, allucinatio eſt. Vtrũ verò omnis eclipticæ arcus ſemicirculi deſcendentis oblique occidat, ideſt, cum minori æquinoctialis arcu, deinceps examinabimus. Eſto enim a b c ſemicirculus, eclipticæ aſcendens d b e, æquinoctialis a initium Capricorni, b Arietis, c Cancri, & in obliquo horizonte K g i. loci cuiuſuis Borealis aſcendat arcus b f. quadrantis b c, cum arcu æquinoctialis b g. Dico quod b g, minor eſt ipſo b



f. Nam quoniã angulus b g i eleuatiõnis æquinoctialis eſt: acutus igitur erit, reliquus autem angulus b g f, obtuſus. Atqui duo latera b g, & b f, trianguli f b g, vno ſemicirculo minora ſunt: angulus igitur b g i, exterior ipſius trianguli f b g, interiore b f g, maior erit: & idcirco ipſe angulus b f g acutus erit, quapropter ſubtenſum latus b g, latere b f, quod quidem obtuſo angulo ſubtenditur b g f, minus erit. Et quoniam æquales arcus ad punctum b, terminati ipſorũ quadrantum eclipticæ a b, & b c, cum æqualibus arcubus æquinoctialis aſcendunt velut antea demõſtrauimus de iis qui ad ſectionẽ autũnalẽ terminãtur. Et in quo tempore arcus eclipticæ ſemicirculi aſcendentis ſuper horizontẽ aſcendunt, in eodem oppoſiti arcus alterius ſemicirculi deſcendunt: omnes igitur arcus ſemicirculi eclipticæ deſcendentis, qui ad Autumnalem ſectionem terminantur, oblique deſcendunt ideſt cum minoribus æquinoctialis circuli arcubus, quod erat in primis oſtendendum. Sumpſimus porrò duos arcus b g, & b f, vno ſemicirculo minores eſſe, quod ſtatim demonſtrabimus. Nam quoniam angulus d g i, eleuationis æquinoctialis acutus eſt: reliquus igitur angulus b g f. obtuſus erit. Excitetur itaque ex g, puncto arcus circuli maximi g l, inter æquinoctialem & eclipticam, qui ad ipſum punctum g. rectos angulos efficiat cum æquinoctiali: quod quidem illico efficies ſi per idem g, & alterum æquinoctialis polum maximum circulum duxeris, ſecundum Theodoſii præceptum in primo libro. Quoniam itaque angulus b, maximæ obliquitatis zodiaci acutus eſt: latus igitur l g, rectanguli trianguli b l g, minus erit quadrante. At latus b l rectum ſubtendens angulum minus eſt quadrante: igitur & reliquum latus b g, rectum ſuſtinens angulum quadrante quoque minus erit. At verò ipſe arcus b f, quadrante maior non eſt: igitur ipſa duo latera b f & b g, trianguli b f g, vno ſemicirculo minora ſunt: quod quidem fuerat aſſumptum.



Sed eſto c e, arcus Coluri inter c initium Cã-cri & æquinoctialem: quadrans idcirco erit b e, propterea quòd idem Colurus in eclipticam & æquinoctialem incidens, & à polis ipſorum veniens rectos angulos efficit ad c & e. Veniat igitur per f. eclipticæ punctum arcus maximi circuli à polis æquinoctialis, qui ipſum æquinoctialem ſecet in l. In triangulo itaq; rectangulo b l f, quoniam latus b l, minus eſt quadrãte: angulus idcirco b f l acutus erit. Rectus eſt autem angulus f l b: latus igitur b f, maiori angulum ſubtenſum ipſo b l, maius erit. Quapropter arcus f c, qui relinquitur ex quadrante b c, arcu l e, qui relinquitur ex quadrante b e, minor erit. Eſto autem arcus e y, ipſorum f c, &



l e differentia, & per ipſa c & y puncta arcus maximi circuli ſcribatur c y. Qui quidem obliquum horizontem referet in eo loco Boreali, in quo angulus eleuationis æquinoctialis acuto angulo c y e, æqualis eſt. Punctum itaq; eclipticæ c, cum puncto æquinoctialis y, orietur in eodem horizonte. Veniat autem punctum eclipticæ f. ad eundem horizontem, quem in eo ſitu circulus referat f o, cum puncto æquinoctialis o. Arcus igitur eclipticæ f c, cum arcu æquinoctialis o y aſcẽdet. Atqui maior eſt o y ipſo f c, nam l y æqualis eſt eidem f c: igitur o y, maior quàm f c. & proinde rectè aſcendit arcus f c, in ipſo eodem horizonte, in quo eleuatio æquinoctialis angulo c y e æqualis eſt. Eſto autem a g, arcus æqualis arcui f c, qui in ipſo eodem horizonte obliquo cum arcu æquinoctialis aſcẽdat m n. Et quoniam ipſi f c & a g, æquales arcus æqualibus diſtant interuallis a puncto b, ſectionis Vernæ, æquales idcirco habebunt aſcenſiones o y & m n: quẽadmodum ſuperius demonſtrauimus de arcubus ſemicirculi deſcendentis. Quare ſi f c poſuerimus ſignum Geminorum, erit a g Capricorni ſignum, rectèque aſcendent in ipſo horizonte obliquo c y.

At vero in quo tempore ſignum Geminorum aſcendit, in eodem Sagittarius deſcendit: & in quo aſcendit Capricornus, in eodem deſcendit Cancer. Duo igitur ſigna Cancri & Sagittarij cum maioribus arcubus deſcẽdunt in ipſo eodem horizonte obliquo. Idem oſtendes de quouis alio arcu terminato ad initium Cancri aut Capricorni. Et idem ſimiliter oſtendes de ijs omnibus, qui partes fuerint illorum arcuum eclipticæ, qui quàm maximè à ſuis aſcẽſionibus rectis ſuperãtur, etiam ſi ad initia Cãcri, aut Capricorni minimè terminentur, quẽadmodum in libro de Aſcenſionibus ſignorum prolixius conſcripſimus. Signum itaque Geminorum in eleuatione poli Borealis graduũ 12. cum arcu æquinoctialis aſcendit graduum 31. minu. ferè 23. ſignum verò Libræ cum Gr. 30. minu. 23. Sagittarius igitur deſcendet in eodem horizonte cum Gr. 31. minu. 23. Signum tamen Arietis cum Gr. 30. minu. 23. & ad latitudinem vſque graduum 15. cum maiori æquinoctialis arcu ſignum Geminorum aſcendit, quam Libræ: & proinde rectius deſcendet Sagittarius quam Aries. Sed hæ latitudines minores ſunt latitudine medij primi climatis: ſententia autem Autoris de locis Borealioribus certiſsima eſt. Qui quoniam cenſet tardiorem deſcenſum cauſam eſſe citioris apparitionis, minimè igitur negare debet in locis vicinis æquinoctiali circulo tardius apparere Lunam in Ariete, aut Piſcibus, quam in Cancro, aut Sagittario: de qua quidem re infra diſputabimus.

¶ *De ſecunda cauſa.*

Annotatio ſexta.

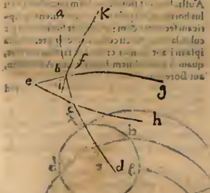
LVna etiam citius apparebit poſt coniunctionem (inquit autor) ſi latitudinem habuerit Borealem: tardius enim deſcendet, tardior autem deſcẽſus Lunæ poſt Solis occaſum (iuxta Autoris ſententiam) cauſa eſt citioris apparitionis. Id autem certiſsimum eſſe comperies in ijs Borealibus locis, quæ à tropico Cãcri vſque ad circulum arcticum poſita ſunt. Nã

in

in iis quæ inter eundem tropicum & circulum æquinoctialem ſita ſunt, contrarium accidere poteſt: nempe vt Luna latitudinem Borealem habeat, & citius deſcendat: interdũ verò ſimul deſcendet cum gradu eclipticæ in quo exiſtit, & interdum tardius. Prioris partis demonſtratio hæc eſt. Eſto e b g ecliptica, & e c h æquinoctialis, quorum ſectio Verna ſit e, ſitq; a b c d, Occidentalis pars horizontis Borealis loci cuius latitudo maxima zodiaci obliquitate minor non ſit: punctum verò eclipticæ b, cũ æquinoctialis puncto c ſimul deſcendat: Lunæ verò locus ſit b, videlicet ſine latitudine poſt ipſius cum Sole coniunctionem.

Igitur quoniam loci latitudinem poſuimus maxima zodiaci obliquitate minorem non eſſe: complementum idcirco altitudinis poli complemento maximæ obliquitatis zodiaci maius non erit.

Angulus porrò e c b, complementi altitudinis



poli eſt in ipſo eodem horizonte a b c d, & angulus b e c, maximam ſubtẽdit zodiaci obliquitatem: duo igitur anguli b e c, & e c b, vno recto angulo maiores non ſunt, & quoniam tres interiores anguli ſphærici trianguli e b c, duobus rectis maiores ſunt: angulus igitur c b e, recto angulo maior erit, atque contrapoſitus a b g, cum ſit ei æqualis angulo etiam recto maior erit. Veniat itaq; à polo eclipticæ Boreali ad b, quadrans maximi circuli qui ſit k b: cadet igitur ipſe K b, inter a b, & b g, propterea quòd angulus a b g obtuſus oſtenſus eſt, & angulus K b g, rectus eſt per. 19. primi Theodoſij. Luna igitur in b, deſcendit cum puncto c, ſed ſi inter b & K poſita fuerit, vt in i, latitudinis nempe Borealis, tardius ad horizontem Occidentalẽ veniet, quàm b aut c; multò autem tardius quàm ſi Auſtralem latitudinem haberet.

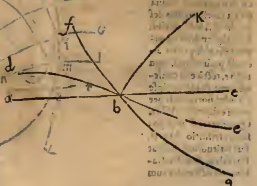
Id enim ſtatim concludes, ſi quadrantem b K, ad zodiaci polum Auſtralem prolongaueris, ipſamq; Lunam in puncto i collocaueris: tardius enim deſcendit b quam ipſum i, quare & multò tardius f, quàm idem i.

At quoniam in deſcripta figura locum Lunæ poſuimus b, extra eclipticæ & æquinoctialis ſectiones, ponamus modò æquinoctialis a b c, & eclipticæ d b e, Autumnalem ſectionem, ideſt, initium Libræ eſſe b, horizontis verò Occidentalis pars eſto f b g, & multò facilius oſtendemus Lunam poſitam in b, ſine latitudine citius deſcendere, tardius verò, ſi in eodem gradu exiſteret cum Boreali latitudine.

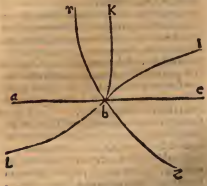
Quoniam enim angulus a b f, complementi eſt altitudinis poli: acutus igitur erit, & idcirco reliquus f b c obtuſus. Quare obtuſior adhuc erit angulus f b e, qui ex concurſu fit horizontis cũ ecliptica. Veniat itaq; à polo zodiaci Boreali maximi circuli quadrans k b, qui rectos angulos efficiet cum ipſa ecliptica ad b.

Cadetque ipſe quadrans k b, inter f b, & b e.

Et propterea ſi Luna poſita fuerit inter k & b, cum latitudine videlicet Boreali, tardius deſcendet quàm in b, etiam ſi loci latitudo maxima zodiaci obliquitate minor ſit, quẽadmodũ ex hac cõcluditur demõſtratione. Angulus enĩ a b f, in õni obliquo horizõte acut⁹ exiſtit, qui



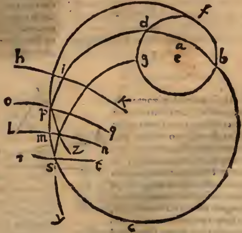
verò ex duobus rectis relinquitur, obtuſus eſt: & propterea angulus f b e, obtuſior adhuc erit, & idcirco quadrans b K, cadet inter f b, & b e. Rurſus ponamus a b c æquinoctialem, eclipticam verò l b i, punctum ſectionis Vernæ b, partem Occidentalem horizontis r b z. Sitq́; poli altitudo maxima zodiaci obliquitate maior. & erit idcirco angulus a b r, minor angulo cõplementi maximæ obliquitatis zodiaci. Quapropter duo anguli a b r, & a b l, iuncti vno angulo



recto minores ſunt: & propterea reliquus angulus r b i, obtuſus erit. Ducto itaque quadrante b K ad ipſum b, rectos angulos faciente cũ b i: cadet igitur ipſe quadrãs inter b r, & b i, & idcirco ſi inter b & k luna poſita fuerit, tardius deſcendet quã b. Cæterùm ſi loci latitudinẽ maximæ ſolis obliquitati æqualẽ poſuerimus, angulũ l b r, rectũ eſſe conſequẽs erit: & idcirco ipſe circulus horizontis per polos eclipticæ trãſibit. Quapropter ſi lunã poſueris in initio Arietis, ſiue latitudinem habeat Borealem, ſiue Auſtralem, vnà deſcendet cum

b. Cum Luna verò extiterit in ſignis Auſtralibus, ea demonſtrandi arte vti oportebit, qua in prima figura vſi ſumus, triangulum conſtituentes ad ſectionem Autumnalem. Porrò vt poſteriorem aſſumpti partem demonſtremus, circulum maximum a b c d, horizontem intelligamus eorum locorum quæ ſunt inter æquinoctialem, & circulum Cancri polum mundi Borealem e, circulus verò deſcriptus propter motum primæ ſphæræ ab eclipticæ Boreali polo ſit d f b g, ſintq́; d & b, ipſius arctici circuli & horizontis interſectionum puncta: Orientalis horizontis ſemicirculus ſit a b c, Occidentalis verò a d c. Zodiaci autem polo in interſectione b conſtituto, ecliptica in Occidentali horizonte poſitionem habeat h i K, in d verò poſitionem l m n: at in f puncto ſub horizonte, poſitionem o p q in g, deniq; puncto quouis ſupra horizontem poſitionem habeat r s t. Dico quod Luna in i aut m, non citius aut tardius occidet, quam ſi latitudinem haberet, vel Auſtralem, vel Borealem. Nam quoniam circulus horizontis à polo eclipticæ veniens eclipticam ſecat in i & m: ipſe igitur horizontis circulus, latitudinis circulus erit: & propterea luna ipſa in i aut m non citius aut tardius occidet, quam ſi latitudinem haberet aut Auſtralem, aut Borealem.

Sed



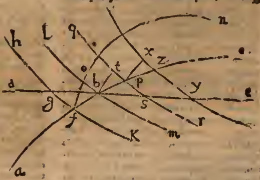
Sed ponamus Lunam in p, dico quod tardius occidet quam ſi latitudinem haberet Borealē, citius verò quam ſi latitudinem haberet Auſtralem. Quoniam enim polo zodiaci Boreali in f conſtituto, circulus eclipticus poſitionem habet o p, q. Veniat igitur ab ipſo f, circulus maximus ad p, qui ad z, prolongetur verſus Auſtralem zodiaci polum: ipſe igitur circulus f p z, latitudinis circulus erit. Quando autē punctum p, occidentalem horizontem attingit, quoduis aliud punctum inter f & p, ſub horizonte iam conditum eſt: quæ verò ſunt inter p & z nondum occidunt. Luna igitur in p, conſtituta tardius occidet, quàm ſi latitudinem haberet Borealem: citius verò quam ſi latitudinem ſortiretur Auſtralem. Et ponamus deniquè lunā in s. Dico, quòd citius occidet, quàm ſi latitudinem Borealem haberet, tardiꝰ quam ſi latitudinem haberet Auſtralem. Nam quoniam polo zodiaci Boreali in g conſtituto, circulus eclipticæ poſitionem habet r s t: veniat igitur ab ipſo g, circulus maximus ad s, qui prolongetur ad y, verſus alterum zodiaci polum. Ipſe igitur circulus g s y, latitudinis circulus erit. Quando autem punctum eclipticæ s, horizontis ſemicirculum attingit Occidentalem, quoduis aliud punctum quadrantis g s, adhuc ſupra horizontem relinquitur: quæ verò ſunt inter s & y, ſub ipſo horizonte iā condita ſunt. Luna igitur in s conſtituta, cuius occidit, quàm ſi latitudinem haberet Borealem, tardius verò ſi latitudinem Auſtralem ſortiretur: quod quidem demonſtrandum ſuſcepimus. Itaque hæ duæ cauſæ propter quas Luna citius apparet poſt ipſius cum Sole coniunctionem, & tertia quoque de motu velociori, in vnam cauſam concurrunt, ea eſt tardius ad occaſum venire. Atque ad eum modum Arabes Lunæ apparitionem definiunt, per tempora videlicet graduſúe equinoctialis, quæ poſt Solis occaſum ſub horizonte deſcendunt: nobis tamen aliter videtur. Potius enim Solis occultationem ſub horizonte cauſam eſſe putamus, propter quam Luna interdum citius, interdum tardius appareat poſt ipſius cum Sole coniunctionem, quàm maiorem aut minorem deſcenſum arcus eclipticæ inter ipſa luminaria.

Nam niſi tardior deſcenſus maiorem poſtulauerit Solis occultationem, quamuis longius intra noctem terminetur: cauſa non erit, vt Luna citius appareat. Contingit autem æqualium arcuum eclipticæ pares deſcenſus inæquales poſtulare Solis occultationes. Contingit etiam interdum, æquales zodiaci arcus inæquales habere deſcenſus: cæterùm maiori deſcenſui minorem occultationem reſpondere.

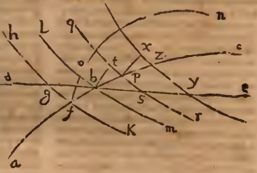
Tardior porrò deſcenſus maius temporis ſpatium intra noctem fluxum eſſe indicat, ſed maior Solis occultatio maiorem oſtendit circa horizontem obſcuritatem: ex qua quidem prouenit, vt aſtra quæ circa horizontem ſunt, melius á nobis videantur.

Contingit autem (fateor) Lunam interdiu conſpici: cæterùm eo tempore diſtantior eſt à Sole, & plenior lumine.

Eſto igitur a b c ſemicirculus eclipticæ aſcendens, d b e æquinoctialis, b ſectio Verna, locus Solis f, locus verò Lunæ b, poſt ipſorum coniunctionem, ſemicirculus Occidentalis obliqui cuiuſuis horizontis in quo loci latitudo maior eſt maxima Solis declinatione eſto h g f K, æquinoctialē ſecans in g, & eclipticam in f. Arcus itaqúe æquinoctialis b g, deſcēſus erit arcus eclipticæ f b, quo depreſſo ipſe obliquus horizon poſitionem habeat l b m. Veniat autem á puncto n, horizontis polo ad horizontem l b m, circuli maximi quadrās, qui vſqúe ad f, deſcendat Solis locum ſub horizonte, ipſumqúe horizontis circulum l b m, ſecet in o: non enim ſecabit in b, nec infra b, quia polus horizontis ſupra c, conſiſtit,



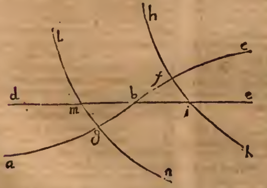
Erit itaque arcus o f, Solis occultatio ſub horizonte arcui f b reſpondens, ſub eodem horizonte depreſſo, rectoſq; efficiet angulos cum ipſo circulo l o m, ad punctum o, per 19. primi Theodoſij. Et intelligamus deinceps aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua locus Solis ſit b, Lunæ verò p: ſintq; duo arcus f b & b p, æquales inuicem, & cum Luna ad occaſum perueneri, ipſe idem obliquus horizon poſitionem habeat p q r, æquinoctialem ſecãs in s: arcus autem occultationis Solis in eodem temporis mométo ſit b r, rectos efficiés angulos cum horizonte ad punctũ r, quippe quod à polo ipſius horizontis veniat.
Duo igitur eclipticæ arcus f b, & b p, æquales ſunt, & arcus deſcenſionum eorundem videlicet b g, & b s, æquales ſunt, per 14. tertij libri Theodoſij. cæterum arcus occultationis Solis f o, & b r, inæquales oſtendemus, nempe b r, minorem ipſo f o. Duo enim anguli b p r, & b p s, duobus rectis ſunt æquales, tres verò anguli interiores trianguli b s p, duobus rectis maiores ſunt: detracto igitur communi angulo b p s, minor relinquetur angulus b p r, duobus angulis p b s, & p s b, ſimul ſumptis per communem ſententiam. Quorum vnus videlicet p b s, maximæ obliquitatis zodiaci eſt; alter verò qui eſt p s b, complemẽti altitudinis poli in propoſito obliquo horizonte. Atqui angulus f b o, duobus angulis æqualis eſt ſimul ſumptis, angulo nempe f b g, maximæ obliquitatis zodiaci, & angulo g b o, complementi altitudinis poli in eodem horizonte: angulus igitur b p r angulo f b o, minor eſt. Duo autem triangula f o b, & b p r, angulos ad r & o, puncta rectos habent: igitur ſicut ſinus totus ſe habet ad ſinum rectum anguli b p r: ſic ſinus lateris b p ad ſinum lateris b r. Similiter ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli o b f, ſic ſinus lateris f b, ad ſinum lateris f o: maiorem autem rationem habet ſinus totus ad ſinum anguli b p r, quàm ad ſinum anguli f b o, quia minor oſtenſus eſt angulus b p r angulo f b o, vtroque acuto exiſtente: maiorem igitur rationem habebit ſinus lateris b p, ad ſinum lateris b r, quam ſinus lateris f b, ad ſinum lateris f o. At æqualia ſunt per hypotheſim duo latera f b, & b p: & proinde eorum ſinus æquales erunt: minor igitur erit ſinus lateris b r, vt potè ad quem maior habetur ratio, ipſo ſinu lateris f o, ad quem minor. Atqui ipſa latera b r & f o, minora ſunt quadrantibus: igitur arcus b r, minor erit ipſo f o. Sunt itaq; arcus eclipticæ æquales, & aſcenſiones æquales habent. Cæterùm occultationes Solis inæquales ſunt, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Ipſa porro latera b r, & f o, minora eſſe quadrantibus demonſtrabis: quoniam angulus f b o, mi-



nor eſt recto, ſimiliter & angulus b p r.
Præterea ponamus arcum zodiaci p z, æqualẽ rurſus ipſi f b aut b p, & intelligamus aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua quidem Solis locus ſit p ſub horizonte, & Lunam digreſſam eſſe à Sole arcu p z, ad occaſumq; venire cum puncto æquinoctialis y, in ipſo eodem horizonte, qui poſitionem habeat z y: erit igitur s y, deſcenſio arcus p z, maior quidem deſcenſione arcus f b aut b p: propterea quòd ipſe arcus p z a ſectione Verna diſtantior eſt. Deducatur autem ex puncto p, arcus maximi circuli p x, rectos faciens angulos cum horizonte in puncto x. Et eadem demõſtrandi arte, qua paulò antè vſi ſumus angulum p z x, oſtendemus minorem eſſe angulo f b o: & proinde arcum occultationis Solis p x, minorem eſſe arcu occultationis f o. Sunt itaque f b, & p z, arcus zodiaci æquales, inæquales habentes deſcenſus: quibus etiam reſpondent Solis occultationes inæquales, videlicet vbi maior eſt deſcenſus, ibi minor eſt ſolis occultatio, quòd erat à nobis demonſtrandum.
Certiſsimum autem putamus citius Lunam apparere poſt ipſius cum Sole coniunctionem, ſi ipſorum diſtantia ſemicirculi ecliptica aſcendentis

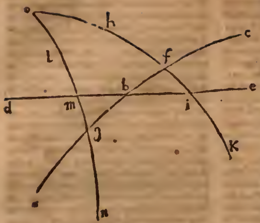
dentis

dentis fuerit: tardius verò ſi ſemicirculi deſcẽdentis, quemadmodum autor ſcripſit: non tamen propterea quòd maiores ſint deſcenſus in vno ſemicirculo quàm in altero vt ille aſſeruit, ſed quia ſol deſcendendo occultior erit ſub horizonte eum diſtantia ipſius a Luna ſemicirculi aſcendentis fuerit: minus autem occultus ſi deſcendentis ſemicirculi. Et quoniam maior hæc aut minor Solis occultatio ex angulis prouenit qui ex concurſu fiunt eclipticæ & horizontis obliqui: vbi enim iſtiuſmodi angulus minor fuerit, ibi Solis occultatio minor erit, quemadmodum ex iis quæ ſuperius demõſtrauimus, perſpicuum eſt: operæpretium igitur erit demonſtrare quòd omnis angulus Occidẽtalis Borealiſq; qui ex concurſu fit ſemicirculi eclipticæ aſcendentis cum ſemicirculo Occidentali obliqui horizontis maior eſt omni angulo, qui ex concurſu fit ipſius ſemicirculi horizontis cum ſemicirculo eclipticæ deſcendenti. Quod quidem facile oſtendemus, ſi demonſtratum fuerit in primis, quòd anguli huiuſmodi qui ad puncta eclipticæ fiunt, quæ paribus interuallis ab alterutra ſectione Aequatoris diſtant, æquales ſunt inter ſe. Eſto enim a b c, ſemicirculus eclipticæ aſcendens,



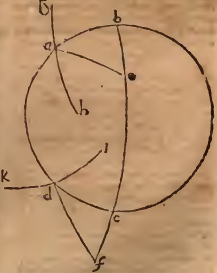
d b e æquinoctialis, b ſectio Verna, & ſint f & g, duo ipſius ſemicirculi eclipticæ puncta, quæ paribus interuallis diſtent ab ipſa ſectione b, veniatque per f, obliquus horizon h f i K, qui ad ipſum f punctum angulum efficiat a f h, Occidentalem Borealemque: cum autem punctum g, ad occaſum venerit, idem obliquus horizon poſitionem habeat l m g n, angulum efficiens a g l, Occidentalem Borealemque. Dico quod duo anguli a g l, & a f h, æquales inuicem ſunt. In ſphærico enim triangulo b f i, ſicut ſe habet ſinus rectus anguli b i f, complementi altitudinis poli ad ſinum rectum anguli i b f, maximæ obliquitatis zodiaci, ſic ſinus rectus lateris b f, ad ſinum rectum lateris f i. In triangulo rurſus ſphærico b g m, ſicut ſinus rectus anguli b m g ad ſinum anguli g b m, ſic ſinus b g, ad ſinum g m. Atqui duo anguli b i f, & b m g, quorum vnus eſt complementi altitudinis poli: alter verò altitudinis Aequatoris æquales ſunt: igitur ſicut ſinus b f ad ſinum f i, ſic ſinus b g ad ſinum g m: & quoniam duo arcus b f & b g, æquales ſunt per hypotheſim: igitur ſinus recti duorum arcuum f i, & g m, æquales erunt per quintum librum Euclidis. Et quoniã ipſi arcus f i, & g m, minores ſunt quadrantibus: ſunt enim latitudines occaſuum punctorum f & g, partes videlicet quadrantum horizontis, qui ſunt inter meridiani ſectiones, & ipſam atque i puncta: duo idcirco arcus f i, & g m, æquales inuicem erunt. Concurrant autem in puncto o Boreali ipſi duo horizontes qui pro vno atque eodem ſumuntur. Nam nihil intereſt vtrum horizonte immobili exiſtente ſphæra moueatur, an ſphæra quieſcente horizontem mobilem feceris. Et quoniam duo anguli d m o, & d i o, complementi altitudinis poli Borealis æquales ſunt: duo igitur latera m o, & i o, ſphærici trianguli m o i coniuncta vni ſemicirculo æqualia erunt lateri autem m o arcum addemus g m, ſed a latere i o, arcum ſubtrahemus f i: & erunt rurſus vni ſemicirculo æquales duo arcus g o, & f o: quapropter in ſphærico triangulo g o f angulus

a g



a g o, angulo a f o, æqualis erit, ideſt angulus a g l, angulo a f h æqualis. Poteris autem neglecta ratione ſinuum (ſi libet) duos arcus f i, & g m, æquales inuicem oſtendere. Duo enim arcus b i & b m, æquales ſunt p 14. tertij Theod. igitur f i, & g m, æquales erunt per 4. primi Menelai.

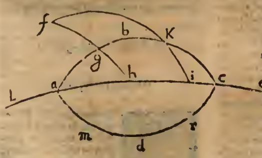
Idem ſimiliter demonſtrabis, & eadem prorſus arte de angulis qui fiunt in ſemicirculo deſcendenti. De ijs verò qui fiunt ad initium Capricorni, & finem Geminorum, quoniam nullum trianguli latus hemicyclium eſſe poteſt: aliam igitur conſtruemus demonſtrationem ad hunc modum. Obliquus horizon eſto a b c d, polus mundi Boreus, qui manifeſtus eſt, eſto e, occultus verò f, ſemicirculus Occidentalis horizontis eſt a b d c: rel quus autem ſit Orientalis, & Occidente a Cancri initio, habeat zodiacus poſitionem g a h, Occidente autem d Capricorni initio, habeat ipſe zodiacus poſitionem K d i. Dico, quod exterior angulus b a g, Occidentalis Borealisq; qui ad punctum a, efficitur angulo a d k qui ad d & Occidentalis etiam eſt, atq; Borealis æqualis eſt. Scribatur enim per a & e, maximus circulus item per f & d, & meridianus agatur b e c f. In duobus itaq; ſphericis triangulis a b e & d c f, quoniam meridianus per polos horizontis venit, angulos rectos efficiet e b a, & f c d: duo autem latera b e, & c f, æqualia ſunt. Eſt enim b e, eleuatio poli manifeſti, c f verò depreſsio occulti poli, duo præterea latera a e, & f d æqualia, complementa enim ſunt maximarum zodiaci obliquitatum. Reliqua idcirco latera cum reliquis angulis inter ſe æqualia erunt, per vltimam propoſitionē tertij libri Ioānis de Monteregio: angulus igitur b a e, angulo c d f æqualis eſt. Quod etiam ex proportione laterum & angulorum concludere potesis, in hunc modum. Nam quoniam duo latera a e, & b e, duobus d f, & f c, alterū alteri æqualia ſunt, & ſinus laterum & angulorum eandem ſeruant proportionem: igitur ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b a e, ita ipſe ſinus totus ad ſinum anguli c d f: acuti porrò ſunt ipſi anguli b a e, & c d f, quia latera oppoſita minora ſunt quadrātibus. æquales igitur erūt ijdem an-



guli. Recti ſunt autem duo anguli g a e, & f d l, quoniam arcus a e, & f d, producti per polos eclipticæ veniunt: detractis igitur æqualibus angulis b a e, & c d f, reliqui anguli b a g, & e d i, æquales inuicem erūt per communem ſententiam. Atqui angulus c d i, cōtrapoſito a d k æqua

æqualis eſt: duo igitur anguli b a g, & a d k. Occidentales Borealesq; qui ad ipſa initia Cancri & Capricorni fiunt, ex concurſu eclipticæ & horizontis æquales ſunt, quod demonſtrandum relinquebatur.

Nunc verò facile erit demonſtrare, quòd omnis angulus Occidentalis Borealisq;, qui ex cõcurſu fit ſemicirculi eclipticæ aſcendentis cũ ſemicirculo Occidentali obliqui horizontis maior ſit omni angulo Occidentali Borealiq;, qui ex concurſu fit ipſius ſemicirculi horizontis cum ſemicirculo eclipticæ deſcendẽti. Eſto enim circulus a b c d ecliptica, ſemicirculus ipſius Borealis a b c: Auſtralis verò c d a, æquinoctialis l a e, ſitq; a initiũ Arietis, c Libræ, b Cancri, d Capricorni. Semicirculus itaque aſcendens erit d a b, deſcendens autem b c d. Dico, quòd omnis angulus Occidentalis, Borealisq;, qui ex concurſu horizontis obliqui fit cum ipſo circulo eclipticæ, ad puncta ſemicirculi aſcẽdẽtis d a b, maior eſt omni angulo ſimiliter Occidentali Borealiq;, qui fit ad puncta ſemicirculi deſcendentis b c d. Horizon enim obliquus f g h, in Occidentali parte angulum efficiat f g a, Occidentalem Borealemq; cum



ecliptica ad punctum g. ſemicirculi aſcendentis, primi nempe quadrantis: in puncto autem k, ſecundi quadrantis angulum efficiat f K g ſimiliter Occidentalem Borealemq; poſitionẽ habens f k i: duo autem puncta h & i ea ſint, in quibus ipſe horizon æquinoctialem interſecat. In triangulo itaq; f h i: quoniam duo anguli a h f, exterior videlicet, & h i f interior æquales ſunt, quippe quòd anguli ſint complementi altitudinis poli in eodem horizõte: duo igitur latera f h & f i, coniuncta vni ſemicirculo æqualia erunt. Et propterea duo latera f g, & f K, trianguli f g K, vno ſemicirculo minora erunt: ex quibus concludes quòd exterior angulus f g a, interiore f K g, maior erit. Et hac arte demonſtrabis quòd huiuſmodi anguli ab a in b, & à b in c, perpetuò decreſcant, anguloſq; primi quadrantis angulis ſecundi quadrantis maiores eſſe: à puncto autem c in d, & à d in a, in ſemicirculo nempe Auſtrali huiuſmodi angulos perpetuò creſcere. Sumatur præterea in quadrante c d punctum quoduis r. Dico, quòd angulus qui fit ad g, punctum quoduis quadrantis a b, maior eſt eo qui fit ad r. Diſtent enim K & r, paribus interuallis à puncto c Libræ initio. Igitur duo anguli Occidentales Borealeſq; ad ipſa puncta K & r, æqualia erũt, per ea quæ ſuperius demonſtrauimus. At verò angulus qui ad g, maior eſt eo qui ad K: maior eſt igitur angulus qui ad g, eo qui ad r: & proinde angulus qui fit ad punctum quoduis primi quadrantis angulo qui fit ad quoduis punctum ſemicirculi deſcendentis maior erit. Et ſumatur præterea punctum quoduis in quadrante d a, quod ſit m. Dico, quòd angulus qui fit ad ipſum m, maior eſt omni angulo qui fit in ſemicirculo deſcendenti. Diſtent enim m & g, paribus interuallis ab ipſo a, puncto Arietis initio: quapropter anguli ad m, & g æquales erunt. Atqui maior eſt angulus qui ad g, omni angulo qui fit in ſemicirculo deſcendenti. Omnis itaq; angulus factus in ſemicirculo aſcendenti Occidẽtalis Borealiſq; maior erit omni angulo Occidentali Borealiq; ſemicirculi deſcendentis. Et quoniam quemadmodum anguli ab a in c, per b perpetuò decreſcunt: ita ij qui ſunt in punctis à c, in ipſum a per d, perpetuò creſcunt. Angulus itaq; qui fit ad initium Arietis omnium maximus erit: qui verò ad initium Libræ omnium minimus. Continet autem qui ad initium Arietis maximam zodiaci obliquitatem cum complemento altitudinis poli, ſed qui ad initium Libræ is erit qui relinquitur detracto angulo obliquitatis zodiaci ex angulo complementi altitudinis poli. Et propterea Luna initium Arietis occupan

parte atque in horizontis parte Occidentali conſtituta, maxima erit Solis occultatio ſub ipſo horizonte poſt coitum: minima verò in initio Libræ. Et quia horizontis & eclipticæ inclinationes ex vtraq; parte æquales inuicem ſunt, quod illico pateret, ſi in ipſis interſectionibus polos intellexeris maximi cuiuſdam circuli per fines quadrantum venientis: anguli igitur Occidentales atque Orientales vtriuſque ſemicirculi eclipticæ aſcendentis, atque deſcẽdentis, qui cum horizonte obliquo fiunt, ea lege commutabuntur, vt Orientales vnius Occidentalibus alterius æquales ſint. Orientalis itaque angulus in initio Arietis minimus, ſed in initio Libræ maximus. Et propterea Luna in initio Arietis exiſtente, & in Orientali horizontis parte ante ipſius cum Sole coniunctionem, minima erit Solis ſub horizonte occultatio: maxima verò in initio Libræ. Igitur ſicut noua Luna poſt coitum veſperi poſt Solis occaſum, ea in Ariete exiſtente citius apparet, ita ſeneſcens ante coitum manè ante ortum ſolis ob eandem cauſam citius ideſt multo ante ipſum coitum occultabitur: in Libra verò contrarium. Quod ſi aut citas aut tardas nouæ Lunæ apparitiones, veteriſq; occultationes, non ad Solis occultationes (vt noſtra fert opinio) ſed potius ad celeres aut ſegnes aſcenſus, atque deſcenſus arcuum eclipticæ inter ipſa luminaria referre velis, quemadmodum Geor. Purba. & Arabes: nouam igitur Lunam poſt coitum in Capricorno & Geminis quam citiſsimè apparere inquies, in Virgine verò & Libra tardiſſimè. veterem autem ante coitum in Piſcibus & Ariete citiſsimè occultari, ſed in Cancro & Sagittario tardiſsimè. Motus porrò Lunæ velocior ſicut poſt coitum diſtantiam à Sole prolõgat, efficitque vt noua citius appareat, ita ante coitum diſtantiam contrahit: & vetus idcirco Luna tardius occultetur. Borealis etiam Lunæ latitudo cauſa eſt in his climatibus Borealibus, vt noua citius appareat, tardiusque ideſt non multò ante coitum vetus atque ſeneſcens occultetur. Concurrent igitur tres autoris cauſæ, vt in eodem die in quo Luna vetus eſt, noua veſperi videatur, quod ſi duæ tantum, ſecundo die apparebit: ſi verò vna ſola, tertio die nõ autem vt in vno atque eodem die, in quo manè ante ortum Solis vetus Luna videtur, veſperi noua appareat. Nam coniunctionem fieri in ſemicirculo eclipticæ aſcendenti æquè cauſa eſt vt noua Luna citius appareat, ac vetus citius occultetur longiorique tempore ante coitum lateat. At minimè occultari oporteret veterem Lunam, ne dicam tardius, vt manè in eodem die ante coitum videatur, veſperique poſt ipſum coitum noua appareat. Quod ſi autor putauit illud contingere poſſe, quemadmodum ipſius verba enunciare videntur, quodque nonnulli ſe conſpexiſſe affirmant: perperam tamẽ aſſeruit à tribus illis cauſis vnà concurrẽtibus prouenire. Albategnius autem Aſtronomorum diligentiſsimus ſingulas cauſas enarrans citæ apparitionis Lunæ poſt coitum tres alias adiecit. Nam habendam eſſe rationem (inquit) diuerſitatis aſpectus vt arcus zodiaci cognoſcatur, qui inter locum Lunæ viſum & Solem occidentem comprehenditur, & diſtantiam quoq; ipſius Lunæ à terra metiendam, item & veram intercapedinem inter Lunam & Solem. Cum enim Luna à Sole diſtat Grad. 180. plenitudinem ſui luminis oſtendit: & quoniam 12 in 15. faciunt 180. interuallo igitur ipſorum luminarium per 15. diuiſo, luminis digiti ex partitione venient, ideſt duodecimæ. Et denique cõcludit Lunam poſt coitum infra ſpacium vnius diei naturalis videri non poſſe: igitur multò minus concedet veterem & nouam in vno artificiali die conſpici.

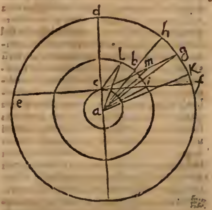
¶ *De diuerſitate aſpectus.*

Annotatio ſeptima.

CEntrum terræ ſit a, Planetæ viſus in ſupero hemiſpherio b, locus vnde aſpicitur in ſuperficie terræ c. Igitur conſtituto triangulo a b c, ipſius planum extendatur vſque ad firmamentum, in quo punctum ſupra verticem, terminus videlicet lineæ a c, in rectum productæ, eſto d, & horizontis linea in eodem plano ſit recta e f. Producatur autem a b & c b, vſque ad g & h, in firmamento: ipſe igitur planeta videbitur in g, ſed eius verus locus erit in h. Apparens itaque diſtantia à zenith erit d g: vera porrò d h: & idcirco diuerſitas aſpectus in circulo

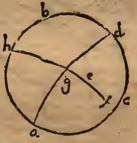
alti

altitudinis erit arcus g h. Excitetur autem à pūcto a recta linea a K, vſque ad firmamentum, rectæ c g parallela: & quoniá recta a c, terræ ſemidiameter inſenſibilis quātitatis eſt reſpectu a K: arcus igitur g K, inſenſibilis cenſebitur quantitatis in circulo d f e; & propterea arcus h K, æqualis exiſtimabitur arcui g h, diuerſitatis aſpectꝰ.



At verò angulus c b a, coalterno b a K, ipſum arcum h K ſubtendenti æqualis eſt. Idem itaque angulus c b a, aſpectus diuerſitatem diffiniet in ipſo d f e, altitudinis circulo, ſi in centro eiuſdē circuli conſtitutus fuerit. Maximus autem erit hic angulus diuerſitatis aſpectus in horizonte, quātoq; ab eo diſtātior fuerit, tāto minor erit. Ponatur enim planeta in i, horizontis puncto, rectaq; connectatur linea a i, veri loci. Dico, quòd angulus a i c, diuerſitatis aſpectus in horizonte angulo a b c, diuerſitatis aſpectus ipſius eiuſdem planetæ ſupra horizōtem maior erit. Et ponatur rurſus idem planeta in alio loco altiore vt in l, rectæq; connectantur lineæ a l, c l: maior igitur erit angulꝰ a b c, angulo a l c. Quæ quidem eadem protſus arte demonſtrabis, qua ſuperius in Theorica Solis vſi ſumus, ad oſtendendum diuerſitatem æqualis motus & apparētis, ideſt medij & veri motus, in puncto longitudinis mediæ maximam fieri: quanto autem Sol oppoſito augis vicinior fuerit, tanto minorem eſſe. Hæc enim facile concludes, ſi punctum a finxeris centrum eccentrici Solis, c mundi centrum & lineam: idcirco c i mediæ longitudinis eſſe. At quòd quantò aſtrum diſtantius fuerit à cētro mūdi, tanto minorem habeat aſpectus diuerſitatem, ſtatim intelliges ſi à centro mundi a, rectam lineam duxeris ad punctum m, poſitū inter b & g. Et quoniam in triangulo a b m, exterior angulus c b a, interiore oppoſitoq; a m b maior eſt: planeta igitur viſus in m, minorem habebit aſpectus diuerſitatē: & ꝓinde maior erit diuerſitas aſpectus planetæ propinquioris quàm remotioris, quod erat oſtendendum.

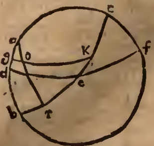
In nonageſimo gradu eclipticæ ab aſcendente nulla fit diuerſitas aſpectꝰ in longitudine, quia ipſe nonageſimus gradus eclipticæ ſemper eſt in circulo per zenit, & polos eclipticæ procedēte. Eſto enim horizōtis circulus a b c, cuius polus e, ſegmentum eclipticæ ſupra horizontē poſitum ſit a d, & veniat à polo zodiaci f, circulus maximus per e, eclipticam ſecans in g, & horizontem in h. Dico, quòd g eſt nonageſimus gradus ab aſcendente. Nam quoniam horizontis & eclipticæ circuli ſe inuicem per æqualia ſecant per 15. propoſitionem primi libri Theod. ſemicirculos igitur a b d, & a g d, per æqualia ſecabit ipſe circulus f g h, per polos vtriuſque veniens per 12. propoſitionem ſecundi libri ipſius



Theodoſij: & propterea a g, quadrās erit: & ꝓinde punctū g, 90. grad. erit: ab aſcendente, in quo quidem nulla diuerſitas aſpectus in longitudine cōtinget: propterea quòd ipſe idem circulus maximus f g h, ſub quo aſtrum videtur à polis eclipticæ venit. Diuerſitas tamen aſpectus tūc habebitur in latitudine, quæ quidem non alius arcus erit, quàm ille quem ſuperius diuerſitatē aſpectus ſimpliciter dictam, ſiue in circulo altitudinis definiuimus.

Animaduertendum eſt præterea, tantā eſſe di-

ſtantiam inter nonageſimum gradum eclipti-
cæ ab aſcendente & meridianum,ſecundum di
uiſiones horizontis, quãta eſt amplitudo ortus
aſcendentis.Circulus enim a b f,ſit meridianus
d e f ſemicirculus æquinoctialis ,b c e ſemicir-
culus horizontis,ſegmẽtum eclipticæ inter me
ridianum & horizontem ſit g k.punctum a, ſit
polus horizontis,& circulus maximus a o r,per
polos eclipticæ & horizontis veniens eclipti-
cam ſecet in o:horizontem verò in r:igitur o K
& K r,eclipticæ & horizontis ſegmenta quadrã
tes erunt per 15.primi Theodoſij,& 12.ſecundi:
& erit idcirco punctum o, nonageſimus gradus
ab aſcendente.Rurſus quoniam meridianus a b
f,per polos æquinoctialis & horizõtis venit:igi
tur d e,& b e,æquinoctialis & horizontis ſegmẽ
ta quadrantes erunt,per eaſdem Theod. propo
ſitiones 15.videlicet primi,& 12.ſecũdi. A duo
bus itaque quadrantibus K r, & b e, cõmunem
auferemus arcum e r, & æquales relinquentur
duo arcus e k,& b r. Eſt autem e K amplitudo



ortus aſcendentis:b r verò diſtantia inter nona
geſimum gradum ab aſcendente & meridianũ,
ſecundum diuiſiones horizontis. Igitur tanta
eſt diſtantia inter 90.Gr.ab aſcendente & me-
ridianum per horizontem quanta eſt amplitu-
do ortus aſcendentis. Et idcirco cum amplitu-
dini ortus aſcendentis æqualis reperta fuerit
aſtri diſtantia à meridiano per horizõtem,nul-
la erit ipſius aſtri in eo ſitu diuerſitas aſpectus
in longitudine.Quod quidem Ioãnes de Mon
teregio iuſte admonuit in libro de cometa, pro
blemate.5.

¶*De Latitudine & declinatione.*

Annotatio octaua.

RÉcentiores Aſtronomi ve
ra loca ſiderum in concæ-
uo ſphæræ nonæ, aut pri-
mi mobilis aſſignant.Sidẽ
ris autem declinationẽ ar-
cum maximi circuli diffi-
niunt,per polos mũdi ſiue
æquinoctialis venientis,inter verum locum ip
ſius aſtri & æquinoctialem. Aſtri enim cuiuſ-
uis declinationem ex altitudine ipſius meridia
na,& ex inuenta loci latitudine in quo obſer-
uatio fit,notã efficiunt.Cæterùm latitudo ſtel
læ arcus erit maximi circuli per polos eclipti-
cæ octauæ ſphæræ venientis, inter verum locũ
eiuſdem ſtellæ & ipſam eclipticã octauæ ſphæ-
ræ.Nam quoniam ſtellarum fixarum latitudi-
nes quas Hypparch.& Ptol.multis antea ſecu-
lis obſeruarunt,tametſi octauam ipſam ſphærã
fateãtur trepidationis motu agitari, inuariatas
ſumunt:ipſas igitur fixarum ſtellarum latitudi
nes ad eclipticam octauæ ſphæræ referri neceſ
ſe eſt,non ad eclipticam nonæ,aut primi mobi
lis.Idem ſentit Purbac.cum ait Solem latitudi
nem non habere. Et quia verum locum obſer-
uati ſideris fixi in ſphærico triangulo inueſti-
gant,cuius vnum latus maximæ Solis declina-
tioni æquum eſt:aliud verò complementum la
titudinis eſt eiuſdem aſtri,& tertium deniq; de
clinationis complemẽtum,cum quidem angu-
lum reddẽtes notum, qui ad polũ zodiaci octa
uæ ſphæræ efficitur:palàm igitur eſt inuentam
ea arte diſtantiam ad pũctum tropici æſtiui in
quo maxima Solis declinatio contingit, referẽ
dam eſſe,non ad initium Cancri primi mobi-
lis: & proinde initium computationis motus
ſtellarum fixarum à ſectione Verna ſumi, non
ab initio Arietis primi mobilis.Et quoniam tã
errantes quam inerrantes ſtellæ vnũ atque idẽ
principium in tabulis habere debent,à quo ip-
ſarum motus computentur:ſectio igitur Verna
illud principium erit ſecundũ recẽtiores Aſtro
nomos,mobile quidem atq; vagum : quod nos
minimè probamus. De hoc plura ſcripſimus in
libro ſuperiori cap.4.de declinatione Solis.

¶*Tres planetæ ſuperiores latitudinem aliã habent ex parte ſuperficiei planæ epic. & reliqua.*

Annotatio nona.

Quo-

QVoniam centrũ epic. in plano deferẽtis cõſiſtit: ſcribit aũt Purbac. epic. ſuperficiẽ à ſuperficie deferẽtis quãdo que declinare: idcirco fortaſſe quiſpiã ſuſpicabitur, interdũ ipſa epic. & deferẽtis plana ſe inuicẽ ſecare, alterumq; ab altero declinare: Interdũ verò vnà cõiungi, cũ re vera eadẽ epic. & deferẽtis plana ſemper ſe inuicẽ ſecent: nunquã verò cõiungãtur. Et quia reliqua etiã huius motus accidẽtia non ſatis ab ipſo autore ſunt expreſſa, hãc igitur theoricã latitudinis ab epic. ꝓuenientis lucidius enarrabimus, ad hũc videlicet modũ. Cẽtro epic. in nodo capitis collocato, plana ipſius epic. ſuꝑficies in plana eclipticæ ſuperficie cõſiſtet: tantũ verò diameter augis veræ in ſuperficie deferẽtis erit, in cõmuni nẽpe ſectione plani eclipticæ & plani deferẽtis. Deinde verò epicyclo, à nodo ſoluẽte diameter augis veræ declinare incipit à ſuperficie deferẽtis: recedet enim aux vera verſus ſuꝑficiẽ eclipticæ: oppoſitũ verò augis in oppoſitã partẽ. Diameter etiã lõgitudinũ mediarũ, quæ axis huius motus exiſtit, ſuperficiẽ deferẽtis interſecabit, ſemiaxis enim Oriẽtalis inter ipſas ſuperficies eclipticæ & deferẽtis relinquetur: ſemiaxis verò Occidentalis extra vtrãq; ſuperficiẽ, ſuperficiei tamẽ eclipticæ æquidiſtãs erit. Ipſa igitur epic. ſuperficies ad deferẽtis ſuperficiẽ inclinata erit, itẽq; ad eclipticæ ſuperficiẽ in partẽ oppoſiti augis. Atq; ita cẽtro epic. procedẽte, aux vera, & oppoſitũ ipſius à ſuperficie deferẽtis magis, atq; magis recedẽt: axis tamen huius motus ad eandẽ perpetuo accedet, eclipticæ nihilominus æquidiſtãs, quouſq; centrũ ipſius epic. ad punctũ deferẽtis ꝑueniat, quod maxime ab ecliptica declinat. Tunc enim diameter augis veræ à ſuperficie deferentis quã maxime declinabit: diameter verò longitudinũ mediarũ in ipſa ſuperficie deferentis collocabitur. Ab hoc loco in nodũ caudæ, diameter augis veræ ad ſuperficiẽ deferentis ꝑpetuò accedet: diameter aũt lõgitudinũ mediarũ eandẽ rurſus interſecabit, cæterũ permutatim. Nã occidẽtalis ipſius ſemidiameter inter eclipticæ & deferẽtis ſuperficies relinquetur, Oriẽtalis verò extra vtramq; ſuperficiem, ipſiq; eclipticæ ſuperficiei (vt antea) æquidiſtans erit. Centro itaq; epic. ad nodũ caudæ perueniente, ipſius epic. ſuperficies iterũ collocabitur in ſuperficie eclipticæ, & diameter augis veræ in ſuperficie deferentis. Motò autem per reliquum ſemicirculũ Auſtralem, oppoſitum augis veræ à ſuperficie deferentis ad Auſtralem partem declinabit, & reliqua contingent accidentia, velut anteà. Et quoniã centro epic. in nodis exiſtẽte ipſius ſuperficies ſimul eſt cum ſuperficie eclipticæ, ſed extra ipſos nodos ad eam inclinata eſt, ſuperficiem verò deferentis ſemper interſecat: axis igitur ſuꝑ quo epic. mouetur in longitudinem, bis tantũ in vna centri epicy. reuolutione axi eclipticæ æquidiſtans erit, videlicet cum ipſum epic. centrum in nodis fuerit: axi aũt eccẽtrici nũquam erit æquidiſtãs.

Annotatio decima.

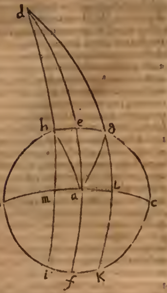
QVoniã cẽtrũ epic. in ſuperficie deferentis exiſtit, & ipſius epic. plana ſuperficies deferẽtis ſuperficiẽ ſemper interſecat: recta igitur linea ipſarũ ſuperficierũ cõmunis ſectio epic. diameter erit. Cẽtro itaq; epic. extra nodos exiſtente ea medietas ſuperficiei epic. quæ punctũ augis continet, ſuperior videlicet inter duas ſuperficies deferentis & eclipticæ cõprehenditur: inferior verò in qua oppoſitũ augis extra vtramq; ſuperficiem relinquetur. Dum igitur planeta in inferiori medietate epic. verſatur polus remouetur ab ecliptica, quàm deferens ab eadẽ. Quare nõ ſemper planeta inter deferentem & eclipticam reperietur, quemadmodum Gerardus Cremonenſis putauit. Centro autem epic. in pũcto deferentis maximæ latitudinis exiſtente, eiuſmodi cõmunis ſectio diameter erit lõgitudinum mediarum in aliis verò locis alia diameter erit. Et proinde medietas ſuperficiei epic. vel ſuperior quæ inter ſuperficies deferentis, & eclipticæ cõtinetur, vel inferior quæ extra vtrãq; relinquitur, nõ erit vna atq; eadẽ in omni ſitu epicycli.

Octauæ ſphæræ triplex ineſt motus.

Annotatio prima.

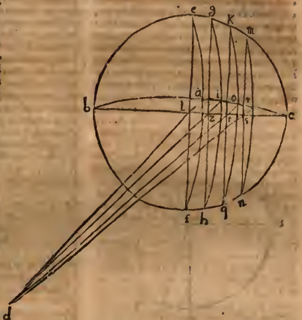
DE motu octauæ ſphæræ ſecundum Alphõſum plura ſcripſimus in libro ſuperiori capite de Declinatione Solis. Et quoniã illius theorica à Georgio Purbac. lucidiſsimè enarrata eſt pauca tantum in præſenti annotabimus.

Quod ecclíptica octauæ paruos circulos ſecet
in alternas portiones æquales, facile oſtẽdes. Ip
ſi enim parui circuli æquales ſunt per 33. propo
ſitionẽ. 1. lib. Theod. ſunt etiam æquidiſtantes
per 2. ſecũdi lib. & idcirco alternæ eorundẽ por
tiones æquales erũt per 22. ipſius ſecundi lib.
Porrò vt intelligas, quando æquatio motus ac-
ce. & rece. motui nonæ addenda eſt, & quando
detrahẽda, alterũ polũ parui circuli ponemus a,
& ipſius parui circuli atq; alipticæ nonæ Occi
dentalẽ interſectionẽ b, Orientalẽ verò c, & ve
niat à pũcto d, Boreali polo ipſius eclipticæ no
næ circulus maximus per a, paruũ circulũ ſecãs
in e & f: angulus igitur cũ ea rectos efficiet, per
20. propoſitionẽ 1. lib. Theod. & propterea par
uus ipſe circulus in quadrãtes ſect⁹ erit b e, e c,
c f, & f b. Veniãt etiã ab ipſo polo d, per duo pũ
cta parui circuli g & h, quorũ diſtantiæ ab e, æ-
quales ſint, maximi circuli, qui eundẽ circulũ
ipſum paruũ ex altera parte interſecẽt in k & in
eclipticã verò nonæ in l & m. Ecliptica igitur
nonæ & circulus d g k, ſe inuicẽ ad rectos angu
los ſecabunt per 19. propoſitionẽ. 1. lib. Theod.
tranſit igitur ecliptica nonæ per polos circuli
d g K, per 17. trãſit etiã per polos parui circuli:
& idcirco arcũ g c K, per æqualia diuidet in pũ
cto e, & arcũ g l K, per æqualia etiã in puncto l,
per 12. ſecũdi Theod. A quadrãtibus igitur e c,
& e f. detractis æqualibus circũferentijs g e, & e
K, duo arcus e g, & f k, æquales relinquentur p
cõmunẽ ſententiã. Eadem arte cõcludes duos
arc⁹ e h, & f i, æquales eſſe: quapropter quatuor
arcus e g, f k, e h, & f i, æquales erũt inter ſe per
cõmunẽ ſententiã. Veniãt aũt à puncto a ad g,
& h, maximorũ circulorũ arcus a g, & a h: duo-
rũ igitur ſphæricorũ triangulorũ a g d, & a h d,
duo anguli d a g, & d a h, propter æqualitatem
duorũ arcuũ g e, & e h, æquales inuicẽ erũt: lat⁹
aũt a g lateri a h, æquũ eſt, & latus a d, ambobus
triãgulis cõmune: duo igitur anguli a d g, & a d
h, æquis lateribus cõtenti æquales inuicẽ erunt
per 4. primi Menelai. Et idcirco duo arcus ecli
pticæ nonæ a l, & a m, eiſdẽ ſubtenſi æquales in
uicẽ erunt. Eſt aũt a l, æquatio mot⁹ acce. & re.
quãdo caput octauæ ſphæræ eſt in g aut in K,
& eſt a m, æquatio ipſius motus quando ipſum
caput eſt in h aut in i. Quando igitur motus ac
ce. & re. fuerit arcus e g aut e k, aut e i, aut e
h, eadẽ habebitur in tabula æquatio. Additur
autẽ ipſa æquatio motui nonæ quando caput
eſt in K, quanquã in eo loco proprio motu re-
grediatur. Nã quando erat in c, addebatur totus
arcus arcus a c, in K igitur regreſsionis arcus e-
rit c l, quo detracto ex a c, relinquetur arcus a l,



motui longitudinis adhuc addendus. At prop-
terea detrahitur ipſa æquatio, quando caput eſt
in h, quanquã in eo loco in cõſequẽtia progre-
diatur: quoniã quãdo erat in b, auferebatur to-
tus arcus a b. à motu nonæ. In h igitur progreſ-
ſionis arcus in conſequẽtia erit b m. quo detra-
cto ex a b, relinquetur arcus a m, adhuc auferẽ-
dus à motu lõgitudinis. Ipſo porrò capite Arie
tis octauæ moto per primũ quadrantẽ parui cir
culi, videlicet ab e in c, creſcũt quidem æquatio
nes. ſed inæqualib. cremẽtis: ipſarũ enim æqua-
tionũ differentiæ perpetuò minores fiunt. Ar-
cus enim e g g k, & k m æquales ponantur, ip-
ſumq; caput Arietis octauę in g & K & m, & cir
culus maximus per polos eclipticæ nonæ & pũ
ctũ g veniens, circulũ paruũ rurſus interſecet
in h, eclipticã verò ipſius nonæ in i: qui aũt per
k, in q interſecet paruũ circulũ, ſed eclipticã no
næ in o. Ille deniq; qui per m, eundẽ circulum
paruũ rurſus interſecet in n: at ipſam eclipticã
nonæ in r. Erit itaq; arcus a i, ęquatio mot⁹ e g,
& erit arcus a o æquatio motus e k: arcus verò
a r, æquatio motus e m. Aio igitur arcũ o r diffe
ren

ſentiã videlic. æquationũ a r & a o minorẽ eſſe arcu i o, qui differentia eſt æquationũ a o & a i, & ipſum deniq; arcũ i o mino ẽ eſſe quã a i. Recta enim linea b c, cõmunis ſectio exiſtit ipſius parui circuli atq; plani eclipticæ nonæ. Circulus aũt maxim⁹ e a f, veniẽs per punctũ p, quod ſphæræ centrũ ſit, ipſum planũ eclipticæ nonæ ſecet ſup recta linea p a, paruũ verò circulũ ſup recta e f quarũ quidẽ rectarũ linearũ interſectio eſt l, ipſius parui circuli centrũ. Maxim⁹ itẽ circulus g i h, planũ eclipticæ nonæ ſecet ſuper recta linea p i, paruũ verò circulũ ſuper recta g h, quarũ quidẽ rectarũ linearũ interſectio ſit punctũ z. Præterea maximus circu lus K o q, ipſum eclipticæ planũ ſecet ſup recta linea p o, paruũ aũt circulũ ſup recta K q. quarũ rectarũ interſectio eſto pũctũ t. Et maximus deniq; circulus m r n, eclipticæ planũ ſecet ſup recta linea p r, paruũ verò circulũ ſuper recta m n quarũ rectarũ linearũ interſectio ſit pũctũ s. Et quoniã recta linea p l, centrũ ſphæræ cũ cẽtro parui circuli cõnectit, perpẽdicularis igitur eſt ſuper ipſius parui circuli plano p 7. ꝓpoſitionẽ 1. lib. Theod. & propterea rectilineus angulus p l c, rectus erit per 2. definitionẽ 11. lib. Eucl. Triangulũ itaq; rectangulũ intelligemus p l t, in plano eclipticæ nonæ, cuius quidẽ lat⁹ p t, recto angulo ſubtẽſum latere p l, acutũ angulũ ſubtẽdẽte p t l, maius erit p 19. 1. Euc. reliquũ verò acutũ angulũ l p t, recta linea p z, per inęqualia ſecat. Na ſi recta ipſa linea p z, angulũ l p t, in duos æquales angulos ſecat l p z, & z p t: igitur ſicut eſt p t ad p l, ſic erit t z ad z l, p 3. propoſitionẽ 6. lib. Eucl. Atqui maior oſtẽſa eſt p t ipſa p l: igitur & t z, maior erit quam z l, quod quidẽ eſt impoſſibile. Nã quia t z, à cẽtro diſtãtior eſt, minor erit quã z l: & proinde recta linea p z, angulũ l p t, per æqualia minime ſecat ſed per inæqualia, maiorq́; erit angul⁹ l p z, maius baſis ſegmentũ reſpiciẽs ipſo z p t, min⁹ ſegmentũ reſpiciẽte. Si enim angulus l p z angulo z p t, minor eſt: totũ igitur angulũ l p t, in duos æquales angulos ſecabimus per 9. ꝓpoſitionẽ 1. lib. Eucl. rectaq́; idcirco linea ipſum angulũ l p t, diſpeſcẽs cadet inter z & t: & propterea iterũ impoſſibile cõcludemus per eandẽ 3. ſexti, nẽpe partẽ ſegmenti t z, multò maiorẽ eſſe ipſo ſegmẽto z l: quod rurſus eſt ipoſſibile. Quamob

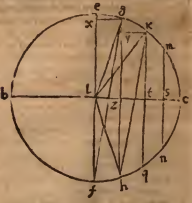


rẽ recta linea p z angulũ l p t, p inæqualia ſecabit, maiorq́; erit l p z quã z p t: & idcirco eclipticæ arcus a i arcu i o, maior erit p vltimã ꝓpoſitionẽ 6. lib. Euclid. Similiter demõſtrabitur, quoniam in triãgulo s p z angulus p z s obtuſus eſt, exterior nempe atq; oppoſitus recto angulo p l z: angulus verò z s p acutus: maius idcirco eſſe latus p s latere p z. Atqui recta linea t s, quoniam à centro diſtantior, minor eſt quã z t: recta igitur linea p t angulũ z p s, per inęqualia ſecabit, maiorq́; erit angulus z p t angulo t p s. Et propterea arcus i o, arcu o r maior erit. Creſcũt itaq; æquationes motus acceſ. & receſ. quadrantis e c, per inæqualia crementa: ipſarum enim æquationum differentiæ magis atque magis contrahuntur ab a in c, quod demonſtrandum ſuſcepimus.

Lẽ-

Lemma.

QVod autem ſumpſimus rectã lineã l z, maiorem eſſe recta z t, ipſamq́; z t, maiorem recta t s, facile concludemus, hac videlicet arte. Rectæ lineæ cõnectãtur f g, & h K, & quoniam duo arcus e g, & f h, æquales oſtenſi ſunt per 12. ſecundi Theodoſij, angulus igitur e f g coalterno f g h, æqualis erit per 27. ꝓpoſitionẽ 3. lib. Eucl. Et propterea rectæ lineæ e f, & g h, paralleleę erũt per 27. primi. Similiter demõſtrabis duas rectas g h, & K q parallelas. Et ꝑ ipſam deniq; 27. tertij libri cõcludes, duos angulos e f g, & g h K, inter ſe æquales eſſe. A pũctis aũt g & K, in rectas e f, & g h, rectæ lineæ perpẽdiculares deducãtur g x, & K y, per 12. primi: duo igitur triangula rectangula f g x, & h K y, æquiangula erũt per 32. primi, & comunem ſententiã;



& idcirco latera habebunt proportionalia ꝑ 4. ſexti, ſicut f g ad h K, ſic g x ad K y. Rectæ aũt lineæ cõnectantur l g, l h, & l K: maior igitur erit angulus f l g angulo h l K: & idcirco maior erit f g quã h K, per 24. propoſitionẽ primi: & propterea maior erit recta g x quã k y. Atqui parallelę ſunt rectæ l z, & g x, quoniã anguli a d l, & x recti ſũt. Similiter parallelæ ſũt K y, & z t, quia anguli ad z & y recti quoq; ſũt: in parallelogrãmis igitur l g, & z k, latus g x, lateri l z æquũ eſt præterea latera K y, & z t, æqualia erũt per 34. primi. Maior porrò oſtenſa eſt recta g x, quam K y. Et ꝓpterea maior erit l z, quã z t: & eadem arte concludes maiorem eſſe z t, quam t s, quod in demonſtratione fuit aſſumptum.

Quemadmodũ itaq; capite Arietis octauæ motu per quadrantem e c, æquationes creſcunt minoribus perpetuò deferentijs, ita per quadrãtẽ c f, ipſæ æquationes decreſcunt maioribus ꝑpetuò differẽtijs. Quoniã verò ipſum Arietis octauæ caput per quadrantem mouetur f b, ita creſcunt æquationes, quemadmodũ per e c, & per b e: rurſus maioribus differentijs decreſcũt, quẽadmodum per c f. Motus itaque inerrantium ſiderum ex motu nonæ & trepidatione octauæ proueniens capite Arietis octauæ moto à puncto b, vſque ad e, velox eſt augens velocitatem. Inde verò ad c, velox eſt diminuens velocitatẽ. Inde per quadrantem c f, tardus eſt, tarditatem augens vſq; ad punctũ h, quod à puncto f, diſtat Gr. 21. in ipſo enim gradu 21. ante f, capite octauæ exiſtente, inerrãtes ſtellæ ſtationariæ erũt. Differentia enim æqnationũ in ipſo h, quemadmodũ tabula per grad⁹ extenſa oſtendit, minuta continet 8. & ſe. 49. quantus eſt motus nonæ in annis 20. At medius motus acceſ. & receſ. in ipſis annis 20. paulò maior eſt quã viii⁹ gradus. A gradu igitur 21. ante f, vſq; ad 20. ante idem f, caput Arietis octauæ ꝓprio motu regreditur, ſed motu nonæ tantundem progreditur: & propterea inerrantes ſtellæ ſtationariæ videbũtur in ipſo tempore. Inde verò ad f retrogradæ erũt augentes regreſsionem. Et ab f vſq; ad gradum 20. poſt idem f, retrogradę quoq; erũt, regreſsionem diminuentes. A 20. in 21. rurſus ſtationariæ erunt. Inde verò vſq; ad b, iam in cõſequentia mouebuntur: motus tamen earum tardus erit, diminuens tarditatem.

¶ *De motu octauæ ſphæræ, ſecũdũ Thebith.*

Annotatio ſecunda.

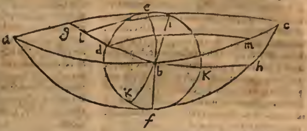
CIrculus a b c, ſit ecliptica fixa, b punctũ caput Arietis ipſius, polus videlicet parui circuli d e f, in quo caput Arietis mobilis eclipticæ verſatur. Veniatq́; per idẽ b, arcus maximi circuli e b f ad rectos angulos ſuper ipſam eclipticã fixã a b c, paruũ circulũ ſecans in e & f. Sintq́; a b, & b c quadrantes, punctũ a initium Capricorni, & c initiũ Cãcri. Et erunt idcirco a & c, poli circuli e b f per primum librũ Theodoſij. Veniat etiã per a & e maximus circulus a e, quem neceſſe eſt tranſire per punctũ c, per 15. propoſitionem ipſius primi libri Theodoſij. Igitur quoniam a & c, poli ſunt circuli e b f, duo ſegmenta a e, &

a c,

e c, quadrãtes erunt, & anguli quos ipſe circulus a e c, efficit cum e b f recti erũt: quapropter poli eiuſdem circuli a e c, in circulo erũt e b f, per 17. Secat itaq; circulus ipſe e b f, circulum a e c, tranſitq; per eius polos: ſecat etiã paruũ circulũ d e f, & trãſit per eius polos: & ꝓpterea ipſi duo circuli a e c, & d e f, in ipſo eodẽ puncto e ſe cõtingent per quartã propoſitionẽ ſecũdi lib. Theod. Scribatur ſimiliter per a, & f, maximus circulus a f c, qui eundẽ circulũ paruum tanget in ipſo f. Circulus porrò æquinoctialis circulũ a e c, ſecet in g, Occidentali parte: circulum verò a f c in h, Orientali parte, & paruũ circulum in d & k. Et eclipticã mobilem ponemus a e c, dum caput Arietis ipſius eſt in puncto e, contactu Boreali: & quoniã a e, & e c, quadrantes ſunt: erit igitur initiũ Cãcri ipſius mobilis eclipticæ in c: Capricorni verò in a. Idem continget, quando fuerit idem caput Arietis in Auſtrali contactu f: & proinde capita Cancri, & Capricorni mobilia ſimul erunt cum capitibus fixorum. Separat aũt ecliptica mobilis ab æquinoctiali in ſitu a e c arcum b g, qui maxima eſt diſtantia mobilis ſectiõnis à fixa ſectione b, in ſitu verò a f c, arcũ b h: Aequales ſunt aũt ipſi arcus b g, & b h. Quod quidem facile concludes in duobus triãgulis rectãgulis b f h, & b e g. Contrapoſiti enim anguli f b h, & e b g, æquales ſunt, & duo latera b f, & b e æqualia: igitur reliqui anguli, & reliqua latera æqualia inuicem erunt, Latus igitur b g lateri b h, æquum erit per primum lib. Menelai, quod etiam per ſinuum rectorum rationes concludere poteris. Acuti ſunt enim anguli qui ad b: & quoniam latera b e, & b f, minora ſunt quadrantibus: anguli igitur b g e, & b h f, acuti erunt. Ac verò in triangulo b f h, ſicut ſinus totus ad ſinũ complementi arcus b f, ſic ſinus anguli f b h, ad ſinum complementi anguli f h b. In triangulo ſimiliter b e g, ſicut ſinus totus ad ſinum cõplementi lateris b e, ſic ſinus anguli e b g, ad ſinum complementi anguli b g e: æquales igitur concludes ſinus rectos angulorum f h b, & b g e.

Et quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum anguli f h b, ſic ſinus lateris b h, ad ſinum lateris b f. Itẽ ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b g e, ſic ſinus lateris b g, ad ſinum lateris b e, æquales ſunt aũt ſinus recti laterum b f, & b e. æquales igitur erũt ſinus laterum b h, & b g, & quia totus arcus g h, vno ſemicirculo minor eſt: duo igitur arcus b g & b h, æquales inuicem erunt.

Continet aũt vterq; eorũ gradus decem & 45. minuta: totus igitur g h, graduũ erit 21. min. 30. cui alter reſpondet æqualis in Orientali parte,



ex alterno contactu circuli parui deſcripti circa caput Libræ eclipticæ fixæ: & propterea autor ſcribit cuiuſque quantitatem eſſe circiter 21. Gr. & min. 30.

Veniat aũt per b, circulus maximus ad rectos angulos ſuper æquinoctialem, qui circulũ paruũ ſecet in i, & K: erit igitur arcus d i, quadrãs ipſius parui circuli, capite verò Arietis mobilis eclipticæ in i poſito, ſecet ipſa mobilis ecliptica æquinoctialem in l. Erit itaque arcus i l, maxima æquatio octauæ ſphæræ, maximaue diſtãtia capitis Arietis mobilis eclipticæ à ſectione ipſius eclipticæ cum Aequatore, quam æqualẽ ponit arcui b g, graduum videlicet 10. min. 45. Inæquales enim ſunt ipſi arcus b g, & i l. Cæterũm æquales cenſentur, quia duo anguli e g b, & i l b, maximarum declinationum mobilis eclipticæ ad ſitus e & i, inſenſibiliter differunt. Duorum igitur rectangulorum triangulorũ b e g, & i b l, duo latera e b, & i b, æqualia ſunt, & duo anguli g e b, & l b i recti: duo verò ãguli ad g & l, maximarum declinationum æquales ſuponuntur, propter inſenſibilem eorum differẽtiam: idcirco latera b g, & i l, rectos angulos rorundem triangulorũ ſubtẽdentia æqualia erũt per primum librum Menelai.

Quod etiam per ſinuũ rectorum rationes oſtendere poteris. In triangulo enim rectãgulo b e g, ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b g e, ſic ſinus lateris b g, ad ſinum lateris b e. In triãgulo præterea rectangulo i b l, ſicut ſinus totus ad ſinum anguli i l b, ſic ſinus lateris i l, ad ſinum lateris b i: & quoniam duo anguli b g e, & i l b, æquales

ſup

ſupponũtur:igitur ſicut ſinus b g,ad ſinum b e, ſic erit ſinus i l,ad ſinũ b i: & permutatim ſicut ſinus b g,ad ſinum i l,ſic ſinus b e,ad ſinum b i. Aequales ſunt aũt b e,& b i: igitur ſinus b g,& i l,æquales erunt,& quia vterque ipſorũ arcuũ b g,& i l,quadrante minor eſt:æquales igitur erunt,quod erat oſtendendum.

Dum caput Arietis eſt in contactu e, maxima declinatio eclipticæ mobilis maior eſt maxima declinatione fixæ:duo enim arc⁹ b c,& e c, quadrantes oſtenſi ſunt:arcus igitur g c,quadrãte maior erit:& duo idcirco arcus b c,& g c,cõiuncti vno ſemicirculo maiores ſunt:& propterea exterior angulus c b h,interiore atque oppoſito c g b,trianguli b g c,minor erit:ipſe verò idem angulus c b h, maximæ declinationis eſt eclipticæ fixæ:angulus verò c g h,maximæ declinationis eſt eclipticæ mobilis dum caput Arietis eſt in cõtactu e. In ſitu igitur e, maior eſt maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat oſtendendum.

Sed ponatur caput Arietis mobilis in pũcto d, ſectionis Aequatoris & parui circuli. Dico, quòd minor erit maxima declinatio mobilis quàm fixæ.Secet enim ecliptica mobilis in eo ſitu eclipticam fixam in m: quadrãs igitur erit arcus d m:& erit idcirco ipſum punctum m,maximè declinans,initium nempe Cancri in ipſo ſitu: arcus autem b m, minor eſt quadrãte, pars videlicet quadrantis b c: in triangulo igitur b m d quoniam duo latera b m,& d m,coniuncta vno ſemicirculo minora ſunt,maior erit angulus exterior m b h,interiore oppoſitoq; b d m: at verò ipſe angulus m b h,maximæ declinationis eclipticæ fixæ eſt:angulus autem b d m,maximæ declinationis mobilis: in ſectione igitur Aequatoris & parui circuli exiſtente capite Arietis mobilis, minor eſt maxima declinatio mobilis quàm fixæ,quod erat oſtendendum.

Annotationũ in Theoricas Planetarum Georgij Purbachij, Finis.

CONIMBRICÆ.

Ex Officina Antonij de Maris. Anno. M.D.LXXIII.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS.

Qui putauit inter duas datas lineas, binas medias proportionales ſub continua proportione inueniſſe, circulum quadraſſe, cubum duplicaſſe, multangulum quodcunque rectilineum in circulo deſcribendi, artem tradidiſſe, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipſes lunares, etiã dato quouis tempore manifeſtas feciſſe.

PETRI NONII Salácienſis

Liber vnus.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE
Excudebat Antonius à Marijs.
Anno. 1573.

QVAE PRAETER ARGVMENTORVM Orontij confutationes in hoc libro continentur.

¶ Platonis inuentum de duobus medijs proportionalibus inueniendis, & cubo duplicando.

Archimedis demonſtratio perquàm lucida de ratione circunferentiæ ad diametrum cum veris numeris. Nam qui in libro ipſius Archimedis nuper impreſſo continentur, corrupti ſunt.

Qua ratione differentia longitudinis locorum ex motu Lunæ ſit elicienda.

Definitionum quinti libri elementorum Euclidis explicatio.

Horizontalium & Verticalium horologiorum ratio, atq; conſtructio.

Præcipuarum tabularum directionum Ioannis de Regiomonte demonſtratio, & vſus.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS

Ad Lectorem.

VELIM CANDIDE LECTOR, TE in primis admonitum, me non inſectandi ſtudio, ſed veritatis aperiendæ gratia, hoc opuſculum edere ſtatuiſſe. Quid enim magis conuenit mathematico, quàm veritatis ipſius quam profitetur, atque diſciplinæ patrocinium? Cũ autem ſit boni viri officium, non artem quam tenet occultare: ſed omnia potius in communem vtilitatem conferre: tum vel maxime id facere debet, cum videt homines ſtudioſos, aliquorum ductu erroribus implicatos. Quod multis fortaſſe accidit, qui autoritate permoti Orontij Finæi, multa ſibi perſuadent, quæ quàm falſa ſint, noſtra diligentia facilè cerni poteſt. Orontij enim errores pauci ſunt: ſed adeò inſignes vt diſsimulandi non ſint. Solum enim errat, cum mathematicas demonſtrationes conficere audet: ſed raro audet: niſi Orontij fortaſſe demonſtrationes appelles, quas omnino palamq́; à Theone, & Campano mutuatus eſt: quorum tamen non meminit. In his enim errare non poterat, niſi prius aut Theon, aut Campanus erraſſent. Sed Theon nunquam labitur, Campanus autem in libro quinto cum definitiones exponeret, vehemẽter hallucinatus eſt: igitur & Orontius. Quem ego iam ante annos tredecim, per literas admonere ſtatueram, vt cõſultius & maturius inuenta ſua probaret, antequàm foràs emitteret. Sed mutaui conſilium, quoniam id magis eorum officium eſſe putaui, qui in eadem vrbe, in quà idem Orontius Mathematicas publicè docet, ijſdem artibus, & diſciplinis inſtructi ſunt. Cæterum cum nondum videam illum, vel aliorum admonitione, vel ſponte ſua, ab inſtitutis erratis eſſe reuocatum: ſed potius nouorum acceſsione, priſtina peccata cumulaſſe: non id diſsimulandum vlterius exiſtimaui. Meus igitur animus eſt, huic incõmodo ſubuenire: atque omnes illos errores breuiter explicare. Hæc autem ab Orontio, eo animo accipi velim, quo ego accipiam, quoties acciderit, vt aliquis mihi errores meos indicet. Eſt enim proprium imbecillitatis humanę, ſæpe labi: quod mihi contingere poſſe arbitror. Boni autem viri munus eſſe puto, non aliorum peccata diſsimulare: ſed potius omnes homines ſi fieri poſſet, ab inſcitiæ tenebris, in lucem veritatis aſſerere.

Vale.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI DELPHINATIS, QVI PVTAVIT INTER DATAS DVAS LIneas, binas medias proportionales ſub continua proportione inueniſſe, circulum quadraſſe, Cubum duplicaſſe, Multangulum rectilineum quodcunq; in circulo deſcribendi artem tradidiſſe, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipſes lunares, etiam dato quouis tempore manifeſtas feciſſe,

PETRI NONII SALACIENSIS

Liber vnus.

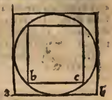
PERLATVS eſt ad me modò Orontij Finęi Mathematici nouus quidam liber de circuli quadratura inſcript⁹. In quo quinq; illa problemata difficillima ſe diſſoluiſſe iactat, quæ per omnes ætates & æuo longiſsimo à doctiſsimis viris, magna induſtria aſsiduoq; labore atq; meditatione côquiſita, nondũ tamen ſunt inuenta. Vnum eſt, quonam modo cubicum corpus duplicari debeat, forma non variata. In quo Græci olim philoſophi plurimum inſudarunt. Sed cum nulla inueniendi Methodus eis ſuccurreret, Hippocrates Chius primus inſpexit, cubi duplicationem tum demum poſſe inueniri, cum inter duas lineas rectas, quarũ maior dupla eſſet minoris, duæ medię proportionales ſub continua proportione inuentæ fuiſſent. Et proinde in aliud problema non minus difficile ſunt deuoluti, in cuius inueſtigationem non pauci ſe conuerterunt, Eratoſthenes, Plato, Architas, Hieron, Philon Byſantius, Apollonius Pergeus, Diocles, Pappus & alij. Quorum demonſtrationes ideo non probãtur, quod per eas non ſine alicuius mechanici inſtrumenti adminiculo ipſæ medię proportionales inueniri poſsint. Tertium difficillimũ problema eſt, quanam arte circulus in quadratam formam ſit redigendus? In eo enim magna fuit magno Archimedi ſolicitudo, mittamus Hippocratem, Briſonem & reliquos mathematicos ante Ariſtotelem. Fecitq; ille quantum potuit, ſed exactam circuli quadraturam inuenire non potuit. Solũ nanq; demõſtrauit, æqualẽ eſſe circulũ rectangulo, triangulo cuius alterũ latus rectũ angulum continẽs, eſt eiuſdem circuli ſemidiameter, alterum verò circunferentiæ æquale. Rectam autem lineam circunferentiæ æqualem non inuenit: ſed certiſsimè comperit, quòd ipſa circunferẽtia cũ diametro collata minorem habeat rationem, tripla ſeſquiſeptima, ſed maiorem tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. Vt ſi diameter circuli ſupponatur partium æqualium. 497. erit circunferentia maior quàm 1561. minor tamen quàm 1562. Igitur ex ea ratione circunferentię ad diametrum, certa circuli quadratura colligi non poterit, ſed valde propinqua, & quæ eadem methodo qua vſus eſt Archimedes, propius ad metam accedere poſsit. In quarto problemate non minor eſt difficultas. In eo enim inueſtigandum proponitur quomodo in circulo regularis quæcunq; rectilinea figura ſit deſcribenda. Euclides enim ſolum tradidit artem deſcribendi in circulo triangulum æquilaterũ, quadratum, pentagonum, hexagonum, & ſubinde quintidecagonum, octogonum prætere a, decagonum, & duodecagonum, cæteraſq; figuras, in quibus laterum numerus duplicato ſemper augetur. Quòd ſi aliquo ingenio triangulũ iſoſceles conſtitueretur, vnũquenq; eorũ angulorum qui ſunt ad baſin reliqui triplum habens, poſſemus vtiq; in circulo rectilineũ ſeptem æqualium laterum deſcribere, ſubtenderet enim minor eius angulus ſeptimam circunfe-

rentiæ partem. Et ſi triangulum Iſoſceles conſtitueretur, vtrunq; eorum angulorum qui ſunt ad baſin reliqui quadruplum habēs, poſſemus haud dubiè rectilineum nouem æqualium laterum in circulo deſcribere. Subtenderet enim minor angulus nonam circunferētiæ partem. Quod item facilè deſcriberetur, ſi tertiam partem circunferentiæ circuli quam latus æquilateri trianguli ſubtendit, in tres iterum partes diuideremus. Sed nondum hæc ſunt inuenta, & propterea heptagonum, nonagonum, & reliquas deinde rectilineas regulareſq; figuras deſcribere neſcimus, in quibus laterum numerus duplicatò ſemper augetur. Vltimum problema vt eſt arduū atq; difficile, ita eius inueſtigatio vtiliſsima. Inquirendum enim proponit, quonam pacto differentiæ longitudinis locorum ſiue meridianorū interualla, aliter quā per lunares eclipſes, & dato quouis tēpore cognoſcantur. Nam locorum latitudines videlicet diſtantiæ ab æquinoctiali circulo, non ſolum meridiano tempore deprehendi poſſunt, verū etiam quolibet alio, quemadmodum excogitatum eſt à nobis. Sed longitudinis differentias nemo hactenus inuenire potuit, aliter quā per lunares eclipſes, aut itinerum dimenſionē quæ incerta eſt. At vero cum raro fiant eclipſes, & ob globoſam terræ figuram fieri non poſsit, vt in omnibus locis orbis eædem conſpiciantur, id propterea locorum ſitus qui potiſsimū his duobus concluduntur, ac diffiniuntur, plerunq; ignorantur. Cæterū Orontius Finæus hæc omnia inueniſſe putat, clariſsimeq; demōſtraſſe: atq; idcirco diuina prouidentia factum (inquit) vt quæ præclara ſunt ac difficilia, in ſua differantur tempora, illiſq; deſtinentur inuentorib⁹, quos ſolus Deus ad hæc nouit eſſe delectos. Ego verò eum puto inſaniſſe, aliter enim primos errores ſuos ante duodecim annos commiſſos agnouiſſet, & proindè hos nouos ingenteſq; formidaſſet, quos in hoc libello apertiſsimè explicabo.

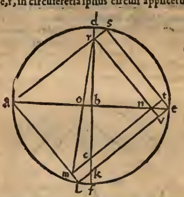
Modus Orontij Finæi ad inueniendum inter duas datas rectas lineas binas alias ſub eadem ratione continuè proportionales.

CAPVT. I.

PVTAT ORONtius Finæus quòd non ſolū cubus duplicaretur, verum etiam circulus facilè quadrari poſſet, ſi inter duas datas rectas lineas binę mediæ proportionales ſub continua proportione inuentæ fuiſſent. Ob id igitur cum propoſitū circulum quadrare libet, inter a b, latus quadrati circa datū circulū deſcripti, & b c latus quadrati in eodē circulo deſcripti, binas medias proportionales in hunc modum inueſtigare



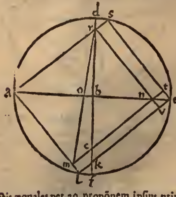
conatur. Conſtituantur inquit a b, & b c, latera ad rectum angulum qui ſub a b c, & centro b, interuallo autem b a, circulus deſcribatur a d e f, vtraq; deinde a b, & b c, in continuum rectūq; producatur, donec ad puncta d, e, f, in circūferētiā ipſius circuli applicētur.



Erunt igitur a e, & d f, eiuſdem circuli diametri, in eius centro b, ad rectos angulos ſe ſe inuicem dirimentes. Tunc verò recta linea c f, reliqua pars ſemidiametri b f, per extremam ac mediam rationem diuidatur, vt ſit c K, maius ſegmentum, ſed K f, minus. Sic igitur vt f c, ad c k, ita c K, ad K f. Erit idcirco linea b k, (inquit Orontius) ſecunda proportionalis linea. Cōnectatur autem e k, quæ in rectū producta circuli circunferentiam attingat in puncto l. Deinde cōnexa a l, ipſi e l, per pūctum c, parallela ducatur recta m n, quæ lineam

b l,ſecet in puncto m,ſemidiametrum vero b e, in puncto n. Lineam itaq; b n,tertiam dicit eſſe proportionalem:vt ſit ſicut a b, prima linea ad b K,ſecundam,ita eadem b k, ad b n, tertiã, & in eadem quoque ratione ipſa b n , ad b c. quartam lineam. Ad quod demonſtrandum à ſemidiametro b d, lineam b r, abſcindit æqualem ipſi b K, & cônexa m r, quæ diametrum a e,ſecat in puncto o, atque recta a r, cônexa quæ in rectum producta circuli circunferentiam attingat in puncto s, tandem ab ipſis r, & s punctis, ad n, & e, rectas ducit r n, s e, & relliquia vt in ipſa figura continentur.

His ita conſtructis in hunc modum ratiocinatur,Quoniam a b, ipſi b e, eſt æqualis,atque b r,ipſi b k,& qui circa b,conſiſtunt anguli inuicem æquales,bina igitur triangula a b r, & e b k, duo latera duobus lateribus æqualia habẽt alterũ alteri:& angulos ſub æquis lateribus æquales. Quapropter baſis a r,baſi e k, & reliquus angulus b a r , reliquo b e k, atq; reliquus a r b,reliquo b k e,per quartam primi elementorum eſt æqualis. Recta igitur linea a e, incidens in a s, & l e, rectas lineas, alternos angulos æquales efficit. Idcirco parallela eſt a s,ipſi l e, per.27.propônem ipſius primi libri elementorũ,& ipſi m n,itidem parallela eſt per. 30.propônem eiuſdẽ primi libri. In parallelas autem a s,& l e, recta incidens a l,interiores & ad eaſdem partes angulos a l e,& l a r, efficit duobus



rectis æquales per.29.propônem ipſius primi elementorum. Atqui rectus eſt angulus a l e. per.31. propônem tertij elementorum, rectus igitur & angulus l a r. Et eodem modo angulus l e s, rectus oſtendetur.quòd etiam angulus a s e, rectus exiſtat per eandem. 31. propônem tertij elementorum. Et proinde a l, ipſi e s parallela eſt per.28.primi elementorum. Rectangulum eſt igitur atq; parallelogrãmum ipſum a l e s, quadrilaterum. At verò quoniam in a r, & m n , parallelas recta incidit a n, angulus igitur a n m, alterno n a r, eſt æqualis. Similiter quoniam in eaſdẽ parallelas recta incidit m r, erit angulus a r m , alterno angulo r m n, æqualis per. 29. primi elementorum. Anguli præterea qui circa o, verticẽ ſub a o r, & m o n, continentur, æquales ſunt per.15. eiuſdem primi libri. Aequiangula ſunt igitur a o r, & m o n, triangula, & quæ igitur circum æquales angulos ſunt latera, inuicem proportionalia, & ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur per quartam ſexti eorundem elementorum. Sicut igitur a o, ad o r, ſic n o, ad o m. Similis ergo rationis ſunt a o, & o n, atque ipſa r o, & o m, latera. Præterea cum ſit, vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m, & qui ſub a o m, & n o r, continentur anguli ſunt per.15. primi elementorũ inuicem æquales. Triangula igitur a o m, & n o r, vnũ habent angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia. Aequum eſt itaque triangulum a o m, ipſi triangulo n o r, per. 15. propônem ſexti elementorum. Et quoniã baſes a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales ſubtendunt angulos, ſimilis igitur (inquit) coguntur eſſe rationis. Atqui a o, & o n, nec non r o, & o m, ſimilis quoq; ſunt rationis, eſt enim vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m. Proportionalia itaq; ſunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera. Et proinde ipſa triangula ſunt inuicem æquiangula, & æquales habẽt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, per quintam ſexti elementorũ. Nam ſicut in triangulis æquiãgulis, ſimilis rationis ſunt quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur, per quartam ipſius ſexti, ſic in triangulis quorũ latera ſunt proportionalia, ſimilis rationis latera æquales verſa vice ſubtendunt angulos. Angulus itaq; a m o, ipſi o r n, atque reliquus m a o , reliquo o n r, eſt æqualis. In rectas ergo lineas a m, & n r, rectæ incidentes lineæ a n, & m r, efficiũt alternos angulos inuicẽ æquales. Parallela eſt igitur n r, ipſi a m, atque ipſi e s, itidem parallela per.27.&.30.primi elementorum. Parallelogrãmum eſt itaque ipſum a m n r, quadrilaterum. Ait quod & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a & m, continentur recti ſunt, & qui ex oppoſito igitur côſiſtût anguli a r n,

&

& m n r, ſunt recti per 34. ipſius primi elemētorum. Vtrunque igitur a l e s, & a m n r, ac ipſum conſequenter e t n v, quadrilaterum parallelogrāmum eſt atque rectangulum. Et proinde triangula a r n, & r n c, rectangula ſunt, & qui ad r, & n, puncta conſiſtunt anguli recti, quod in primis Orontius demonſtrandum ſuſceperat.

His præoſtenſis cōcludit b r, & b n, rectas lineas eſſe medio loco ſub eadē ratione cōtinue proportionales inter ipſa a b, & b c, ſupradictorum quadratorum latera, ſicut quidem a b, ad b r, ſic eadem b r, ad b n, & ipſa b n, ad b c. Cum enim triangulum a r n, ſit rectangulū, & ab angulo recto qui ad r, in baſin a n, demiſſa perpēdicularis b r: eſt igitur ipſa b r, media proportionalis inter ipſius baſis ſegmenta a b, & b n, per corollarium octauæ ſexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r, ſic eadē b r, ad ipſam b n. Rurſum quoniam triangulum r n c, eſt itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in baſin r c, demiſſa perpēdicularis b n, eſt igitur eadem b n, media proportionalis inter ipſius baſis ſegmenta r b, & b c, per idē corollarium octauæ ſexti elementorū. Sicut ergo b r, ad b n, ſic eadē b n ad b c. Atqui præoſtenſum eſt vt a b, ad b r, ſic eadē b r, ad b n. Et ſicut igitur per vndecimam quinti elementorū a b, ad b r, ſic ipſa b n, ad b c. Datis ergo binis quadratorum lateribus a b, b c, quorū alterum in dato circulo, alterum vero circa, deſcriptum eſt, duas medias rectas lineas ſub eadem ratione cōtinue proportionales ea arte inuenit Orontius, ſcilicet b r, atq; b n, quod faciendum ſuſceperat.

Orontij corollarium.

SI has (inquit) binas lineas rectas, inter ipſa prædictorū quadratorū latera continue proportionales, mechanico prōptiſſimoq; reperire volueris artificio, ſic pendēter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiā & electa materia gnomon quidam ipſi r e m, ſimilis. Conſtitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus, ſupra ſcripto modo datis, cuiusmodi ſunt a b, & b c, ad rectū angulum, atq; ad eas partes in quibus ad rectū conueniunt angulum, in directum vtrinq; productis, veluti ſunt b d, & b e, linea diagonalis e n, ipſius rectanguli parallelogrāmi e t n v, in directum ipſius b e, hoc eſt longioris productæ ad amuſſim collocetur, cogaturq; interius gnomonis latus venire in punctum c, ipſius lateris minoris limitem, immota ſemper e n, diagonio ab eiuſdem b e, rectitudine. Nam reliquum & interius ipſius gnomonis latus ſecundam lineā proportionalē tibi ſecabit ex minore producta, interior autem eiuſdem gnomonis angulus qui ad n, ipſam tertiam earundem quatuor linearum continué proportionalium ſimul limitabit.

Orontius de cæteris lineis rectis.

QVanuis autem præmiſſa linearum proportionalium adinuentio ipſis propoſitorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulū deſcribitur, peculiariter inſeruire videatur, poterit nihilominus datis quibuſcunq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas ſub eadem ratione cōtinue proportionales inuenire operæprecium fuerit, indifferenter accommodati, immutato paululum ſolo conſtructionis exordio. Non enim ſemper diuidetur exceſſus maioris lineæ ſupra minorem proportionaliter, veluti e f. in ipſa antecedentis figuræ deſcriptione, ſed tam diu ſolummodo, quam diu minor datarum linearum dimidium maioris ſuperauit. Vbi nāq; minor linea dimidium fuerit eiuſdem maioris, vel ipſo dimidio minor, ſecūda linea proportionalis qualis fuit b k, aut b r, in eadem præcedenti figura, alia ratione diſquirenda eſt, atq; toties varianda inueſtigationis formula, quoties eadem minor linea variam partem quotam fecerit ipſius maioris, à numero pariter pari denominatam: aut inter earundem partium quotarum diſtinctiones limitata ceciderit. Quo facta complenda erit figura, vti ſupra deſcriptum eſt. Nam cætera vnà cum ipſa demonſtratione ex omni parte manēt eadem. Hæc autem (inquit) conſtructionum primordia hic ſigillatim enarrare, ſuperuacaneum ac inutile duximus, quoniam latus quadrati in circulo deſcripti dimidio lateris eius quadrati quod eidem circulo circunſcribitur, ſemper eſtmatus.

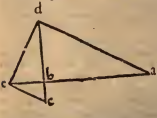
Hæc eſt Orontij Finæi inuentio atq; demonſtratio de duabus medijs proportionalibus, eiſdem verbis atq; ſerie, quam nos ex libro

de circuli quadratura fideliter tranſcripſimus, nihil enim immutandum ſtatuimus, ſed deinceps examinandum.

Modus Platonis ad inueniendum inter duas datas lineas binas medias continue proportionales, quem Orontius partim imitatur, partim perficere conatur.

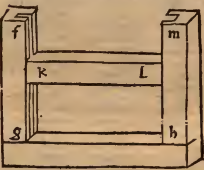
CAP. II.

CVM proponeret Plato inter datas duas lineas, binas medias proportionales ſub continua proportione inuenire, & alii philoſophi varias methodos tentarent, inſpexit ille inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionales facilé poſſe aſsignari, ſi ipſis a b, b c, ad rectum angulum a b c, conſtitutis, in rectumque productis ad partes b, ab earum deinde terminis a & c, rectæ quædam lineæ in vtraſque ducerentur, quæ cum tertia linea ipſas coniungente, rectos angulos efficerent.



Producātur enim a b, b c, in d, & e, & ſupponatur ab a, & c, rectas lineas ita duci in ipſas a b, b c, productas, vt ad earum quædam puncta quæ ſint d, & e, cum tertia linea d e, ipſas a d & c e, coniungente, rectos angulos efficiant a d e, c e d. Dico quòd b d, & b e, inter datas lineas a b, b c, mediæ ſunt proportionales, ſub continua proportione. Nam in triangulo rectangulo a d e, angulus qui ſub a d e, rectus exiſtit, linea vero d b, ad rectos angulos ſecat baſim a e, in puncto b, igitur per corollarium octauæ ſexti elementorum ipſa b d, media proportionalis eſt inter a b, b e. Similiter triangulū d e c, rectū angulum habet qui ſub d e c, & linea b e, ad rectos angulos ſecat baſim d c, idcirco ipſa perpēdicularis b e, media eſt proportionalis inter d b, b c. Sicut igitur a b, ad b d, ita b d, ad b e, & ſicut b d, ad b e, ita b e, ad b c. Qua propter per 11. quinti Euclidis quatuor lineæ a b, b d, b e, b c, continue ſunt proportionales ſub eadē ratione ipſius b d, ad b e, & idcirco ipſæ b d, b e mediæ ſunt proportionales inter duas a b, b c, quod demonſtrandum erat.

Cæterum quoniam Plato certa & indubitata demonſtratione modum conſequi non potuit, quo rectæ lineæ ducerentur ab a, & c, pūctis in lineas b d, & b e, & ad ea puncta in quibus cum tertia linea eas coniungente, recti anguli efficerentur, mechanico ſaltē inſtrumēto quodam, opificioq; idem molitus eſt. Succu-



rrit igitur illi huiuſmodi inuentio. Conſtruatur ex dura quauis materia gnomon f g h, & excauetur alterum eius crus f g, canaliſque in eo fiat quadrata forma, cui cōmittatur regula k l, ſic vt moueri poſsit modò in f, & modò in g, ſemper tamen cruri g h, æquidiſtans. Ita enim ad rectos angulos adhærebit ipſi f g. Hoc autem cōmodius fiet, ſi eidem g h, alia regula h m, ad rectos angulos coaptetur, affigaturque, quæ item canalem habeat cui alterum caput regulæ K l, cōmittatur. Nā eo modo ipſa regula k l, neutiquam vacillabit, ſed recta ac vniformis mouebitur. His ita conſtructis, ſi inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionalis inuenire libeat, ipſis rectis lineis ad rectū angulum coniunctis inſtrumentum ſic coaptetur, vt latus cruris g h, contigat punctum c, & regula K l, attingat punctum a: angulus g, iaceat ſuper b e, & angulus K, ſuper b d. Regula igitur g h, poſitionem habebit c e, regula k l, poſitionem d a, & f g, poſitionem e d, Idcirco anguli ad d, & e, recti erunt & proinde ſicut a b, ad b d, ita b d, ad b e, & b e, ad b c.

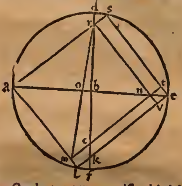
Hunc Platonis modum, & reliquorū quoque philoſophorum Eutocius Aſcalonita tradidit,

didit, ſuper ſecundo libro de ſphæra & Cylindro Archimedis, & Georgius valla in opere illo magno expetendorum ac fugiendorum. Nouiſsime autem vir eruditus Ioannes Verneius Norumbergenſis eos omnes modos multo lucidius enarrauit. Cæterum Orontius Finæus ſine vllo mechanico artificio, rectas lineas ducere conatur à punctis a, & c, in lineas b e, & b d, & ad ea ipſarum puncta d, & e, in quibus cum recta d e, eas coniungente recti anguli efficiuntur, quod Plato non potuit. Præterea ad Platonis imitationem gnomonem conſtruit, quo ipſos rectos angulos ad eadem puncta efficere poſsit, & proinde binas medias proportionales inuenire, & cætera quæ deinceps operæ pretium erit examinare.

Orontium Finæum hallucinatum eſſe circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum ſexti libri Euclidis. CAP. III.

Reprehenſio prima.

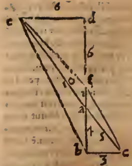
REpetita Orontij Finæi demonſtratione atque figuratione, vt apertius eam cõfutemus, verbũ verbo reſpondebimus. Igitur concedimus quadrilaterũ a l e s, parallelogrãmũ eſſe atq; rectãgulũ. Præterea fatemur bina triangula a o r, & m ò n, æquiangula eſſe, & proinde quæ circũ æquales angulos ſunt latera proportionalia, & ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtẽdũtur, velut quarta propõ. libri ſexti elementorum oſtendit. Et idcirco ſicut a o, ad o r, ſic n o, ad o m, ſimilis ergo rationis ſunt a o, & o n, atque r o, & o m, ipſorum triangulorum a o r, & m o n, latera. Nec dubitamus angulos qui ſub a o m, & n o r, continentur, æquales eſſe. Simul etiam cõfitemur triãgula a o m, & n o r, quæ vnũ angulum vni angulo ad verticem æqualẽ habẽt, & latera circum ipſos æquales angulos reciproce proportionalia, æqualia eſſe, quod ſecũda pars. 15. ſexti Euclidis demõſtrat. Cæterum quum infert, quoniam baſes a m & n r, in æqualib⁹ triãgulis a o m, & n o r, ęquales ſubtendunt angulos, ſimilis igitur coguntur eſſe rationis, hoc negamus cõſequi. Et quum addit, a o, & o n: nec non r o, & o m, ſimilis ſunt rationis, quoniam ſit vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m, Sane concedimus proportionalia eſſe & ſimilis rationis ipſa latera in ſimilibus triangulis a o r, & m o n: hoc enim iam fuerat oſtenſum. Sed ex hoc perperã colligit proportionalia eſſe triangulorum a o m, & n o r, la-



tera. Quod pro vero cum recepiſſet, deinde licuit inferre per quintam ſexti elementorum, ipſa triangula a o m, & n o r, æquiangula eſſe, & tandem concludere quadrilaterum a m n r, parallelogrãmum eſſe atque rectangulum: in quo multis modis culpandus eſt Orontius. Nã ſi modò oſtenderat triangula a o m, & n o r, latera habere reciprocè proportionalia a o, o m, & r o, o n, quoniam ſit vt a o, ad o r, ſic reciprocè n o, ad o m: quomõ ex templò in eiſdem triangulis eidem innixus fundamento, quod ſit videlicet ſicut a o, ad o r, ſic n o, ad o m, eadem latera colligit proportionalia eſſe, ſimiliſque rationis, & proinde ipſa triangula æquiangula eſſe atque ſimilia, quæ reciproca paulo ante demonſtrauerat? Quod ſi tam leui ſophiſmate capiebatur, bina triangula ſimilia a o r, & m o n, latera habent proportionalia a o, o r, & n o, o m circum æquales angulos qui ſub a o r, & m o n. Atqui eadẽ latera in duobus triangulis a o m, & n o r, æquales cõtinẽt angulos qui ſub a o m, & n o r, triangula ergo a o m, & n o r, latera proportionalia habent, circũ æquales angulos qui ſub a o m, & n o r, & ob id non modò reciproca ſunt, verum etiam ſimilia. Animaduertere debuiſſet, triangula a o m, & n o r, non poſſe reciproca eſſe ſimul atque ſimilia, niſi latera lateribus ęqualia eſſent, quod neq; aſſumpſerat, neq; probauerat. Sic igitur factam argumentationem

nem examinaſſet, diluiſſetque, & ab errore liberatus fuiſſet. Præterea cõtuendũ erat, ſi idcirco duo triangula a o m, & n o r, iudicanda forẽt ſimilia atq; æquiangula, propterea quòd bina quædã alia triangula a o r, & m o n, circa ſe habent ſimilia, cũ quibus videlicet latera cõmunia habent, quæ ad verticem æquales continent angulos, quum hoc item accidere neceſſe ſit omnibus triangulis, quorum duo anguli ſunt æquales, & latera eos continentia reciprocè proportionalia, iam igitur omnia triangula vnum angulum vni angulo æqualem habentia, & latera reciprocè proportionalia circa ipſos æquales angulos, non ſolũ forẽt æqualia, velut .15. ſexti elementorum demonſtrat, verum etiam ſimilia atque æquiangula, quod falſum eſſe demõſtrabimus. Secet enim linea quæcunque, vt a n, lineam r m, in pũcto o, (vt vtamur ea quæ iam deſcripta eſt figuratione) ponanturque ſub quacũque libuerit ratione proportionales, vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m, ſintq; ipſæ quatuor lineæ inæquales: & cõnectantur a m & n r, fient igitur triangula a o m, n o r, laterum reciproce proportionaliũ æqualia per 15. ſexti elementorum, cõnectantur a r, & m n, fient idcirco bina triãgula a o r, & m o n, æquiangula per ſextam eiuſdem ſexti, & laterũ proportionalium quæ circum æquales angulos, ſimilisque rationis quæ æqualibus angulis ſubtenduntur per quartam. Deinde ratiocinemur vt Orõtius, & eiſdem ſuis verbis vtamur: ſicut igitur a o, ad o r, ſic n o, ad o m: ſimilis ergo rationis ſunt, a o, & o n, atque ipſa r o, & o m, latera. Præterea cum ſit vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m, & qui ſub a o m, & n o r, continentur anguli ſunt per .15 primi elementorum æquales, triangula igitur a o m, & n o r, habent vnũ angulum vni angulo æqualẽ, & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia, æquum eſt itaque triangulum a o m, ipſi triangulo n o r, per .15. ſexti elementorum. Et quoniam baſes a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales ſubtẽdũt ãgulos, ſimilis igitur cogũtur eſſe rõnis. Atqui a o, & o n, nec nõ r o, et o m, ſimilis quoque ſunt rationis, eſt enim vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m: proportionalia itaque ſunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera, & proinde ipſa triangula ſunt inuicem æquiangula, & æquales habent angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur per quintam ſexti elemẽtorum. Angulus itaque a m o, ipſi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, eſt æqualis. Hactenus vt Orontius ratiocinati ſumus, ſed pergamus nos. Quoniam in duobus ipſis æquiangulis triãgulis a o m, & n o r, æqualis eſt angulus a m o, ipſi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, igitur per quartam ſexti vt a o, ad o n, ita m o, ad o r. At verò ex hypotheſi & permutata proportione ſicut a o, ad o n ita r o, ad o m, idcirco vt m o, ad o r, ſic r o, ad o m, per vndecimam quinti elementorum. Sũt autem ex hypotheſi inæquales m o, & o r. igitur m o, ipſa o r, ſimul eſt maior & minor quod eſt impoſſibile. Fallax eſt idcirco Orontij ſyllogiſmus. Adde quod duo triangula a o m, n o r, quum reciproca ſint, æqualia erunt, ſed ſi ſimilia ſunt & latera vnius lateribus alterius ſunt inæqualia, inæqualia erunt eadem triangula, eſt enim eorum ratio duplex quã ſimilis rationis latera per .19. ſexti. Orontius autem illo ſuo ſillogiſmo nihil minus probare conatur, eadem triangula ſimilia eſſe, ſimul atque reciproca, cum latera ſunt inæqualia, quam cum ſunt æqualia, nam ſi vnum concluderet, & alterum etiam concluderet. Atqui non ſũt ſimul æqualia ac inæqualia ipſa triangula: non ſunt igitur ſimilia ſed reciproca tantum. Et propterea inſpicienda erat habitudo laterum proportionalium, ſe ſe inuicem ſecantium, vt a n, & r m. Nam ſi in duobus triangulis a o r, & m o n, ſicut a o, ad o r, ita foret ipſius m o, ad o n, tunc profectò duo triangula a o m, & n o r, æquiangula haberentur atque ſimilia, non autem reciproca, eſſent enim duo latera a o, & o m, duobus o r, & o n, proportionalia. Cæterum hoc Orontius neque aſſumpſit, neque aſſumere debuit, propterea quòd in ipſis duobus triangulis a o r, & m o n, angulus a r m, alterno r m n, eſt æqualis, & reliquus n a r, reliquo a n m. æqualis. Similis ergo rationis latera ſunt quæ æqualibus angulis ſubtenduntur, vt a o, ad o r, ſic n o, ad o m, non igitur ſicut a o, ad o r, ita m o, ad o n. Quapropter reciproca oſtenduntur triangula a o m, & n o r, non ſimilia. Hanc autem ſimilium triangulorum & reciprocorum diſſentientem naturam ac legem exemplo quopiam manifeſtius explicabimus, vbi triangulorum latera, lineæ fuerint rationales. Deſcribatur rectangulum triangulum a b c, rectum habens angulum, qui ad b, latus a b ſit .4. pedum, b c, trium: idcirco a c, erit quinq; pedum per .47. propoſitionem primi elementorum. Producatur a b, vſque ad d, ſitque

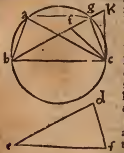
a d,



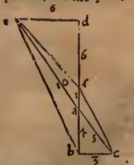
a d, octo pedũ, & à pũcto d, recta linea excitetur d e, rectũ faciẽs angulũ cũ ipſa a d, & producatur c a, donec concurrat cum d e, in puncto e. Quoniam anguli ad b, & d, recti ſunt, & qui ad verticem ſunt æquales, æquiãgula igitur ſunt triangula a b c, a d e, per. 32. propoſitionẽ primi elementorum. idcirco ſimilia ſunt & latera habẽt proportionalia per quartã ſexti. Erit igitur d e, ſex pedũ, & a e, decẽ, Secetur autẽ à linea a d, pars a f, duorũ pedũ, & cõnectãtur c f, e f. Duorũ itaq; triãgulorũ a b c, a f e, reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos b a c, e a f. Nã ſicut a b. 4. ad a f, 2. ita a e, 10. ad a c. 5. Idcirco æqualia ſũt ipſa a b c, & a f e, triangula per. 15. propoſitionẽ ſexti, ſed latera proportionalia nõ habẽt, neq; æquiãgula ſunt. Etenim angulus e f a, maior eſt interiore e d f, per 16. propoſitionẽ primi elementorũ, & maior igitur angulo c b a, reliquus vero a e f, minor eſt angulo a c d, & minor igitur angulo a c b, per cõmunem ſententiam. Nõ ſunt igitur æquiangula, triangula a b c, & a f e, neq; latera habẽt proportionalia. Si enim latera habẽt proportionalia, æquiangula ſunt per quintã ſexti atqui æquiangula nõ ſunt, idcirco neq; latera habent proportionalia. Cõnectantur autẽ e b, & c f, bina igitur cõſtituta erũt triangula a b e, & a c f, ſimilia. Equidẽ ſicut a b, ad a f, ita a e, ad a c, & permutatim ſicut a b, ad a e, ita a f, ad a c. Quapropter proportionalia ſũt a b, & a e, latera ipſis a f, & a c, anguli autem b a e, & c a f, ipſis proportionalib⁹ laterib⁹ cõtẽti ſũt æquales per. 15. primi elemẽtorũ, æquiangula ſunt igitur triãgula a b e, & a c f, per ſextã ſexti, & latera habẽt proportionalia quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtẽdũtur. Ita demũ bina latera a b, a e, triãguli a b e, proportionalia oſtẽſa ſũt binis laterib⁹ a f, a c, triãguli a c f, nõ reciprocè proportionalia: ſed duo latera a f, a e trianguli a f e, reciprocè proportionalia ſunt duob⁹ a b, b c, trianguli a b c, nõ tamen ſimpliciter dicũtur proportionalia. Latera enim figurarũ proportionalia dicũtur apud Euclidẽ quãdo eadẽ eſt ratio inter latera vnius figuræ, quæ inter latera alterius: & ob id ſi permutetur proportio, ambo termini antecedẽtes ſunt in vna earũ, & ambo termini cõſequẽtes in altera. Vt in duobus triãgulis a b e, & a c f, duo latera a b, & a e, ipſis a f, & a c, proportionalia dicũtur, quoniã in triangulo a b e, ſicut a b, ad a e ita a f, ad a c, in triangulo a c f. Et propterea ſi permutemus, ãbo antecedẽtes erũt in vno triãgulo, & ambo cõſequẽtes in altero: ſicut enim a b, ad a f, ita a e, ad a c. Itaq; a b & a e, fiũt antecedẽtes, ſed a f, & a c, cõſequẽtes. Reciprocè vero proportionalia latera figurarũ dicuntur, quando in vtraq; figura alterũ latus eſt antecedẽs, & alterũ conſequẽs, & reciprocè referũtur vnius figuræ antecedẽs ad alterius figuræ conſequens. Vbi igitur duo latera duobus lateribus æqualia fuerint, non ſolum dicentur proportionalia, ſed etiam reciprocè proportionalia: ſed ſi fuerint inęqualia, fieri nullo modo poterit vt ſimul ſint proportionalia & reciprocè proportionalia, vt paulò ante demõſtrauimus. Sed cũ hallucinetur Orontius omnia hæc cõfundit, & falſa theoremata pro veris, dubia pro certis enũciat. Id genus eſt illud eius pronũciatũ, ſine vlla probatione poſitum. Et quoniam baſes a m, & n t, in æqualibus triangulis æquales ſubtendunt angulos, ſimilis igitur cogũtur eſſe rationis. Itaque ſentire videtur, quod ſi in duobus æqualibus triangulis vnus angulus vni angulo æqualis fuerit, ea latera quæ ipſos æquales angulos ſubtendunt, & reliqua latera in eadem erunt ratione. Aliter enim intelligi non poteſt quomodo baſes duorum triangulorum ſimilis rationis dicantur, niſi ſaltem duo reliquorum laterum in eadem ſint ratione ipſarũ baſiũ. Sed ſi ita velit eſſe in vniuerſũ, planè decipitur. Tũc enim baſes proportionales erũt alijs eorũdẽ triangulorũ laterib⁹, cũ æquales inuicẽ fuerint, quinimo & reliqua latera reliquis laterib⁹ ęqualia erũt, ſed ſi inęquales ſupponãtur baſes, neceſſe nõ eſt latera laterib⁹ ĩ eadẽ rõne eſſe.

Sint enim duo triangula a b c, & d e f, æqualia, quorum duo anguli b a c, & e d f, æquales ſupponantur, & baſes etiam b c, & e f, æquales angulos ſubtendentes, dentur æquales. Dico duo reliqua latera trianguli a b c, duobus reliquis lateribus triãguli d e f, æqualia eſſe, & proinde latera vnius trianguli lateribus alterius in eadem baſium ratione nempe æqualitatis eſſe.

Circa triangulum enim a b c, circulus deſcribatur per quintam propoſitionem quarti elementorum Euclidis, & ex tribus rectis lineis quæ ſint lateribus trianguli d e f, æquales, ſuper linea b c, quæ vni earum eſt æqualis triangulum conſtruatur ad partes b a c, per.22. propoſitionē primi libri. Neceſſe eſt igitur conſtructum triangulum in eodē circulo deſcriptū eſſe. Nam ſi non, cum duo eiꝰ anguli ſint ad b, & c, pūcta, aut reliquus igitur



angulus non attingit ipſius circuli circunferētiam, aut prætergredietur eandem. Si non attingit, ſit igitur huiuſmodi triangulum b f c, duo itaque anguli e d f, & c f b, æquales erunt per octauam primi. Atqui angulus b a c, ipſi angulo e d f, æqualis eſt ex hypotheſi: igitur duo anguli b a c, & c f b, ſibi inuicem ſunt æquales per cōmunem ſententiam. Producatur recta b f, donec attingat deſcripti circuli circunferētiā in puncto g, & cōnectatur c g, duo igitur anguli b a c, & b g c, qui in eodem ſegmento ſunt b a g c, ſibi inuicem ſunt æquales, per. 21. propoſitionē tertij libri. Id propterea æquales ſunt duo anguli c f b, & b g c, per cōmunē ſententiam, ſed angulus c f b, cum ſit exterior, maior eſt interiore atq; oppoſito b g c, trianguli c f g, igitur impoſsibile. Iam verò ſi dicatur ex tribus rectis lineis, quæ lateribus triāguli d e f, ſunt æquales conſtructū triangulū pertranſire circuli circunferentiā, ſit igitur huiuſmodi triangulū b K c, ſecetq; latus b K, ipſā circuli circūferentiā in g, idcirco cōnexa g c, oſtēdemus eodē modo angulū b a c, æqualē eſſe angulo k, & eidē angulo k, angulū c g b, æqualē eſſe per cōmunē ſentētiā: & quoniā ipſe angulus c g b, exterior eſt, & K, oppoſitus atq; interior in triangulo g c k, erit iccitco maiot atque æqualis quod eſt impoſsibile. Quapropter neceſſe eſt conſtructū triangulū in eodē deſcripto circulo inſcriptū eſſe. Sit itaq; cōſtructū triangulū ipſi circulo inſcriptū b g c, & cōnectatur a g, igitur ipſū triangulū b g c, triāgulo d e f, æquū eſt per octauā & quartā primi elemētorū. At vero triangulū a b c, eidē triangulo d e f, æquū eſt ex hypotheſi, iccirco æqualia ſunt duo triangula a b c, & b g c, per cōmunē ſententiā. Et quoniā in eadē ſunt baſi b c, propterea parallelæ ſunt a g, & b c, rectę lineę per.39. eiuſdē primi libri. Angulus igitur a g b, coalterno g b c, per. 29. propoſitionē eiuſdē primi elemētorū eſt æqualis. Atqui idē angulus a g b, æqualis eſt angulo a c b, per.21. propoſitionē tertij, cōſiſtūt enim in eadē circūferentia a g c b, duo iccirco anguli g b c, & a c b, æquales ſunt per cōmunē ſententiam: duæ igitur circūferentiæ a b & g c, æquales ſūt per.29. tertij: & recta a b, rectæ g c, æqualis eſt per,29. Addita igitur circūferentia a g, duabus æqualibus circūferentijs a b, & g c, duæ idcirco circūferētiæ b a g, & a g c, æquales erūt per cōmunē ſententiā: & propterea rectè lineæ b g, & a c, æquales erunt per ipſā.29. tertij elemētorū. Itaq; æquilaterū eſt triangulū a b c, triangulo b g c, eſt etiā triangulū d e f, æquilaterū eidē triangulo b g c, æquilaterū eſt igitur triangulū a b c, triangulo d e f: & propterea latera vnius lateribus alterius in tōne æqualitatis proportionalia ſunt, quēadmodū & baſes, quod primò demōſtrandū erat. Sed hoc in vniuerſū accidere quibuſcūq; triāgulis æqualibus vnūq; angulū vni angulo æqualē habētibus, neceſſe non eſt. Nā in ante ſcripta figuratione duo triangula a b c, & a f e, æqualia ſunt, baſes tamen b c, & e f, æquales ſubtēdētes angulos qui ad a, in eadē ratione laterū non ſunt. Eſt enim ſicut d e, ad b c, ita d a, ad a b, ob ſimilitudinē triāgulorū a d e, & a b c. Atqui d a, ad a b, maiorē rationē habet quā a f, ad a b per octauam quinti. igitur d e, ad b c, maiorē habet rationē quā a f, ad a b, per.13. propoſitionē eiuſdē quinti libri. Præterea cū per.19. propoſitionē primi maior



ſit e f, ipſa d e, maiorē idcirco rationē habebit e f, ad b c, quàm d e, ad eandem b c, per octauam quinti. Habuit autem d e, ad b c, maiorem rationem quàm a f, ad a b, igitur multo

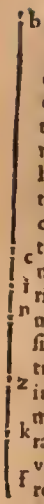
maiorem

maiorem rationem habebit e f, ad b c, quàm a f, ad a b, per artem demonſtrandi duodecimam. Et propterea ipſæ baſes e f, & b c, æqualium triangulorum a f e, & a b c, in eadem ratione non ſunt ipſorum laterum a f, & a b. Similiter demonſtrabitur eaſdem baſes atque duo latera e a, & a c, in eadem ratione non eſſe. Maiorem enim rationem habet e f, ad b c, quàm d e, ad b c: eſt autem ſicut d e, ad b c, ſic e a, ad a c, ob ſimilitudinem triangulorũ a d e, a b c: igitur e f, ad b c, maiorem habebit rationem quam e a, ad a c, quod demonſtrandum erat. Et multo facilius eadem demonſtrari poſſunt demonſtratione ducente ad incōmodum. Nam ſi eſt vt e f, ad b c, ita a f, ad a b, igitur permutatim ſicut e f, ad a f, ſic b c, ad a b. Atqui vterque duorum angulorum a e f, & b c a, minor eſt recto, & æquales ſunt anguli qui ad a, igitur æquiangula ſunt ipſa triangula a b c, & a f e, per ſeptimam ſexti: ſed demōſtratum eſt æquiangula non eſſe, idcirco impoſsibile. Item ſi ſit ſicut b c, ad e f, ita a c, ad a e, igitur permutatim ſicut b c, ad a c, ſic e f, ad a e: & quoniam vterque duorum angulorum c b a, & e f a, recto minor non eſt, æquiangula idcirco erunt per eandem ſeptimam ſexti ipſa triangula a b c, & a f e, quod eſt abſurdum. Et propterea æqualium triangulorum baſes, non continuò ſi angulos ſubtendāt æquales, ſimilis erunt rationis. Sed Orontius putauit quòd ſimilis cogerentur eſſe rationis, & idcirco concludit per. 5. ſexti triangula a o m, & n o r, æquiangula eſſe & æquales habere angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, nempe angulum a m o, ipſi o r n, æqualem eſſe, atque reliquum m a o, reliquo o n r. Ex his itaque concludere poſſumus Orontij ſyllogiſmum non demonſtrationem, ſed meram eſſe hallucinationem: & proinde circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum ſexti libri Euclidis erraſſe, velut oſtendendum ſuſceperamus.

☞ *Orontium Finæum erraſſe circa inuētionem duarum mediarum proportionaliũ, ob imperitiam artis demonſtrādi.* CAP. IIII.

Reprehenſio ſecunda.

SED ob id acrius etiam obiurgandus eſt Orōtius, quòd ſi iam ex Ariſtotelis libris demonſtrandi artē non didicerat, nihilominus ex vſu quotidiano cum demonſtrationes ex librorum Euclidis à Theone & Campano mutuaretur, eandem artem conſequi poterat. In his enim nulla principia ſumuntur, quæ non deſtinentur in concluſionem, nihil conſtruitur quod non deſeruiat demonſtrationi. At Orontius multo aliter. Inueſtigaturus enim inter datas duas lineas binas medias proportionales, diuiſit primò exceſſum maioris ſupra minorem per extremam ac mediam rationem, maius deinde ſegmentum minori duarum propoſitarum adiecit, & compoſitam lineam ſecundam proportionalē conſtituit, cũ huiuſmodi tamen diuiſionis in tota ſua demōſtratione, nullā præterea mentionē facturus eſſet. Quid igitur opus erat illa diuiſione, ſi eam non amplius in probatione cōmemoraturus erat? Aut quomodo ex ea medias proportionales elicit, ſi non propterea quòd exceſſus ille ita diuiſus fuerit, aut ipſa demōſtrationis cōcluſio, aut intermedia aliqua propoſitio ad eam inferendam colligatur? Quapropter ſi non probatur cōcluſio per eā diuiſionē, neq; refertur in eam, neq; itē cum ea vllum habet reſponſum, nihil minus præſtiterit ad medias proportionales inueniēdas, diſſerētiam maioris atq; minoris in quaslibet partes ſiue æquales ſiue inæquales ſecare, quā per extremā ac mediā rationē. Adhuc enim licitū foret per notā diuiſionis atq; quadrantis finē, rectā quandā lineam ducere, & huic aliā æquidiſtantē per minoris lineæ extremū, & reliqua cōſtruere velut Orontius fecit. Et proinde nihil magis infringeretur demōſtratio, aut infirmaretur, quā ſi modo illo ſuo cōficeretur: quin imo idē relinqueretur modus, eadēq; methodꝰ ſi modò methodus appellāda ſit falſa illa, ſed parũ fallax argumētatio. Innumera igitur atq; diuerſa inæqualiaq; bina media proportionalia, inter datas duas lineas collocare, quod eſt abſurdum. Et propterea manifeſto liquet argumento, erraſſe Orontium circa inuentionem mediarum proportionalium, ob ignorantiam artis demonſtrandi, quod oſtendendum ſuſcæperamus. Abſurdi explicatio facilis eſt. Inter duas lineas rectas b f, & b c, iuxta Orontij traditionem binæ mediæ proportionales ſunt b K, & b n. Sed diuidamus nos differentiam c f, non per extremam ac mediam ratio-

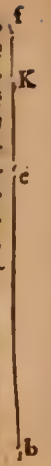


rationem, ſed in partes æquales e z, & z f, & conſtruatur deinde figura ad eius imitationē: ducatur enim recta linea per punctum z, & quadrantis finem vbi eſt e, atque ei æquidiſtans agitur per c, recta quædam linea quæ ſemidiametrum b e, neceſſariò ſecabit, & æqualis abciſſæ ponatur b i, & reliqua deinceps cõſtruantur: atque valeat Orontij ratiocinatio ad oſtendendum b K, & b n, medias eſſe proportionales inter b f, & b c. Igitur valebit vt demonſtremus b z, & b i, medias quoque proportionales inter eaſdem haberi, nihil enim immutamus quod demonſtrationem variare poſſit. Nam ſiue diuidatur differentia f c, per extremam ac mediam rationem in puncto k, ſiue in partes duas æquales in z, oſtēdetur nihilominus quadrilaterum circulo inſcriptum parallelogrāmum ac rectangulum eſſe. Deinde verò ex ſimilibus triangulis, eadem prorſus arte qua vſus eſt Orontius duæ rectæ lineæ b z, & b i mediæ proportionales demonſtrabuntur inter ipſas b f, & b c. Hoc autem abſurdum eſſe in hunc modum oſtendemus. Habet enim b f, ad b z, maiorem rationem quàm eadem b f, ad b K, per octauam quinti elementorum Euclidis: atqui ſicut b f, ad b z, ſic b z ad b i, & ſicut b z, ad b i, ſic b i, ad b c: ſicut autem b f, ad b k, ita b k, ad b n, & ſicut b K, ad b n, ſic b n, ad b c. Igitur maiorē rationem habet b i, ad b c, quàm b n, ad b c, per duodecimam propoſitionem quinti eorundem elemētorum. Et propterea maior erit b i, ipſa b n, per decimam propoſitionem eiuſdē quinti, pars ſuo toto quod eſt impoſsibile.

Euidenti ac neceſſaria ratione concludi, eas duas rectas lineas, quas Orontius Finæus medias proportionales conſtituit, veras non eſſe: ſed alteram ſuperare iuſtam magnitudinē, alteram non implere.

CAP. V. Reprehenſio tertia.

SIT a b, vel ei æqualis b f, latus quadrati circa oblatum circulum deſcripti: b c, latus quadrati in eodem circulo deſcripti. Et diuidatur c f, harum duarum linearū differentia, per extremam ac mediam rationem, ſitq; maius ſegmentum c K. Affirmat Orontius ſi ponamus b f, primā quatuor linearum continuè proportionaliū, & b c, quartam, lineam b K, ſecundam eſſe proportionalem, primam vè duarum mediarum. Nos tamen euidēti ratione, per rationales quātitates oſtendemus, ipſam b k, minorem eſſe ſecūda linea proportionali. Linea enim a b, latus quadrati circa oblatum circulum deſcripti, diametro eiuſdē circuli æqualis eſt: & proinde diametro inſcripti quadrati æqualis: igitur ſicut diameter inſcripti quadrati ad latus eiuſdem quadrati, ſic a b, aut b f, ad b c: eſt autem ea ratio dimidium rationis duplæ. Ponamus igitur c f, differentiam diametri & lateris eiuſdē quadrati eſſe 4: erit idcirco b f, 8. p̄ ℞ 32 & erit b k 2. p̄ ℞ 20. p̄ ℞ 32. Et quoniā 5 $\frac{21}{32}$ minor eſt radice numeri 32, cùm ſit ℞ 31 $\frac{1017}{1024}$ erit idcirco 13 $\frac{21}{32}$ minor ipſa b f, prima linea. At vero 4 $\frac{9}{19}$ eſt ℞ 20 $\frac{5}{361}$ erit igitur 4 $\frac{9}{19}$ paulo maior radice numeri 20. Præterea 5 $\frac{23}{35}$ eſt ℞ 32 $\frac{4}{1225}$ maior idcirco eſt 5 $\frac{23}{35}$ radice numeri 32. Coaceruētur hi numeri 2. 5 $\frac{23}{35}$ 4 $\frac{9}{19}$ eritque eorum ſumma 12 $\frac{87}{665}$ maior igitur quam b K. Quapropter b f, ad b k maiorē habet rationem quam 13 $\frac{21}{32}$ ad 12 $\frac{87}{665}$ Reducantur 13 $\frac{21}{32}$ & 12 $\frac{87}{665}$ ad vnā andēq; denominationē: igitur ſicut 13 $\frac{21}{32}$, ad 12 $\frac{87}{665}$ ita 290605 ad 258144. Et proinde b f, ad b k, maiorē habet rationē quā 290605: ad 258144. Horū numerorū cubi ſũt. 24541960163795125 & 17202283700649984. quorum ratio maior eſt ratione 17, ad 12. Atqui 17, ad 12 maiorem habet rationē dimidio rationis duplæ, cum ſint eorum quadrata 299. & 144. in maiori ratione quàm dupla, cubi igitur ad cubū ratio multo maior eſt dimidio rationis duplæ: & proinde cub⁹ ad cubū maiorē habet rationem quā b f, ad b c. Habet autē cub⁹ ad cubū triplā rationē quam lat⁹ ad latus: habet etiā linea b f, ad lineam b c, triplam rationē quàm eadem b f, ad ſecundam proportionalem: cuborum igitur latera in maiori ſunt ratione quàm linea



b f

b ſ,& ſecunda proportionalis. Atqui demonſtratum eſt b ſ, ad b K, maiorem habere rationem quàm latus cubi maioris ad latus cubi minoris, & maiorem igitur rationem habebit b ſ, ad b K, quàm eadem b ſ, ad ſecundam proportionalem. Quapropter maior erit ſecunda pro-



portionalis ipſa b k. Item quoniam quatuor magnitudinum proportionalium ſicut prima ad ſecundam, ſic tertia ad quartam, idcirco per permutatam proportionē ſicut prima ad ter-

c ſ,4, eius dimidium.2
Eorum quadrata 16. &. 4.

Erit igitur c k, ℞ 20 m̄ 2.
Auferatur ℞ 20 m̄ 2, à 4.
Relinquetur ſ k, 6 m̄ ℞ 20.

Sit b ſ 2.
Erit igitur b c ℞ 2.
c ſ, vero 2 m̄ ℞ 2.

2 m̄ ℞ 2. 2. | 4.
8.

2 m̄ ℞ 2.
×
2 p̄ ℞ 2. communis multiplicator
4 m̄ 2. Duæ enim aliæ multiplicationes tranſuerſæ ſe ſe interimunt.
Igitur diuiſor eſt 2.
8.
2 p̄ ℞ 2.
16 p ℞ 1 2 8, diuidēd⁹. Igitur 8 p̄ ℞ 32, quart⁹ t[illegible]

tiam, ita ſecunda ad quartam: eſt autem b c, quarta linea proportionalis: & b e, æqualis eſt primæ: igitur ſicut ſecunda linea proportionalis ad b c, quartam: ita b e, ad tertiam. Atqui maior oſtēſa eſt ſecunda proportionalis quàm b K, propterea maiorem habebit rationem ſecunda proportionalis ad b c, quartam quàm b k, ad eandem b c: & maiorem igitur rationē habebit b e, ad tertiam, quàm b k, ad b c. At vero ſicut b K, ad b c, ſic b e, ad b n, ob ſimilitudinem triāgulorum k b e, & b c n: ergo maiorem rationem habebit b e, ad tertiam, quàm eadem b e, ad b n: quapropter minor erit tertia linea proportionalis ipſa b n. Itaque ſicut b k, non implet iuſtam magnitudinem ſecundę, ſic b n, ſuperat tertiam, quod demonſtrandum ſuſcepimus. Subijcitur autem modus quo vſi ſumus ad oſtendēdū b ſ, ad b K, & 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, in eadem eſſe ratione. Reliqua verò facilia ſunt atque in promptu ijs qui in elementis verſati ſunt.

Sit b ſ, diameter quadrati, & b c, latus eiuſdē: excesſus autem c ſ, diuidatur in puncto k, per extremam ac mediam rationē: ſitque c K, maius ſegmentum, & ſ K, minus. Dico quòd ſicut b ſ, ad b K, ſic 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32.

Poſitio prima.

¶ Ponatur enim primò c ſ, 4. ęqualium partium, igitur eius dimidium 2. Duo igitur quadrata, videlicet totius c ſ, & eius dimidij collecta, erunt 20. Idcirco c K, maius ſegmentum erit ℞ 20 m̄ 2. Quapropter ſ K, minus ſegmentum relinquitur 6 m̄ ℞ 20.

Poſitio ſecunda.

¶ Sed ponatur tota b ſ, 2, erit igitur b c latus eiuſdem quadrati ℞ 2, cum ſit medium proportionale inter 2 & 1. Auferatur ℞ 2, à 2. relinquetur excesſus c ſ, 2 m̄ ℞ 2.

¶ Nunc verò quoniam qualium partium eſt ſ c, 2 m̄ ℞ 2, talium eſt b ſ, 2. igitur qualium eſt eadem ſ c 4, talium inuenta erit ipſa b ſ. 8 p̄ ℞ 32, per cōmune documentum quatuor quantitatū proportionaliū. Ducto enī 4, tertio termino proportionis in 2, ſecundum terminum, fient 8: deinde diuiſo 8, per 2 m̄ ℞. 2, primum terminū, venient ex partitione 8 p̄ ℞ 32, quartus proportionis terminus.

¶ Itaq; qualium partium eſt c f, 4, talium eſt b f. 8 p̄ ℞ 32: & quoniã qualiũ eſt c f 4. taliũ eſt f K 6 m̄ ℞ 20, auferemus igitur 6 m̄ ℞ 20, ab 8 p̄ ℞ 32, & relinquetur b K. 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32. Igitur ſicut b f, ad b k, ſic 8. p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, quod erat oſtendendum.

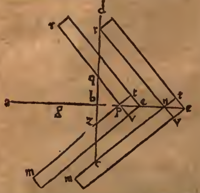
¶ Quod maior cubus ad minorem, maiorē habeat rationem quam 17: ad 12, non dubitabis, ſi ipſum cubum maiorem multiplicaueris in 12, & productum diuiſeris per 17. Venient enim ex partitione. 173237 3658578 4794 $\frac{2}{17}$ Idcirco ſicut 17, ad 12, ſic maior cubus ad hũc numerũ, q ex partitione prouenit. Atqui excedit idē numerus cubũ minorē: igitur cub⁹ maior ad minorē maiorē habebit rationē quàm 17. ad 12.

Orontij Finæi inſtrumentum non veras indicare medias proportionales.

CAP. VI.

Reprehenſio quarta.

EX prædictis facile conſtabit gnomonicum inſtrumentum Orontij Finæi, veras medias proportionales præſtare non poſſe. Eſto enim conſtructus gnomon ipſe r e m: & oſterantur duæ rectæ lineæ g b, b z, ad rectũ angulum



g b z, coniunctæ, quarũ maior g b, ſit latus quadrati circa circulũ quendam deſcripti. & b z, minor ſit latus quadrati in eodem circulo deſcripti: oporteatq; inter ipſas g b, & b z, binas medias continue proportionales hoc gnomonico inſtrumento inuenire. Igitur velut Orō-

b f, 8 p̄ ℞ 32.
Auferatur f k, 6 m̄ ℞ 20
Relinquetur b k,
2 p̄ ℞ 20 p̄ ℞ 32.

tius docet, eo modo coaptetur inſtrumentũ, vt diagonalis linea e n, in directũ ipſius b e, hoc eſt longioris productæ ad amuſsim collocetur: cogaturque interius gnomonis latus n m, venire in punctum z, minoris lineæ b z, limitē, immota ſemper e n, ab eiuſdem b e, rectitudine. Tunc enim ſecundum Orontij doctrinam, reliquum & interius gnomonis latus r n, poſitionem habebit r p, & ex minore linea producta lineam ſecabit b q, ſecundam proportionalem: interior autem gnomonis angulus tertiam proportionalem b p, indicabit.

Sed nos hæc falſa eſſe demonſtrabimus in hunc modum. Sint enim inter a b, & b c, inuentæ b r, & b n, in ea figuratione ex qua conſtructus gnomon deductus eſt: recta igitur linea b e, in rectas incidens p q, & n r, æquos angulos facit q p e, interiorem, & r n e, exteriorem. Igitur parallela eſt p q, ipſi r n: & idcirco æquiangula ſimiliaque ſunt triangula b p q, & b n r. Similiter æquiangula ſunt atque ſimilia bina triangula b p z, & b n c: quapropter ſicut b r, ad b n, ſic b q, ad b p: & ſicut b n, ad b c, ſic b p, ad b z. Eſt autem ex hypotheſi linea b r, æqualis lineæ b K, in prædicta figuratione: non attingit autem ipſa b k, iuſtam magnitudinem ſecundæ proportionalis, ſed b n, ſuperat tertiam: idcirco multò minorem rationem habet b r, ad b n, quàm vera ſecunda proportionalis ad veram tertiam. Et propterea maiorem rationem habebit b n, ad b c, quàm vera tertia ad b c, quartam: & maiorem item rationem habebit a b, prima ad b r, quàm eadem a b, ad veram ſecundam. Quoniam verò a b, ad b c, & g b, ad b z, in eadem ſunt ratione: vtraq; enim dimidium rationis duplæ, diametri videlicet ad latus eiuſdem quadrati: idcirco non ſunt b q, & b p, mediæ proportionales inter ipſas g b, & b z. Quin potius b q, ad b p, minorem habet rationem, quàm vera ſecunda ad veram tertiam, & g b, ad b q, maiorem quam prima ad veram ſecundam, & b p, ad b z, item maiorem habet rationem, quàm uera tertia ad b z, quartam. Non poteſt itaque Orontij inſtrumentũ, inter latera duorum quadratorũ binas medias proportionales præſ-

præſtare, quod demonſtrandum ſuſcæpimus.

Aduertendum eſt autem multum intereſſe inter Platonis inſtrumentum & Orontij gnomonem. Nam per Platonis inſtrumentum, in vniuerſum inter duas quaſcunque rectas lineas binæ mediæ proportionales inueniuntur, quamuis nulla præceſſerit inuentio mediarum proportionalium inter duas alias eiuſdem rationis lineas. Sed ſi per Orontij gnomonem inter datas duas linas, binas medias proportionales comperire velis, præmittendi eſt certiſsima inuentio duarum proportionalium inter alias eiuſdem rationis. Tunc verò poteris inter quaſcunque duas conſimimilis rationis, binas medias proportionales inuenire, alioqui non. Non poteſt enim gnomonicum illud inſtrumentum rectè conſtrui, niſi duæ mediæ continue proportionales inter aliquas eiuſdem rationis lineas inuentæ fuerint, quod Orontius non eſt conſequutus. Sed ſi iam conſequutus eſſet, præſtaret tamen per 12. propoſitionem ſexti libri Euclidis quæſtioni ſatiſfacere, aut generali inſtrumento Platonis vti, quam quocunque alio particulari. Ex hoc autem cognoſces ſolum gnomonem non ſufficere, ad binas medias proportionales inter datas duas lineas in vniuerſum capiendas, etiam ſi rectè fabricaretur. Nam ſi proponas tibi inter duas a b, & b c, inuentas eſſe duas medias b r, & b n, & deinde variaueris a b, iamque conſtituas g b, primam duarum propoſitarum, atque inueſtiges inter g b, & b c, duas medias proportionales, non alias denno indicabit gnomon, quam ipſas b r, & b n, quæ inter a b, & b c, inuentæ fuerant, quod eſt abſurdum.

Orontium Finæum in vniuerſum erraſſe circa inuentionem duarum mediarum proportionalium inter datas duas lineas, quarum minor dimidium maioris ſuperat. CAP. VII.

Reprehenſio quinta.

IAM verò neq; video quomodo ſit excuſandus Orontius, qui vel putat omnes lineas quarum minor dimidium maioris ſuperat, incōmenſurabiles eſſe, aut quænam dicantur cōmenſurabiles, & quænam incōmenſurabiles ignorat. Nam de cæteris lineis rectis inquit, quod quanuis latera quadratorum non ſint, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum deſcribitur, ſi tamen minor earum dimidium maioris ſuperauerit, poterunt nihilominus inter ipſas, eadem arte qua vſus eſt, binæ mediæ proportionales ſub continua proportione inueniri. In quo etiam vehementer erraſſe oſtendemus. Proponantur enim duæ rectæ lineæ b f, & b c, inter quas oporteat binas medias proportionales ſub continua proportione inuenire. Sitque earum maior b f, pedum 125. minor vero 64. ſic igitur minor dimidium maioris ſuperabit. Diuidatur exceſſus c f. per extremam ac mediam rationem, maius ſegmentum ſit c K, minus verò k f. Itaque iuxta Orōtij præceptum de cæteris lineis rectis, erit recta b K, ſecunda proportionalis: quod per principia euidentiſsima falſum eſſe demonſtrabimus. Etenim binæ magnitudines b f, & b c, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum: cōmenſurabiles igitur ſunt ipſæ magnitudines b f, & b c, per ſextam propoſitionem decimi elementorum Euclidis, quapropter & b c, ipſi c f, cōmenſurabilis erit per 15. propoſitionem eiuſdem decimi libri. Hoc etiam liquidiſsime conſtat detracto numero 64. à 125. relinquetur enim c f, 61. Atqui c f, & c K, adinuicem rationem non habent quàm numerus ad numerum, velut oſtenſum eſt à Campano ſuper 16. noni libri elementorum, & quod etiam liquet ex ſexta decimitertij, incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ c f, & c K per octauam propoſitionem decimi. Erant autem commenſurabiles b c, & c f: idcirco b c, & c k, incommenſurabiles ſunt per decimam tertiam propoſitionem eiuſdem decimi libri, aut per lēma duodecimæ, tota igitur b k, ipſi b c, erit incōmenſurabilis per decimam ſextam eiuſdem decimi: & b f, etiam eidem b k, incōmenſurabilis per decimam tertiam. Quapropter ſi b f primi, incōmenſurabilis eſt b k, ſecundæ, erit b K, ſecunda incōmenſurabilis tertiæ, & tertia quoque incommenſurabilis b c, quartæ. Sed eſt b f, 125. & ſecunda proportionalis 100, tertia vero 80, & quarta b c 64. igitur cōmenſurabiles ſunt per ſextam propoſitionem decimi, non autem incommenſurabiles. Itaque falſum eſt Orontij præceptum, de inuentione duarum mediarum continuè proportionalium, inter duas datas lineas quarum



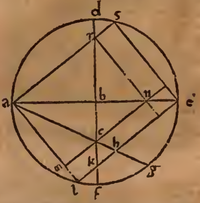
rum minor dimidium maioris ſuperat, Quoniam verò cum latera cuborum rationem habent ſeſquiquartam, cuborum ratio minor eſt dupla, eſt autem ratio ſeſqui quinta minor ſeſquiquarta, & ſeſquiſexta minor ſeſquiquinta, & reliquæ deinceps rationes ſuper particulares minores ſunt, reliquorum igitur cuborum ratio quorum latera rationem habent ſuper particularem ſeſquiquarta minorem, multò minor erit dupla. Minor igitur eorum cuborum numerorum, quorum latera rationem habuerint ſuperparticularem ſeſquiquarta minorē, dimidium maioris ſuperabit, cadentque inter ipſos cubos numeros duo medij continuè proportionales numeri, per duodecimam propoſitionem octaui libri elementorum. Et propterea ſi ponamus duas lineas b f, & b c, rationem habere duorum quorumcunque numerorum cuborum, quorum latera rationem habent ſuperparticularem ſeſquiquarta minorem, cadent inter b f, & b c, duæ mediæ proportionales, ipſæque quatuor lineæ cōmenſurabiles erunt. Sed Orontius cogetur concedere eas eſſe incommenſurabiles eſt enim noſtra demōſtratio vniuerſalis. Et non ſolum hoc licebit inſpicere, vbi latera cuborū numerorū rationē habuerint aut ſeſquiquartā, aut aliā minorē ſuper particularem, ſed etiam vbi rationē habuerint ſuperpartientem ſeſquiquarta minorem. Sic enim cuborum ratio minor erit dupla, & proinde eorum minor dimidium maioris ſuperabit. Eſt autem ſicut numerus ad numerum, ſic recta linea ad rectam lineam, quod verè aſſumitur in corollario ſextæ propoſitionis decimi elementorum: quapropter ſi ponatur recta linea ad rectam lineam, rationem habens ſicut eſt ipſorum cuborum numerorū ratio, neceſſe eſt medias proportionales commenſurabiles eſſe. Errauit igitur Orontius turpiter in re tam clara, tamque manifeſta: & propterea quænam ſint commenſurabiles magnitudines, & quænam incōmenſurabiles ignoraſſe videtur.

Orontium Finæum etiam erraſſe circa inuentionem mediarum proportionalium inter duas rectas lineas, quarum maior dupla eſt minoris. & proinde cubū minime duplicaſſe, euidenter demōſtratur.

CAP. VIII.

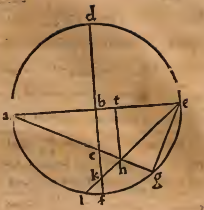
Reprehēſio ſexta.

CVBVM duplicaturus Orontius cuius latus eſt b c, duplam lineam a b, ad rectum coniūxit angulum qui ad b, & ſuper b, centro interuallo autem a b, circulum deſcripſit a d e f, ipſaſque lineas a b, b c, in rectū produxit vſque ad deſcripti circuli circunferentiam, & per a, & c,



rectam duxit lineam quæ ipſius circuli circunferentiam attingit in puncto g. Inquirit deinde binas medias proportionales, inter ipſas a b, & b c, in hunc modum. Rectam c g, diuidit in puncto h, per extremam ac mediam rationem, vt ſit g h, maius ſegmentum, & c h, ſegmētum minus. Tūc verò per e, & h, rectam lineam ducit e h, quæ eiuſdem circuli circunferentiam attingit in puncto l & ſemidiametrum b f, ſecat in k: lineam præterea c n, parallelam ducit ipſi e k, quæ ſemidiametrum b e, ſecat in n. Poſtremò ex b d, lineam b r, abſcindit æqualem ipſi b k, & reliqua conſtruit quemadmodum in primo problemate. Ait igitur b K, aut b r, ſecundam eſſe proportionalem, & b n, tertiam: ſicut quidem a b, ad b r, ſic b r, ad b n, & b n, ad ipſam b c: idque demōſtrari poſſe, quēadmodum in ipſo primo problemate. Et proinde cubum à linea b n, tertia proportionali deſcriptum propoſiti cubi cuius latus eſt b c, duplum eſſe affirmat. Cæterū hic Orontij modus cum nulla alia ratione probetur, ſimiliter

impro-



improbabitur, quemadmodum tertio capite atque quarto, primi problematis demonſtrationem confutauimus. Et præterea quoniam fortaſſe putauit Orontius, quòd ſi iam ſua ars falſa eſſet, mendatium tamen foret inextricabile, per principia idcirco certiſsima ac euidentiſsima ſtatim oſtendemus lineam b k, maiorem eſſe ſecunda proportionali, lineam verò b n, tertia proportionali minorem: ob id igitur deſcripti cubi ex b n, ad cubum ex b e, rationem eſſe dupla minorem.

Eſto enim b f, dupla ipſius b c, & diuidatur e g, in puncto h, per extremam ac mediam rationem, ſitque g h, maius ſegmentum, & recta e h, producta in l, ſecet b f, in k. Aio b K, maiorem eſſe ſecunda proportionali.

Poſitio prima.

¶ Sit primum e g, 8. Et quoniam æquiangula ſunt, rectangula triangula a b c, a e g, latera igitur habent proportionalia quæ circũ æquales angulos. Eſt autem a b, dupla ipſius b c, igitur & a g, dupla eſt rectæ e g, idcirco ipſa a g, eſt 16, ideoque diameter a e, ℞ 320, & b e, ſemidiameter ℞ 80, recta verò b c, dimidium ſemidiametri ℞ 20. Quapropter recta a c, rectũ ſubtendens angulum qui ad b, erit 10: relinquitur ergo c g, 6: & g h, ſegmentum maius ℞ 45 m̃ 3, reliquum vero ſegmentum c h, 9 m̃ ℞ 45 & a h, 19 m̃ ℞ 45.

e g, 8.
a g, 16.
a e, ℞ 320.
a b, ℞ 80.
b c, ℞ 20.
a c, 10.
c g, 6.
g h, ℞ 45 m̃ 3.
c h, 9 m̃ ℞ 45.
a h, 19 m̃ ℞ 45.

Poſitio ſecunda.

¶ Sed ponatur a b, 100 & b c, 50: ducaturque per h, ipſi b f, parallela h t. Aequiangula erunt igitur atque ſimilia, duo triangula a b c, a t h. Idcirco ſicut a c, ad a h, ſic b c, ad t h, & a b, ad a t. Per communem igitur regulam quantitatum proportionalium qualium partium eſt a b, 100, & b c, 50, talium inuenitur t h 95, m̃ ℞ 1125 & a t, dupla ipſius t h, 190 m̃ ℞ 4500. Auferatur a t, à diametro a e, & relinquetur t e, 10 p̃ ℞ 4500. Et quoniam æquiangula ſunt ſimiliaque duo triangula b K e, & t h e, erit idcirco ſicut t e, ad b e, ſic t h ad b K. Atqui t e, & b e, & t h, cognitæ ſunt: igitur per ipſam cõmunem regulam quatuor quantitatum proportionalium innoteſcet recta b k, talium partium ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̃ ℞ 58 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̃ 21 $\frac{13}{22}$ qualium eſt b e, aut b f, 100, &

10 | 19 m̃ ℞ 45 | 50.
950, m̃ ℞ 112500.
t h, 95 m̃ ℞ 1125.
a t, 190 m̃ ℞ 4500.
a b, 100.
b c, 50.
t e, 10 p̃ ℞ 4500.

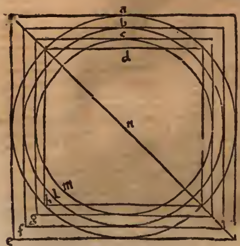
10 p̃ ℞ 4500 | 100 | 95 m̃ ℞ 1125.
9500 m̃ ℞ 11250000. diuid.
10, p̃ ℞ 4500, diuiſor.
Quartus proportionis terminus qui eſt b K, ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̃ ℞ 57 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̃ 21 $\frac{13}{22}$.

be

b c 50. Eſt autem ℞ $20977\frac{257}{484}$ maior quàm $144\frac{5}{6}$ horum enim quadratum tantũ eſt $20976\frac{25}{36}$: item ℞ $58\frac{53}{484}$ maior eſt quã $7\frac{13}{22}$, nam horum quadratum tantũ eſt $57\frac{301}{484}$. Igitur ſi ab horum quadratorum ſumma auferantur $21\frac{13}{22}$ & ℞ $2614\frac{449}{484}$, id quod relictum fuerit minus erit ipſa linea b k. Atqui ℞ $2614\frac{449}{484}$ minor eſt quam $51\frac{1}{7}$, eſt enim horum quadratum $2615\frac{29}{49}$: idcirco ſi $51\frac{1}{7}$ & $21\frac{13}{22}$ ab eadem auferantur ſumma, multo minus relinquetur eadẽ linea b K. Id verò quod relinquitur eſt $79\frac{29}{42}$ maior eſt igitur ipſa b k, quam $79\frac{29}{42}$. At verò cubus lineæ b f, eſt 1000000, & propterea cubus ſecundæ proportionalis eſt eius dimidiũ, nempe 500000, ſed multò maior eſt cubus ipſorum $79\frac{29}{42}$, numerum enim excedit 506000. Quapropter minor eſt ſecunda proportionalis eiſdem $79\frac{29}{42}$, & multò igitur minor quã b K, quod primum oſtendendum ſuſcæpimus. Per hæc autem facilè demonſtrabis tertiam proportionalem maiorem eſſe linea b n. Nam quoniã c n, parallela eſt rectæ K e, æquiangula ſunt igitur atque ſimilia bina triangula K b e, & c b n: ſicut igitur b e, ad b K, ſic b n, ad b c. At vero maior eſt b k, ſecunda proportionali, minorem idcirco rationem habebit b e, ad b K, quàm eadem b e, ad ſecundam proportionalem. & minorem igitur rationem habebit b n, ad b c, quàm b e, ad ſecundam proportionalem. Atqui ſicut b e, ad ſecundam proportionalem, ſic tertia ad b c, quartam: & minorẽ igitur rationẽ habebit b n, ad b c, quã tertia proportionali ad eandẽ b c. Propterea minor eſt b n, tertia proportionali. & proinde ratio cubi ex linea b n, deſcripti ad cubũ deſcriptũ ex b c, minor eſt quàm dupla, quod demonſtrandum erat. Hanc porrò elegimus methodũ doctis mathematicis cognitam ad inueſtigandum longitudinem lineæ b K, non autem per angulorum menſuram, quoniã non licuit in re huiuſmodi, tabulis vti de arcu & chorda, quæ exactæ eſſe nõ poſſũt, ſed ad alios vſus vtiliſsimæ.

Modus Orontij Finæi ad quadrandum circulum. CAP. IX.

VT quàm fideliſsimè modum Orontij referamus, quo putauit circulũ quadraſſe, artem ipſam qua vſus eſt, eiſdem ſuis verbis explicatam in hunc locũ tráſferemus. Eſto (inquit) datus circulus a h, cui oporteat vnum æqualem deſignare quadratum, alterũ verò iſoperimetrum inuenire. Circa eundem itaque circulum a h: quadratũ deſcribatur a e, per ſeptimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud deſcribatur quadratũ d h, per ſextam eiuſdem quarti. Inter ipſa poſtmodum horum ductum quadratorum latera, vtpote a, & d, binæ rectæ lineæ ſub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipſius antecedentis problematis traditionem, quæ ſint b, & c: vt quemadmodũ latus a, ad lineam b, ſic eadem b, ad c, atque c, ad latus d. Ex ipſis conſequenter rectis lineis b, & c, quadrata deſcribantur b f, & c g, per quadrageſimam ſextam primi eorundem elementorũ, ſintque



ſintque ipſorum b f. & c g, quadratorum latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e. & d h, lateribus æquidiſtantia ſiue parallela. In ipſis demum quadratis b f, & c g, ſinguli deſcribantur circuli b l, & c m, per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli ob ipſam laterum hypotheſim idem centrum habebunt cum circulo a h, ſcilicet n, & vnà cum ipſis quadratis, circa eundem diametrum conſtituentur. His in hunc modum conſtructis ait Orontius quadratum b f, æquari in primis ipſi dato circulo a h, nec non & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum, circulo c m, reſpondẽter coæquari, ipſum præterea quadratum c g, eidẽ circulo a h, eſſe iſoperimetrum.

Ita Orontius ad verbum, problemate ſecũdo libri de circuli quadratura, probationes autem in quinto deinde problemate appoſuit, in quo quadratum b f, circulo a h, æquari tribus argumentis oſtendere conatur. Primum à proportionalium numerorum æqualitate, per numeros veritati admodum propinquos ex regula Archimedis coaſſumptos de ratione circũferentiæ ad diametrum, quæ propemodum tripla eſt ſeſquiſeptima, idq; in hunc modum. Nam ex demonſtratis ab Archimede conſtat, qualium partium quadratum a e eſt. 14, taliũ circulum a h, eſſe 11. At verò qualium partium idem quadratum a e, eſt 14, talium quadratum d h, vtpote eius dimidium eſt 7. Earundem igitur partium quadratum a e, eſt 14. & circulus a h 11. & quadratum d h, 7. Atqui duobus medijs proportionalibus inter 14 & 7 inuentis, primum eorum neceſſe eſt cubicam eſſe radicem numeri 1372, quæ veritati admodum propinqua eſt 11. Eſt autem quadratum b f, primũ medium proportionale inter quadratum a e. 14. & quadratum d h 7. erit igitur ipſum quadratum b f, partium 11. qualium quadratum a e, eſt 14. & quadratum d h 7. & circulus a h 11. Sic igitur vtrunque & quadratum b f, & circulus a h, eſt 11. & proinde æquale eſt quadratum b f, dato circulo a h. Eodem modo probat quadratum c g, circulo b l, æquale eſſe: ſimiliter quadratum d h, circulo c m, æquale.

Secundum argumentum ſumptum eſt ab æqualitate laterum, per eaſdem hypotheſes ex demonſtratis ab Archimede. Ponatur inquit latus quadrati a e, diameterue circuli a h, partium æqualium 14. erit igitur ipſum quadratum a e, partium quadratarum 196. quadratum verò d h, eius dimidium, earundem partiũ 98. Qualium autem partium diameter circuli a h, eſt 14. talium circunferentia eſt 44, per regulam Archimedis de menſuratione circuli, dimidium igitur circunferentiæ 22. & ſemidiameter 7. Atqui dimidia circunferentia in ſemidiametrum ducta aream circuli producit, erit igitur ipſius circuli a h, area partium 154. qualium quadratum a e, eſt 196. quorum numerorum ratio eſt ſicut 14 ad 11. Radix autem quadrata numeri 154 veritati propinqua eſt 12. fere cum $\frac{5}{12}$. Tantum eſt igitur latus quadrati quod eidem circulo a h, eſt æquale. Sed tantum etiam inuenitur latus quadrati b f, nã qualium partium latus quadrati a e, eſt 14. talium latus quadrati d h, eſt 9 ferè cum $\frac{17}{18}$ radix nempe quadrata numeri 98. Inueniantur autem inter 14: & 9 $\frac{17}{18}$ duo media proportionalia ſub continua proportione, erit igitur eorum primum quod eſt latus quadrati b f, radix cubica numeri 1949 cum $\frac{1}{9}$, videlicet numerus 12. vnà cum $\frac{12}{30}$ quæ ferè reſpondent ipſis $\frac{5}{12}$. Et propterea tantum eſſe affirmat latus quadrati b f, quantum & latus quadrati quod ipſi a h, circulo eſt æquale.

Tertium argumentum eſt ab impoſsibili. Quoniam ſi quadratum d h, maius vtcunque, aut minus daretur circulo c m, & proinde quadratum b f, circulo a h, aut maius aut min⁹, incideremus in inconueniẽs. Non enim iam quatuor illa quadrata in eadẽ eſſent continua proportione, neque circuli in eis deſcripti. Quin potius ob quantulãcunque numerorum inæqualitatem, ipſa continua proportio qua (vt inquit) inuicem colligantur, penitus diſſolueretur: vtpote ſi circulum c m, concederemus, partium fore 7 & $\frac{1}{10}$, aut 6 $\frac{9}{10}$, quem admodum ex ipſis numerorum differentijs per regulam numerorum proportionalium colligi poſſe affirmat. Non eſt igitur (concludit) circulus c m, maior aut minor quadrato d h, neq; circulus a h, ipſo quadrato b f, ſed modis omnibus æquale ipſum quadratum b f, circulo a h, & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum

dratum circulo c m, quod demonſtrandum ſuſceperat.

Ex his infert aduerſus Archimedem, rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem eſſe tripla ſeſquiſeptima, & quadratum ad inſcriptum circulum minorem habere rationem quàm 14. ad 11. Hoc autem probat, quoniam quatuor quadrata a e, b f, c g, d h, ſunt continuè proportionalia, & primum vltimi duplum eſt: ratio igitur primi ad ſecundū ter ſumpta duplā rationem conſtituit. Et propterea oportet primum & ſecundum cubicè multiplicata duplā rationem conficere. Idcirco cum primum quadratum ſit 14. erit ſecundum 11 & circiter $\frac{1}{9}$. Nam ſi 14. in ſe ſe cubicè multiplicentur, fiēt 2744. & 11 cum $\frac{1}{9}$ item cubicè multiplicata producunt ferè 1372. dimidiū numeri 2744. Habet igitur quadratum a e, ad quadratū b f, rationem prope modum quam 14. ad 11 $\frac{1}{9}$. Atqui eidem quadrato b f, ait circulum a h, æqualem oſtendiſſe: concludit idcirco quadratum a e, ad circulum a h, rationem propemodum habere, quàm 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et quoniam ſicut quadratum ad inſcriptum circulū, ſic quater circuli diameter ad circunferētiam eiuſdem circuli, ita enim aut dicere voluit, aut debuit, non ad circunferentiæ dimidium: qualium igitur partium diameter eſt ſeptē, & quater diameter 28. taliū circunferentia erit 22 & $\frac{2}{9}$. Et proinde circunferentiam ad diametrū concludit, maiorē habere rationem tripla ſeſquiſeptima. Hoc etiam oculari inſpectione atque experimento confirmat. Nam ſi acutiſsimi circini officio, ſeptima diametri pars circūferentiæ coaptetur, vigeſimam ſecundam partem (ait) eiuſdem circunferentiæ ſubtēdet, & 22. ſeptimæ vniuerſam exactè abſoluent circūferentiam. Et cum arcus ſit maior ſubtēſa chorda, maior erit tota circunferentia 22. ſeptimis eiuſdem diametri: & idcirco circunferentiæ ad diametrum ratio maior erit tripla ſeſquiſeptima. Quod numerorum (addit) calculo corroborari videtur. Qualium enim partiū circunferentia eſt 360, talium pars vigeſima ſecunda eſt 16. & minutorum circiter 22. ſubtenſa verò chorda partium eſt 17. & 5. circiter minutorū, qualiū diameter eſt 120. Septima porrò ipſi' diametri pars, itidē partiū eſt 17 & minutorum 8. differens ab ipſa chorda vigeſimæ ſecundæ partis circunferentiæ, tribus tantum minutis, quæ ex ipſo chordarum calculo defeciſſe manifeſtum eſt, quoniam in diuidendis (inquit) numeris, & radicibus ſæpius extrahē dis, ſemper aliquid deperditur, propter quod ipſi numeri, à debita vnitatū multitudine tandem coguntur deficere: & hinc ortum eſſe defectum rationis circunferentiæ ad diametrū, quæ per ſinuum rectorum numeros ad imitationem Archimedis, minor tripla ſeſquiſeptima demonſtratur: cum rei veritas (inquit) ita habeat, vt circunferentia ad diametrum rationem propemodum habeat quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7. & quadratum ad inſcriptum circulū, quā 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$: & proinde qualium partium quadratum a e, eſt 14. talium a h, circulus, & illi æquale quadratum b f, eſt 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratū vero c g, ac illi æqualis circulus b l, partium 8. vnà ferè cum $\frac{19}{23}$. Et ex his rurſum numerorum adminiculo colligit, ambitū tertij quadrati c g, æqualem eſſe perſpheriæ dati circuli a h, quemadmodum demonſtrandū ſuſceperat.

Neque Orontium circulum quadraſſe, neque rectam lineam æqualem circunferentiæ inueniſſe.

CAP. X.

Reprehenſio. VII.

ITA nimirū habet Orontij inuentio de circuli quadratura, quam multis modis falſam oſtendemus. Supponit enim in primis duas medias proportionales inter latus quadrati dato circulo circunſcripti, & latus quadrati intra eundem circulum deſcripti ab eo inuentas fuiſſe. Sed nos ſuperius demonſtrauimus, quas medias proportionales conſtituit, veras non eſſe, quin potius alteram non implere iuſtam magnitudi-

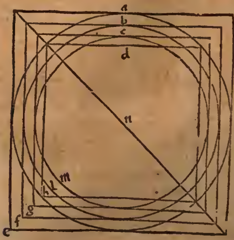
nitudinem,alteram verò ſuperare. Præterea fal
ſa eſt circuli quadratura Orontij,quoniam ſup
ponit ex Archimede quadratum ad circulum
inſcriptum,eam rationem habere quam 14 ad
11.cum tamen ea ratio exacta non ſit,& probat
deinde quadratum b f,æquale eſſe circulò a h,
quoniã cubica radix eſt numeri 1372. quæ ve-
ritati propinqua itē ſit 11: ſed eſt paulò maior.
Quare ſi propterea accipit ipſum quadratum
b f,eidem circulo a h,æquale eſſe,quoniam cō-
ueniat cū Archimedis quadratura (huic enim
fundamēto, ſed & ſoli potiſsimum innititur)
conſtat ex ipſo Archimede circulum a h, non
implere partes 11. At vero radix cubica nume-
ri 1372 eaſdē 11 partes excedit, numerus enim
11,in ſe cubicè multiplicatus tantum facit 1331
non erit igitur quadratum b f,circulo a h,æqua
le Secundo argumento ſumpto ab æqualitate
laterum, idem contendit, & per eadem prin-
cipia. Ponit enim latus quadrati a e, circuli vè
a h:diametrum,partium eſſe 14,& ſuppoſita ra
tione circunferentiæ ad diametrum ex demōſ
tratis ab Archimede,ſicut 22.ad 7.aut 44.ad
14.inuenit latus quadrati quod circulo a h, eſt
æquale,partium eſſe 12. vna cum $\frac{5}{12}$ ferè:
ſed latus quadrati b f, partium inuenit 12. vna
cū $\frac{12}{30}$ quæ ferè reſpondent ipſis $\frac{5}{12}$ & prop-
terea concludit tantū eſſe latus quadrati b f,
quantum latus quadrati quod ipſi circulo a h
eſt æquale. In quo potius irridendæ ſunt Oron
tij ſupputationes, quàm intendendus animus
ad confutandum,aut infirmandum has ſuas ar
gumentationes. Nam ſi iam ad oſtendendum
quadratum b f, circulo a h,æquale eſſe,hac pro
batione ſit contentus,quòd cum numeris Ar-
chimedis cónueniat:demonſtrauerat autē pau
lo ante,primo argumento,ſi quadratum a e, ſit
14.fore circulum a h 11. quadratum vero b f,
paulo maius eſſe,nempe radicem cubicam nu-
meri 1372.quomodo igitur cōcludit modò cir
culum a h,quadrato b f,paulo maiorem? maio-
ra enim ſunt $\frac{5}{12}$ ipſis $\frac{12}{30}$. Enim verò ſi la-
tus quadrati a e, diameter vè circuli a h, par-
tium æqualium ponatur 14.& ratio circunfe-
rentiæ ad diametrum ea ſumatur quam habēt
22 ad 7.aut 44 ad 14.quamuis paulò minorem
inuenerit Archimedes,erit proculdubio latus
quadrati quod eidem circulo a h.eſt æquale,ra
dix quadrata numeri 154: & proinde radix
erit quadrata radicis cubicę numeri 3652264.
Sed ſi quadratū b f, primſt mediū proportio-
nale ſtatuatur inter quadratū a e, & d h,radix
erit quadrata radicis cubicæ numeri 3764768
tantū enim inuenitur, per regulam quā affert
Orontius de medijs proportionalibus inter da
tos duos numeros inueniendis,quæ vulgatiſsi-
ma eſt:maius eſt igitur quadratum b f,circulo
a h. Atqui ex demonſtratis ab Archimede ip-
ſe circulus a h,nondū implet numerū 154 mul
tò igitur maius eſt quadratū b f, eodē circulo
a h. Simul igitur cōcludere poſſum⁹,neq; Orō-
tiū inueniſſe circuli quadraturā,neq; probaſſe.

Tertium argumentū ab impoſsibili ſump-
tum,prorſus nihil probat. Nam ſi qualium par
tium quadratum a e, eſt 14. talium circulus
a h, ſit (vt ſupponit) 11:ſintque latera quatuor
quadratorum continuè proportionalia, erit
idcirco quadratum b f, cubica radix numeri
1372. & circulus b l,cubica radix numeri 665.
cū $\frac{1}{2}$,quadratum c g,cubica ℞ 686,& circu-
lus c m, cubica ℞ 332 $\frac{3}{4}$: quadratū vero d h,
erit 7.ſiue cubica ℞ 343. Damus igitur qua-
dratū d h,maius eſſe circulo c m,quandoquidē
maior eſt cubica ℞ 343,cubica radice numeri
332 cū $\frac{3}{4}$ neq; propterea vllū ſequitur abſurdū.

In corollario autē ſi quid antea aſtruxerat,
penitus euertit.in quo certe operæpretium eſt
videre hominis ſtultitiā. Suppoſuerat enim ex
Archimede rationem circunferentiæ ad dia-
metrum triplā eſſe ſeſquiſeptimā:& propterea
quadratum ad inſcriptum circulū rationē ha-
bere quā 14 ad 11. Deinde his ſuffult⁹ præſidijs,
vt potuit,probauit quadratum b f, circulo a h,
æquū eſſe,quia radix cubica eſſet numeri 1372
quæ veritati admodū propinqua eſſet 11,& pro
inde cū numeris Archimedis conueniret. Nūc
verò ab argumento ad corollariū iam creuiſſe
inuenit in 11 & $\frac{1}{9}$ idquè propterea quadra
tum ad inſcriptum circulum rationem pro-
pemodum habere affirmat quam 14 ad 11 &
$\frac{1}{9}$ & circunferentiam ad diametrū rationem
habere tripla ſeſquiſeptima maiorē aduerſus
Archimedē. Sed videam⁹ quomodo eū cōuin
cat. Suppoſito quadrato a e,partiū æqualiū 14.
quadratū b f,cōcederet Archimedes earundē
partiū eſſe propemodū 11 & $\frac{1}{9}$ circulū tamē a h,
vndecim

vndecim partes nondum implere, ob id igitur quadratum a e, ad inſcriptum circulum maiorem habere rationẽ quàm 14 ad 11, ſed ad quadratum b f, minorem. Nec Orontius vnquam oſtendit quadratum b f, circulo a h. æquale, ſed ſolum ſuppoſuit ex demonſtratis ab Archimede ipſum circulum a h, eſſe 11 quadratum verò b f, cubicam eſſe radicem demonſtrauit numeri 1372. quæ paulo maior eſt quàm 11 & $\frac{1}{9}$ Peremptè igitur colligit rationem circunferentiæ ad diametrum tripla ſeſquiſeptima maiorem eſſe, & quadratum ad inſcriptum circulum, minorem quàm 14 ad 11.

Numerorum autem calculus ex tabula de arcu & chorda Archimedi non aduerſatur, cuius demonſtrationem de circuli menſuratione in ſequenti capite adducam, vt liquidò cõſtet rationem circunferentiæ ad diametrum non propterea inuentam eſſe ab Archimede tripla ſeſquiſeptima minorem, quòd in diuidẽdis numeris & radicibus extrahendis ſemper aliquid deperdatur, ſed quoniam verè tripla ſeſquiſeptima minor ſit. Aſſumit autem Orõtius rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem eſſe tripla ſeſquiſeptima, vt quadratum c g, circulo a h, oſtendat iſoperimetrum: & proinde cum falſas ac improbabiles ſumat hypotheſes, nihil concludere poterit. Sed neq; etiam ſi cõcederentur, quoniam exemplis quibuſdam, incertisq; numeris ratiociuatur, propoſitum demonſtrare poſſet. Latera enim prædictorũ quatuor quadratorum incõmẽſurabilia ſunt, quæ nihilominus numeros eſſe ſupponit, vt concluſionem inferat. Quomodo igitur per falſa & incerta verum ac neceſſarium demonſtrabit? Idcirco eligenda potius foret methodus quæuis alia certior ac expeditior in hũc videlicet modum. Tres rectæ lineæ a, b, c, latera trium quadratorum a e, b f, c g ſunt continuè proportionales, ex hypotheſi, igitur rectangulum quod ſub duabus a, et c, cõtinetur, quadrato b g. quod ex media, æquum eſt. Ipſum verò quadratum b g, circulo a h, (vt Orontius putat) eſt æquale. Circulus igitur a h, rectangulo ſub a, & c, contento per communem ſententiam eſt æquale. Eſt autem ipſa a, recta linea diametro circuli a h, æqualis, & eſt præterea ipſa c, recta linea latus quadrati c g. Idcirco ipſe circulus a h, rectãgulo contento ſub eiuſdem circuli diametro & latere quadrati c g, æqualis eſt Atqui idem circulus a h, rectangulo contento ſub diametro & quarta circunferentiæ parte eſt æqualis, bina idcirco rectangula inuicem æqualia erunt per communem ſententiam: alterum ſub diametro circuli a h, & latere quadrati c g, contentum, alterum ſub eadem diametro & circunferentiæ quadrante. Et proinde circũferentiæ quadrans lateri quadrati c g, erit æqualis & vniuerſa circunferentia cunctis lateribus eiuſdem quadrati æqualis. Itaq; iſoperimeter, eſt circulus datus a h, tertio quadrato c g, quod demõſtrandũ ſuſceperat Orontius, ſed neutiquã demõſtrauit.

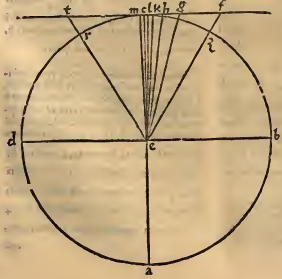


¶ Idem aliter ad impoſsibile demonſtrabis. Enimverò ſi iſoperimetra non ſunt, ſit igitur quadrans circunferentię circuli a h, latere c, maior. Quod autem ſub a, & quadrante circunferentiæ continetur, circulo a h, æquum eſt, ipſe porrò circulus quadrato b f ex hypotheſi eſt æqualis: maius erit igitur quadratũ b f, rectangulo contento ſub a, & c, & propterea non erunt a, b, c, continuè proportionalia contra hypotheſin. Idem ſequetur abſurdum ſi quadrans circunferentiæ circuli a h latere c. detur minor. Idcirco iſoperimetra ſunt. Si fortè ambigas rectangulum contentum ſub diametro & quadrante circunferentiæ circulo eſſe æquale, id concludes ex Archimede quàm facilimè. Nã ſicut diameter ad ſemidiametrum eiuſdem circuli, ſic dimidia circũferentia ad quadrantẽ,

drantem,igitur quod ſub diametro & quadrante circunferentiæ continetur rectangulum, ei quod ſub ſemidiametro & dimidio circunferentiæ,eſt æquale. Atqui ſub ſemidiametro & dimidia circunferentia rectangulum comprehenſum,æquum eſt circulo, ex demonſtratis ab Archimede: igitur quod ſub diametro & quadrante circunferentiæ continetur, eidem circulo erit æquale.

Aduertendum eſt autem quod in hac Orõtij quadratura tantum eius inſigniora errata notamus,minutula quæque prætermittẽtes. Id genus eſt ipſa conſtructio figuræ ſecundi problematis. Quanuis enim latera b,& c, tum inter ſe,tum ipſis a,& d,æquidiſtent,non propterea neceſſe eſt inſcriptos circulos idem habere centrum. Alio igitur modo conſtruendũ erat: ſed leuiſsima ſunt hæc.

Archimedem verè demonſtraſſe circuli circunferentiam ter continere diametrum,& partem præterea paulo minorem ſeptima eiuſdem diametri, maiorem verò decem ſeptuageſimis primis: vt liquidò appareat quãtemerè quàm falſo, quã ignoranter, aſſerat Orontius aduerſus Archimedẽ,rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ triplã ſeſquiſeptima maiorẽ eſſe.



CAP. XI. Réprehẽſio. VIII.

Irculi cuius centrũ eſt e, diameter eſto a c. Aio ipſius circuli circonferentiam triplam eſſe diametri, & præterea partem habere minorẽ ſeptima eiuſdem diametri, maiorẽ vero decẽ ſeptuageſimis primis. Demõſtratũ eſt hoc ab Archimede in libro de circuli dimenſione,& ab Eutocio ſatis explicatum in hunc ferè modum: diameter a c, ad rectos angulos ſecetur ſuper centro e,à recta linea b d, quæ item ſit circuli diameter. Vniuerſa itaque circunferentia per has duas diametros in quadrantes diuiſa erit. Semi circũferentia præterea b c d,in tres æquales partes diuidatur b z,z r,& r d,per 15 propoſitionem quarti elementorum Euclidis. Quum ſit b z,ſexta circunferentiæ pars,b c verò eiuſdem quarta,erit idcirco c z,duodecima, & c r, item duodecima. A puncto c,ipſi a c,ad rectos angulos excitetur recta linea t c f,ipſum circulum contigens:& à centro e,rectæ lineæ ducantur per z,& r,quæ cum recta t f, coincidant in f,& t. Erit igitur angulus f e c, duodecima pars quatuor rectorum angulorum,& proinde tertia pars eſt vnius recti, angulus etiam t e c, ei æqualis tertia pars vnius recti. Sunt autẽ æquales duo recti anguli qui ad c,& latus c e, quod æquis adiacet angulis, duobus triangulis e c f, & c t e,cõmune eſt: æqualia ſunt igitur reliqua ipſorum triangulorũ latera, & æquales reliqui anguli per 26. propoſitionem primi elementorum, videlicet latus t e,lateri e f, eſt æquale, & t c,ipſi c f, duo præterea anguli qui ad f,& t, æquales inuicem erunt, & quoniam totus angulus t e f,tertia pars eſt duorum rectorum,erit ſimiliter vterque duorum angulorum qui ad f,& t,tertia pars duorũ rectorum per 32. propoſitionem primi,& cõmunẽ ſententiam: æquilaterum eſt igitur triangulum t f e, per ſextam eiuſdem primi, & dimidium eſt c f, ipſius e f.

Qualium igitur partium eſt e f, 306, talium eſt c f, 153. & quadratum quod fit ex e f, partiũ quadratarum erit 93636: quadratum vero ex c f, erit 23409. Quoniam verò quadratũ ex e f, duobus quadratis æquum eſt, quę ex c f, & c e, fiũt per 47. propoſitionem primi, auferemus igitur 23409, ab ipſis 93636, & relinquetur quadratũ e c, 70227: cuius latus quadratum paulo maius eſt quàm 265. eſt enim huius numeri quadratum 70227 tantum. Coacervuentur autem 306 & 265, erit igitur eorum ſumma 571: minora idcirco ſunt 571. ipſis e f, e c coniunctis. Diuidatur itaque angulus f e c, per ęqualia ducta recta linea e g, per 9, propoſitionem primi: igitur ſicut e f, ad e c, ita f g, ad g c, per tertiam ſexti, & per compoſitam rationem ſicut e f, e c, coniunctæ ad e c, ſic f c, ad g c. igitur permutatim ſicut e f, e c, coniunctæ ad f c, ſic e c, ad c g. Atqui poſuimus f c, 153. & maiora oſtendimus eſſe e f, e c, compoſita quàm 571. igitur e f, e c, ad f c, maiorem habebunt rationem quàm 571, ad 153, per octauam quinti: quapropter & e c, ad c g, maiorem item rationem habebit quã 571, ad 153, per 13 propoſitionem eiuſdem quinti. Ponatur itaq; c g, partium æqualium 153, maior igitur erit e c, ipſis 571, per 10 propoſitionẽ eiuſdem quinti: & idcirco quadratũ e g, quod duobus quadratis rectarum e c, & c g, per 47, primi eſt æquale, quadratis quæ fiũt ex 153: & 571, maius erit. Eſt aũt quadratũ numeri 153 numerus 23409: ipſorũ vero 571, quadratum eſt 326041: horum igitur quadratorum ſumma videlicet 349450, quadrato ex e g, minor erit & ipſa e g, maior radice quadrata numeri 349450. At vero ipſorum 349450, radix quadrata paulo maior eſt quàm 591 $\frac{1}{8}$ ſi enim in ſe multiplicentur 591 $\frac{1}{8}$ tantum fient 349428 $\frac{49}{64}$ maior eſt igitur e g, quam 591 $\frac{1}{8}$ maior item oſtenſa eſt e c, quã 571. Idcirco e g, e c, compoſita maiora ſunt quà 1162 & $\frac{1}{8}$ quæ ex ipſis 591 $\frac{1}{8}$ & 571 coaleſcũt: ſed c g, poſita eſt 153. & ꝓpterea e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153 per octauam eiuſdẽ quinti elementorum.

Rurſum diuidatur angulus g e c, per æqualia ducta recta linea e h. Igitur per tertiam ꝓpoſitionẽ ſexti ſicut g e, ad e c, ita g h, ad h c: & per compoſitam rationẽ ſicut g e, e c, ad e c, ſic g c, ad h c: idcircò permutatim ſicut e g, e c, ad g c, ſic e c, ad c h. Oſtenſum eſt aũt quod e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. igitur & e c, ad c h, maiorem habet rationẽ quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. per 13 ꝓpoſitionẽ quinti. Ponatur c h, 153, erit ꝓpterea e c, maior quam 1162 $\frac{1}{8}$ per 10 ꝓpoſitionẽ eiuſdem quinti. Et quoniam quadratum ipſius c h, eſt 23409: quadratũ verò ipſorum 1162 $\frac{1}{8}$ eſt 1350534 $\frac{33}{64}$ amboq; quadrata iũcta ſunt 1373943 $\frac{33}{64}$ duo igitur quadrata e c, & c h, cõpoſita maiora erunt ipſis 1373943 $\frac{33}{64}$. Atqui quadratum rectæ e h, rectum angulum ſubtendẽtis, duobus quadratis e c, & c h, ęquum eſt, quadratũ igitur e h, ipſis 1373943 $\frac{33}{64}$ maius eſt. Et idcirco ipſa e h, maior erit quadrata radice ipſorum 1373943 $\frac{33}{64}$. At vero huius numeri radix quadrata maior eſt quàm 1172 $\frac{1}{8}$, ſi enim multiplicẽtur in ſe 1172 $\frac{1}{8}$ tantum fient 1373877 $\frac{1}{64}$ maior igitur erit e h, quã 1172 $\frac{1}{8}$ oſtenſa eſt autẽ e c, maior quam 1162 $\frac{1}{8}$, idcirco e h, e c, coniuncta maiora ſunt quàm 2334 $\frac{1}{4}$, quæ ex duobus 1172 $\frac{1}{8}$ & 1162 $\frac{1}{8}$ collectis conſurgunt. At verò poſuimus c h, 153, maiorẽ igitur rationẽ habent e h, e c, coniuncta ad c h, quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153. ꝑ octauã quinti.

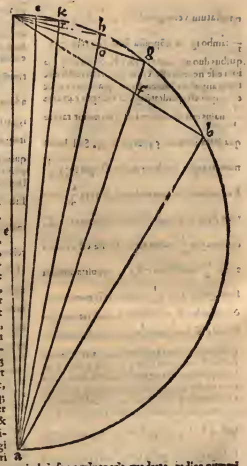
Item diuidatur angulus h e c, ꝑ ęqualia ducta e k. erit igitur ſicut e h, ad e c, ita h k ad k c, ꝑ 3 ꝓpoſitionẽ ſexti, & ꝑ cõpoſitam rationẽ ſicut e h, e c, coniuncta ad e c, ita h c, ad k c, & ꝑmutatim ſicut e h, e c, cõiũcta ad c h, ita e c, ad c k: oſtenſum eſt aũt e h, e c, cõiuncta maiorem habere rationẽ ad c h, quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153. Et maiorem igitur rationẽ habebit e c, ad c k, quã 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153 ꝑ 13 ꝓpoſitionẽ quinti. Itaq; ponamus c k, 153, & erit e c, maior ipſis 2334 $\frac{1}{4}$ ꝑ 10 quinti: quadratũ igitur c k, erit 23409, qua

quadratum vero ipſorũ $2334\frac{1}{4}$ eſt $5448723\frac{1}{16}$: ambo igitur cõpoſita ſunt $5472132\frac{1}{16}$: quibus duo quadrata e c, & c K, coniuncta maiora eſſe neceſſe eſt, Atqui quadratũ rectæ e K rectũ angulum ſubtendentis quadratis e c, & c K ęquũ eſt, quadratũ igitur e k, ipſis $5472132\frac{1}{16}$ maius erit: & idcirco ipſa e K, maior radice quadrata numeri 5472132 & $\frac{1}{16}$. Sed huius numeri radix quadrata maior eſt quã $2339\frac{1}{4}$ ſi enim multiplicaueris in ſe ipſa $2339\frac{1}{4}$ tantum fient $5472090\frac{9}{13}$: maior igitur eſt e K, quàm $2339\frac{1}{4}$ maior autẽ oſtenſa eſt e c, quã $2334\frac{1}{4}$: ipſa igitur e K, e c, cõpoſita maiora ſunt quàm $4673\frac{1}{2}$ quæ ex illis concreſcũt, & proinde e K, e c, cõiũcta maiorẽ rationẽ habẽt ad c K, quã $4673\frac{1}{2}$ ad 153 p octauã quinti.

¶ Item diuidatur angulus K e c, per æqualia ducta e l, erit igitur ſicut e K, ad e c, ita K l, ad l c: & per cõpoſitã rationẽ ſicut e K, e c, cõiũcta ad e c, ſic K c, ad l c: & permutatim ſicut e k, e c, cõiuncta ad K c, ſic e c, ad c l. Oſtẽſũ eſt aũt e K, e c, cõiũcta maiorẽ habere rationẽ ad K c, quã $4673\frac{1}{2}$ ad 153: & maiorẽ igitur rationẽ habet e c, ad c l, quã $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Quoniã verò angulus ſ e c, oſtenſus eſt duodecima pars quatuor rectorum, erit eius dimidiũ g e c, pars vigeſima quarta, cuius itẽ dimidium h e c, erit quadrageſima octaua, atq; itẽ huius dimidium K e c, erit pars nonageſima ſexta, & huius deniq; dimidiũ l e c, centeſima nonageſima ſecũda. Cõſtruatur autem angulus c e m, ipſi l e c, æqualis, erit idcirco angulus l e m, nonageſima ſexta pars quatuor rectorũ. Quapropter recta linea l m, latus erit æquilateri polygoni circa circulũ deſcripti, latera habentis 96 per doctrinã 12 propoſitionis 4 Euclid. Eſt autẽ c m, ipſi c l, æqualis per 26 propoſitionẽ primi elemẽtorũ Eucli. dupla eſt igitur l m, ipſi' c l, & dupla eſt a c, ſemidiametri e c. Atqui partes eodẽ modo multipliciũ eãdẽ habẽt rationẽ ſũptæ ad inuicẽ per 15 propoſitionẽ quinti, eſt igitur ſicut e c, ad c l, ſic a c, ad l m. Sed e c, ad c l, maiorẽ rationẽ habet, quã $4673\frac{1}{2}$ ad 153, idcirco a c, ad l m, maiorẽq; rationẽ habet quã $4673\frac{1}{2}$ ad 153, p 13 propoſitionẽ eiuſdẽ quinti. Ponamus itaq; a c, $4673\frac{1}{2}$ & per 10 propoſitionẽ eiuſdẽ quinti erit l m, minor quã 153. Multiplicentur 96 in 153. fietq; 14688. Et proinde ambit' polygoni latera habẽtis 96. minor erit ipſis 14688 Eſt aũt diameter a c, $4673\frac{1}{2}$ triplũ igitur diametri erit $14020\frac{1}{2}$ quæ ſi auferãtur à 14688, relinquẽtur tãtũ $667\frac{1}{2}$ qui numerus minor eſt ſeptima diametri parte. Nam ſi eũ in ſeptẽ multiplicaueris cõſurgẽt $4672\frac{1}{2}$ quæ à diametro ſuperãtur vnitate, habet igitur numerus 14688, ad $4673\frac{1}{2}$ rationẽ tripla ſeſquiſeptima minorẽ, & proinde ambit' polygoni habebit ad diametrũ rationẽ tripla ſeſquiſeptima minorẽ per 8 quinti. Eſt autẽ circuli circũferẽtia minor ambitu polygoni per primã de ſphera & cylindro, minorẽ igitur rationẽ habet circuli circũferẽtia ad diametrũ tripla ſeſquiſeptima, quod primo oſtẽdendũ erat. Demõſtratio verò quã ad hoc cõcludendũ Orõtius adducit propõne ſecũda ſui libri per numeros elicitos ex tabula ſinuũ, cõſtat Archimedis non eſſe, quod & ipſe fatetur, ſed preſtãtiorẽ eſſe affirmat ea quã fecerit idẽ Archimedes. Interrogãdus igitur eſſet Orõtius, verè ne illa ſua demõſtratione concluſerit rationẽ circũferentiæ ad diametrũ minorẽ eſſe tripla ſeſquiſeptima, an nõ? Si cõcluſit, cur igitur aſſeruit tripla ſeſquiſeptima maiorẽ eſſe aduerſus Archimedẽ? Si putat non cõcludere, cur eam in mediũ aſſerebat? præſtaret enim propriã authoris demonſtrationem recenſere, & vitiũ eius indicare.

¶ Sed demonſtremus ſecundã partẽ, videlicet circũferẽtiã ter continere diametrũ, & partem præterea decẽ ſeptuageſimis primis maiorẽ. In circulo enim cui' centrũ eſt e, & diameter a c,

ſit b c,lat⁹ hexagoni æquilateri eidē circu-
lo inſcripti: erit igitur ipſa b c, æqualis ei
quæ ex cētro,p corollarium 15. propoſitio-
nis quarti elemētorū Euclidis,et ideo a c,du
pla erit ipſi⁹ b c.Cōnectatur a b, fiet igitur
p 31.propoſitionē tertij angul⁹ a b c, rect⁹,
triplus exiſtēs anguli b a c, p vltimā ſexti:
& propterea ipſe āgul⁹ b a c,tertia pars erit
vnius recti.Ponatur a c, 1560. erit idcirco
b c,780,quadratū igitur a c, erit 2433600.
ſed quadratū b c,erit 608400. Eſt aūt qua-
dratū a c,æquū quadratis a b,& b c,per 47.
ꝓpoſitionē primi:auferem⁹ igitur 608400
ab ipſis 2433600. & relinquetur quadratū
a b,1825200.cuius latus quadratū paulo mi
nus eſt quā 1351.ſi enim multiplicaueris in
ſe 1351 fiēt 1825201.Itaq; ipſa a b,paulo mi-
nor erit quā 1351. Diuidatur angulus b a c,
bifariā ducta a g,quæ rectā b c,ſecat in f, &
cōnectatur c g,igitur ſicut a b,ad a c,ita b f,
ad f c,per tertiā ſexti:& propterea ſicut a b,
a c cōiuncta ad a c,ſic b c,ad f c,per cōpoſi-
tā rationē:permutatim idcirco ſicut a b,a c
cōiūcta ad b c,ſic a c,ad f c. Eſt aūt a c,1560,
& oſtēſa eſt a b,paulo minor quā 1351:igitur
a c,& a b,ſimul collecta paulo minora ſunt
quā 2911:ſed eſt b c,780, habent igitur a b,
a c,cōiūcta ad b c,minorē rationē quā 2911
ad 780,p 8.quinti:idcirco & a c,ad f c, mi-
norē habet rationē quā 2911.ad 780. per 13
eiuſdē quinti. At vero bina triāgula a g c,et
c f g,æquiāgula ſūt:eſt enim angulus g a c,
æqualis angulo b a g,per cōſtructionē,atq;
eidē b a g,æqualis eſt angul⁹ g c f,per 27 ter
tij:æquales ſunt igitur duo anguli g a c , &
g c f,per cōmunē ſentētiā: cōis eſt aūt vtri-
q; triāgulo rectus angulus c g a,reliquus igi
tur a c g,reliquo g f c,æqualis erit per 32. pri
mi,& cōmunē ſentētiā.Id propterea in ea-
dem ratione ſūt latera ipſorū triangulorum
a g c,& c f g,quæ æqualibus angulis ſubten
dūtur p 4,ſexti. Sicut igitur a c, ad f c, ſic
a g,ad g c. Atqui a c,ad f c,oſtēſū eſt minorē
habere rationē quā 2911.ad 780:habet ergo
a g,ad g c,minorē rationē quā 2911, ad 780.
p 13.propoſitionē quinti.Ponatur g c,780.
erit igitur a g,minor quā 2911, p 10. eiuſdē
quinti. Et quoniā quadratū a c, æquum eſt
duobus quadratis a g,et g c,quadratū igitur
a c,minus erit quā 9082321, quæ cōſurgunt
ex 8473921, quadrato numeri 2911. & ex
608400.quadrato g c,ſimul collectis,& pro



inde ipſa a c,minor erit quadrata radice numeri
9082321. At vero eadē radix quadrata paulo mi-
nor eſt quā 3013. $\frac{3}{4}$ cū ſit horū quadratū 9082689
$\frac{1}{16}$ idcirco minor eſt a c quàm 3013 $\frac{3}{4}$. ¶ Itē diui-
datur angul⁹ g a c,bifariā ducta recta a h,quæ rec-
tā g c,ſecat in o,et cōnectatur c h, erit igitur ſicut
a g,ad a c,ſic g o,ad o c,quapropter p cōpoſitā ra-
tionē,& deinde p permutatā,ſicut a g,& a c cōiūc
ta ad g c,ſic a c,ad c o. Oſtenſa autē eſt a g, minor,
quā 2911. a c verò minor eſt quā 3013 $\frac{3}{4}$ .Itaq; a g
& a c,cōiūcta minora ſūt quā 5924 $\frac{3}{4}$ & proinde
a g, & a c, cōiuncta minorē habebunt rationem
ad

ad g c, quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728, per octauã quĩti. Et idcirco a c, ad c o, minorẽ itẽ rõnẽ habebit quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728, p 13, eiuſdẽ quinti. Atqui æquiangula ſunt bina triangula a h c, & h c o, & ſimilis rõnis ſunt latera quæ æqualibus angulis ſubtenduntur, ſicut igitur a c, ad c o, ſic a h, ad h c: habet autem a c, ad c o, minorẽ rationẽ quã $5924\frac{3}{4}$ ad 728: quapropter & a h, ad h c, minorẽ habebit rationẽ quàm $5924\frac{3}{4}$ ad 728, ſiue minorẽ quã numerus 1823, ad 240. Habẽt enim $5924\frac{3}{4}$ ad 1823 rõnem triplam ſeſquiquartã, & itẽ 728, ad 240, triplam ſeſquiquartam, & idcirco permutatim ſicut $5924\frac{3}{4}$ ad 728, ſic 1823, ad 240. Habet itaqȝ a h, ad h c, minorem rationẽ quàm 1823, ad 240. Ponatur h c, 240, & erit idcirco a h, minor quàm 1823: Quadratũ verò a c, duobus quadratis linearũ a h, & h c, æquũ eſt per 47 primi, minus eſt igitur quadratũ a c, quã 3380929, quæ cõſurgũt ex 3323329, quadrato numeri 1823, & ex 57600, quadrato numeri 240. Et proinde ipſa a c, minor eſt radice quadrata ipſius numeri 3380929. Sed eadẽ radix quadrata minor eſt quã $1838\frac{9}{11}$ cum ſit horũ quadratũ 3381252, ferè. Itaq; a c, minor eſt quàm $1838\frac{9}{11}$.

Rurſum diuidatur angulus h a c, biſariam ducta a k, quę rectã h c, ſecet in r, & cõnectatur c k, igitur ſicut h a, ad a c, ſic h r, ad r c: & p compoſitã, deinde verò p pmutatã rationẽ, ſicut h a, a c, coniũcta ad c h, ita a c, ad c r. Aequiangula ſunt aũt bina triangula a c k, & c r k, igitur ſicut a c, ad c r, ſic a k, ad c k: & pprerea ſicut h a, a c, coniuncta ad c h, ſic a K, ad c K. Et quoniã c h, poſita eſt 240, a h, vero oſtenſa eſt minor quàm 1823, et a c, minor quã $1838\frac{9}{11}$: ipſa igitur a h, a c, cõiũcta minora ſunt quã $3661\frac{9}{11}$ & proinde minorẽ habent rationẽ ad c h, quàm $3661\frac{9}{11}$ ad 240: ideoq; a K ad c K, minorẽ itẽ rationẽ habebit quã $3661\frac{9}{11}$ ad 240, p 13, ppoſitionẽ quinti. Reſoluãtur $3661\frac{9}{11}$ in vndecimas & cõflabitur numerus 40280, reſoluãtur itẽ 240 in vndecimas, & cõflabitur numerus 2640, quorũ ratio in minimis numeris cõſtituta eſt ſicut 1007, ad 66. Itaq; minorẽ habebit rationẽ a k, ad c k, quã 1007, ad 66. Ponatur iã c k, 66, & erit idcirco a K minor ipſis 1007. Et quoniã quadratũ a c, duobus quadratis duarũ linearũ a K, & c K, æquũ eſt, idcirco quadratum a c, minus erit quã 1018405, hic enim numerus cõcreſcit ex 4356 quadrato qd fit ex c k, & ex 1014049, quadrato nũeri 1007, in vnũ collectis. At vero radix quadrata ipſorũ 1018405, minor eſt quàm $1009\frac{1}{6}$, cũ ſit horũ quadratũ $1018417\frac{13}{36}$ minor eſt igitur ipſa a c ipſis $1009\frac{1}{6}$.

Itẽ diuidatur angulus k a c, biſariã ducta a l, quæ rectã k c, ſecet in t, & cõnectatur c l. Erit ſimiliter ſicut a k, ad a c, ſic k t, ad t c, & per cõpoſitam rõnem deinde vero p permutatam ſicut a k, & a c, ſimul cõiũcta ad c k, ſic a c, ad c t. Aequiangula ſunt autẽ bina triangula a l c, & c t l, igitur ſicut a c, ad c t, ſic a l, ad l c: & pptcrea ſicut a k & a c, cõiũcta ad c k, ita a l, ad l c. Et quoniã c k, poſita eſt 66, & oſtẽſa eſt a k, minor quã 1007: a c vero minor quã $1009\frac{1}{6}$, ipſa igitur a k, & a c, cõiũcta minora ſunt quã $2016\frac{1}{6}$ & pinde minorẽ habẽt rationẽ ad c k, quã $2016\frac{1}{6}$ ad 66: ideoq; a l, ad l c, minorẽ habebit rõnem quã $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Ponatur iã l c, 66, minor igitur erit a l ipſis $2106\frac{1}{6}$. Eſt aũt quadratũ a c, æquũ duobus quadratis a l, & l c, minus erit idcirco quadratũ a c, quã $4069284\frac{1}{36}$ hic enĩ numerus cõcreſcit ex $4064928\frac{1}{36}$ quadrato ipſorũ $1016\frac{1}{6}$, & ex 4356, quadrato qd fit ex l c, in vnũ collectis. At vero radix quadrata numeri 4069284 & $\frac{1}{36}$, minor eſt quã $2017\frac{1}{4}$ cũ ſit horũ quadratũ $4069297\frac{9}{16}$ minor eſt igitur a c, ipſis $2017\frac{1}{4}$. Eſt aũt arcus b c, ſexta pars toti⁹ circũferẽtię, & g c, duodecima, & h c vigeſima quarta, & k c, 48ª, reliqua igitur l c, erit nonageſima ſexta, eritq; ipſa l c, quę poſita eſt 66, lat⁹ polygoni circulo iſcripti 96, laterũ ęqualiũ. Multiplicẽtur itaq; 66, in 96 numerũ laterum polygoni, & fiet ambitus eiuſdem polygoni 6336: & maiorẽ idcirco rationẽ habe-

bit ipſe ambitus polygoni ad diametrũ a c, quã 6336. ad $2017\frac{1}{4}$ per octauã quinti. Cõtinet autẽ 6336. triplum ipſorũ $2017\frac{1}{4}$, quod eſt $6051\frac{3}{4}$, & ſuperſunt $284\frac{1}{4}$ quę maiora ſũt decẽ ſeptuageſimis primis, ſunt enim decẽ ſeptuageſimæ primæ $284\frac{17}{42}$. Et propterea multo magis ambitus polygoni habebit ad diametrũ rationem maiorem tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. Sed eſt circuli circunferentia maior adhuc ambitu polygoni, igitur multo etiam magis circunferentia ad diametrum rationẽ habet maiorem quàm ſit tripla ſuper decies partiẽs ſeptuageſimas primas, qđ erat oſtendendum. Quoniam verò vna octaua minor eſt decem ſeptuageſimis primis, ex hoc infert Archimedes circunferentiam ad diametrũ rationem habere minorem tripla ſeſquiſeptima, ſed maiorem tripla ſeſquioctaua. Cæterum Orontius quum in circulo deſcriberet polygonum 384. laterum æqualium, per numeros depromptos ex tabula ſinuũ rectorum concludit aduerſus Archimedem, rationem circũferentiæ ad diametrum minorem eſſe tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. De quo iterum interrogandus eſſet hic Pariſiẽſis academiæ mathematicus. Putet ne verum concluſiſſe, an ſecus? Si verum concluſit, cur igitur aſſeruit rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem eſſe tripla ſeſquiſeptima? minora ſunt enim decem ſeptuageſimæ primæ parte ſeptima. Sed ſi falſum, quid opus erat falſa illa argumentatione? cum præſertim ea non ſit Archimedis. Aut quomodo erit Archimedis demonſtratione præſtantior? quemadmodum affirmat. Præterea quamuis ambitus illius polygoni laterum æqualium 384. ter contineret diametrum & partem minorem decem ſeptuageſimis primis, non propterea inferendum erat circunferentiam circuli ter continere diametrum & minus decem ſeptuageſimis primis, maior eſt enim circunferentia circuli ambitu polygoni, non æqualis, neque minor. Inæqualium autem magnitudinũ maior ad eandem, maiorem habet rationem quàm minor, ex octaua quinti Euclidis. Et propterea indocte concludit, rationem circunferentiæ ad diametrum, minorem eſſe tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas.

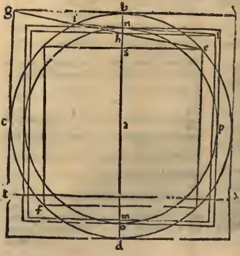
Orontium in protomatheſi non rectè tradidiſſe inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

CAP. XII. Reprehenſio IX.

CVm enim in opere illo ſuo quod protomatheſin appellauit, rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ tripla ſeſquiſeptima minorẽ iuxta vulgatũ Archimedis modũ demõſtrandũ ſuſcepiſset, ideo errauit ratiocinãdo, quoniã putauit nil intereſſe, ſi pro veris ac præciſis radicibus paulo maiores caperẽtur. Cepit igitur in prima anguli diuiſione $42\frac{19}{42}$ pro radice quadrata numeri 1802, cũ tamẽ præciſa radix paulo minor ſit ipſis $42\frac{10}{42}$. Oſtẽderat autẽ quadratũ quod fit ex linea angulũ cẽtri diuidẽte, rectũq; ſubtẽdẽte, maiorẽ habere rationẽ ad quadratũ cõtingentis lineę quã 1802 ad 121: quare cõcluſit lateris ad latus maiorẽ eſſe rationẽ quã $42\frac{19}{41}$ ad 11. ſed parũ ſcitè. Erit enim ipſorũ laterum ratio maior ea quã præciſa radix numeri 1802, habet ad 11. & proinde maior ea ratione quã quicunq; numerus eadẽ præciſa radice minor habet ad 11. Sed ab his non ſequitur vt maior etiã ſit ea ratione quam $42\frac{19}{42}$ habent ad 11. neq; aliũde cõſtat. Et idcirco Archimedes ad colligẽdũ rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ minorẽ eſſe tripla ſeſquiſeptima, ſemper accipit numeros præciſis radicibus minores, quẽadmodũ ad oſtẽdẽdũ qđ huiuſmodi ratio maior ſit tripla ſuper decũpartiẽte ſeptuageſimas primas, ſemper accipit numeros præciſis radicibus maiores. Eundẽ errorẽ cõmiſit in tertia anguli diuiſione, quoniã accepit 169. pro quadrata radice numeri 28552, cũ præciſa radix eiuſdẽ numeri paulo minor ſit ipſis 169. Alia ei⁹ errata quantũ attinẽt ad hãc demõſtrationẽ, leuiora ſũt, ſed hominis tamen qui definitiones poſitas in initijs librorũ Euclidis ignorare videatur. Putat enĩ quæ ratio eſt duarũ linearũ lõgitudine, eãdẽ eſſe ei potẽtia, qđ ſępi⁹ inculcat. Et id ferè gen⁹ eſt, qđ ſecũda parte demõſtrationi inſeruit, ad cõcludẽdũ cũ Archimẽde rãtionem

tionem circunferentiæ ad diametrum maiorē eſſe tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. B m, ad m d, (inquit) minorem rationem obtinet, quam $458\frac{1}{2}$ ad 15. & coniūctim igitur per 18 quinti b m, & m d, ad ipſam d m, minorē tandem rationē obſeruabunt quā $458\frac{1}{2}$ & 15 ſimul ad eundē numerum 15. Et quadrata rurſum ex b m, & m d, ad quadratum ipſius d m, minorē reſpondēter rationē habebūt, quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: eſt enim quadratorum eadem ratio, quæ ipſorum laterū. Ex b d, autem productum quadratum æquum eſt duobus quadratis ipſarum b m, & m d, per 47. primi. Igitur quadratū quod ex b d, ad quadratū ipſius d m, minorem pariter rationem obtinebit quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: & per conſequens recta b d, ad d m, minorē tādē rationē longitudine ſeruabit quā idem numerus $458\frac{1}{2}$ ad præfatum numerū 15. & cōuerſim demū ipſa m d, ad b d, maiorē rationē habebit quā 15. ad $458\frac{1}{2}$. Hæc Orontius. Sed videre operæpretium eſt quàm non demonſtret, & quā falſa ingerat. Rectangulum triangulum b m d, in figura Orontij eſt velut in noſtra a l c, eſt enim b d, diameter circuli, & recta d m, nonageſimam ſextam circunferētiæ partem ſubtendit, angulus verò qui ad m, rect⁹ exiſtit. Supponamus igitur ita eſſe quemadmodū ex eis quæ præceſſerant intulit, videlicet b m, ad m d, minorem habere rationē quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: rectè igitur infertur per cōpoſitam rationē b m, & m d, coniuncta minorē habere rationē ad d m, quam $458\frac{1}{2}$ & 15 ſimul ad eundem numerū 15. Sed ex his perperā colligit, quadrata rurſum ex b m, & m d, minorem habere rationem ad quadratū ipſius d m, quám $458\frac{1}{2}$ ad 15. & quā etiam (ſi velit) $458\frac{1}{2}$ vnà cum 15. ad 15, quod magis cōſentaneū videretur. Habēt enim duo & vnū ad vnū minorē rationē quàm nouē & tria ad tria, quadrata tamen 2, & 1. ideſt 5. maiorē habēt rationem ad 1. quā 9. & 3 ad 3: multò etiam maiorē quā 9 ad 3: innumeraq; ſūt numerorū exēpla, quibus eius modi argumētatio infirmabitur. Quod autē in probationē adducit, quadratorū rationē eandē fore quæ ipſorū laterū, falſū eſſe manifeſtū eſt ex ſexto Euclidis. Nā nō eſt eadē, ſed dupla quā laterū. Quāuis igitur vt ſubiūgit, quadratū ex b d, duobus quadratis ipſarum b m, & m d, æquū ſit, nō tamen ſequitur vt quadratū quod ex b d, ad quadratū ipſi⁹ d m, minorē rationē habeat quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: nec (quēadmodū cōcludit) rectā b d, ad rectā d m, minorē itē rationē habere quā $488\frac{1}{2}$ ad 15. Atq; nō magis, quàm ſi poſita b m, 4 & m d. 3. quoniā minorē rationē habeat b m, ad m d, quā 15 ad 10: velis ſimili ſyllogiſmo probare minorē rationē habere b d. ad eandē m d, quam 15 ad 10. quod cōſtat eſſe falſū, cū ſit b d 5. Iam verò ſi emēdatius ratiocinemur, ſeruata priori hypotheſi, fortaſsè enim liber deprauatus eſt, vt nō ſemper videamur impugnare Orontiū, ſed aliquādo iuuare, non concluderur tūc rationē ambitus polygoni ad diametrū maiorē eſſe tripla ſuper decupartiēte ſeptuageſimas primas. Vt ſi iuxta eius inſtitutum ita dicamus, b m, ad m d, minorē habet rationē quàm $458\frac{1}{2}$ ad 15. igitur quadratū quod fit ex b m, ad quadratum quod ex m d, minorē habebit rationē quā quadratū ipſorū $458\frac{1}{2}$ ad quadratū numeri 15. Idcirco coniunctim quadrata quæ fiūt ex b m & m d, minorē habebunt rationē ad quadratū ipſius m d, quam quadrata numerorum $458\frac{1}{2}$ & 15 ad quadratū eiuſdem numeri 15. Quadratis autē quæ ex b m, & m d: æquatur quadratum ex b d, per 47 propoſitionem primi, quadrata rurſū ex $458\frac{1}{2}$ & 15. videlicet $210222\frac{1}{4}$ & 225 cōficiūt $210447\frac{1}{4}$. Quadratū igitur ex b d, ad quadratū ipſius m d, minorē habet rationē quā $210447\frac{1}{4}$ ad 225. Quapropter recta b d, ad rectā d m minorē habebit rationem, quám radix quadrata ipſorū $210447\frac{1}{4}$ ad 15: & conuerſim d m, ad b d, maiorē ſeruabit rationem quàm 15 ad radicem quadratam eorūdem

eorundem 210447 $\frac{1}{4}$. Et quoniam ipſa recta linea d m, latus eſt polygoni intra eundem circulum deſcripti, laterũ æqualium 96. numerus vero 15. multiplicat⁹ in 96. producit 1440, habet igitur ambitus polygoni ad diametrum b d, maiorẽ rationẽ quã numer⁹ 1440, ad radicẽ quadratã ipſorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Sed cum horum duorum ratio minor ſit tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas, quanuis igitur ita ratiocinaretur Orontius concludere non poſſet ambitũ polygoni ad diametrũ maiorem habere rationem tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas. Oſtendemus autẽ numerũ 1440 ad radicẽ quadratã 210447 $\frac{1}{4}$ minorẽ habere rationẽ tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas, in hunc modum. Duorum numerorum 223 & 71. quadrata ſunt 49729. & 5041: numeri verò 1440. quadratũ eſt 2073600 habet autem 49729. ad 5041. eam rationẽ quã 2073600. ad 210200 ferè. Sed minor eſt hic quartus numerus proportionalis quã 210447 $\frac{1}{4}$, quapropter maiorem rationem habebit, 2073600 ad 210200. quã idẽ numer⁹ 2073600 ad 210447 $\frac{1}{4}$ & proinde maiorem habebit rationem 49729. ad 5041. quam 2073600. ad 210447 $\frac{1}{4}$: latus igitur quadratum numeri 49729 videlicet 223. maiorẽ rationem habere neceſſe eſt ad 71, latus quadratum numeri 5041 quàm 1440. latus quadratum numeri 2073600, ad latus quadratum ipſorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Habent autem 223, ad 71, rationem triplam ſuper decupartientẽ ſeptuageſimas primas, habebunt igitur 1440. ad latus quadratũ eorundem 210447 $\frac{1}{4}$, minorem rationẽ tripla ſuper decupartiente ſeptuageſimas primas, quod erat oſtendendũ. Et proinde liquet Orõtiũ Finæũ non rectè tradidiſſe in protomatheſi inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.



❧ *Quadraturam aliam circuli ab Orontio excogitatam, quam in protomatheſi tradidit, falſam eſſe.* CAP. XIII. Reprehenſio. X.

Alium modum quadrandi circulũ excogitauit Orontius, traditum ab eo in protomatheſi, quem ad literã ſubijciam. Sit deſcriptus (inquit) circa centrum a, circulus b c d, cuius dimetiens b d: intra quem deſcribatur quadratũ e f, per 6. quarti, & per 7. eiuſdem, eidem circulo b c d, circunſcribatur quadratum b g d, poſtmodum ab angulo e, ipſius inſcripti quadrati, ad circunſcripti angulum g, recta linea ducatur per primum poſtulatum, quæ ſecet dimetientem b d, in puncto h, circulum verò b c d, in puncto i. Deinde ex data linea recta quæ ſit ipſius a h, dupla, per datum punctum h, quadratum rurſum deſcribatur h l m, per 46. primi, vtrique & inſcripto e f. & circunſcripto b g d quadrato parallelum. Erit igitur quadratum h l m, mediũ proportionale, inter ipſa e f, & b g d, quadrata: accipitur enim inter ambo quadrata, per interſectionem diametri vtriuſque quadrati lateribus æquidiſtantis, quẽadmodum in vulgato planiſpherio, iuxta ipſius Ptolomæi demonſtrationem, per ſimiles diametralis & meridianæ lineæ interſectiones, inter duos circulos datos medium proportionalem deſcribere ſolemus. Duabus enim magnitudinibus datis, poſsibile eſt tertiam aſsignare proportionalem

tionalem,per 13,ſexti.Conſequenter à puncto
i,ad punctum l,recta ducatur i l, per idem pri-
mũ poſtulatum,quæ ſecet eundem diametrum
b d,in puncto n. Et cẽtro a,interuallo autẽ a n,
circul⁹ deſcribatur n o,per tertium poſtulatũ.
Erit itaq; circulus n o, tertia magnitudo poſt
quadratum b g d,& inſcriptum b c d, circulũ
reſpondenter ꝓportionalis,deducitur enim ex
quadrato b g d,& circulo b c d,atq; e f, quadra
to quod eſt medium proportionale inter e f, &
b g d,quadrata per interſectionem ipſius dime
tieutis b d. Duabus namq; magnitudinibus da
tis poſsibile eſt tertiam ꝓportionalẽ inuenire
per 11 ſexti. Circulus igitur b c d, eſt medium
proportionale inter b g d,quadratum,& circu-
lum n o,huic demũ circulo n o, circũſcribatur
quadratum n o p,per ſeptimã eiuſdem quarti.
Quoniam igitur per 2,duodecimi circuli ſe ad
inuicẽ habent,ſicut quę ex dimetientibus qua
drata:ſicut igitur quadratum b g d,ad quadra-
tum n o p,ita circulus b c d,ad circulum n o. Et
viciſsim igitur ſicut quidem b g d, quadratum
ad circulum b c d,ſic quadratum n o p, ad cir-
culum n o:per 18 quinti. Circulus itaq; b c d,
& quadratum n o p,inter idem quadratũ b g d,
& circulum n o i ſunt proportionalia:ea pro-
pter & adinuicẽ æqualia. Idem quoq; (addit)
licet aliter concludere.quoniam circulus a b c,
& quadratum n o p,ad eundẽ circulũ n o, ean-
dẽ habent rationem:nempe quę ipſius quadra
ti b g d,ad circulũ b c d:quæ autem ad eandem
eandẽ habẽt rationẽ,illa ſunt adinuicẽ æqua-
lia,per 9 quinti:igitur circulus b c d, & quadra
tum n o p,ęquãtur adinuicem. Dato igitur cir
culo b c d,datum eſt æquale quadratũ n o p.

Subiungit autem ſi quiſpiam dixerit rectili
neam quãuis figuram,potius quàm circulũ n o
poſt quadratum b g d,atq; circulum b c d, fore
tertium ꝓportionale:nihilominus deducetur
propoſitum. Data namq; figura ad quadratũ
reduci poteſt,per vltimã ſecundi:ſit igitur qua
dratũ R.S. Cum igitur quadratum d b g, ſit ma
ius extremũ,ipſum maius erit quadrato R S:&
conſequenter latus latere maius. Secentur igi-
tur g t,& v x, eiuſdem quadrati R S, lateribus
æquales,& cõnectatur t x.per primum poſtula
tum. Rectangulũ igitur g x, erit medium pro-
portionale inter quadratum b g d,& quadratũ
R S,ſit enim ex eorundem quadratorum lateri
bus. Sed b c d,circulus eſt medium proportio-
nale inter quadratum b g d, & præfatum qua-
dratum R S, Igitur circulus b c d, & rectangu-
lum g x,adinuicem æquantur. Datò itaq; re-
ctangulo g x,æquale quadratum conſtituatur,
per vltimam ſecundi:ſitq; rurſum n o p. Propo
ſito igitur circulo b c d,ęquale deſcribitur qua
dratum:quod facere oportebat. Rurſum ſi quiſ
piã moroſus,vel vſq; adeo rudis negauerit qua
dratum h l m,ex quo n o p,quadratum propor
tionaliter deducitur,fore medium proportio-
nale inter duo quadrata , quorum vnum intra
circulum b c d,deſcribitur,vt e f,alterum vero
circunſcribitur eidem circulo: dabo ei figurã
recti lineam,vt pote octogonã deſcriptam in-
tra eundem circulum b c d,quã inter ipſa qua-
drata medium fore proportionale probabo,
ipſum demum octogonum veriam in quadra-
tum, per vltimam ſecundi,& adimplebo reli-
qua, vt in præmiſſa demonſtratioae. Hæc Orõ
tius.

Ita igitur putauit quadraturã circuli inue-
niſſe,ac demonſtraſſe:Sed tamen moroſus quiſ
piam atq; rudis,iure negabit quadratum h l m
medium eſſe proportionale inter duo quadra-
ta e f:& b g d, Nam ſi proportionalia ſunt tria
illa quadrata b g d,h l m,& f e,latera igitur eo-
rum proportionalia erunt:eſt enim quadrato-
rum ratio dupla quàm laterum,per 20 propoſi
tionem ſexti:quapropter & ipſorum laterum
dimidia,item proportionalia erunt. Secet au-
tem recta a b.latus quadrati e f,in s, Idcirco ſi-
cut b g, ad h l, ſic h l, ad s e. His verò æquales
ſunt quæ ex centro a,ducuntur, videlicet a b,
a h,& a s:ſicut igitur a b,ad a h,ita a h,ad a s. Et
propterea diuiſim per 17, quinti, ſicut b h, ad
h a,ſic h s,ad s a. Atqui ſicut h s,ad s a, ſic h s,ad
s e per 7,eiuſdẽ quinti,ſicut igitur b h, ad h a,
ſic h s,ad s e,per 11, eiuſdem quinti, Aequian-
gula ſunt autem bina rectangula triãgula h e s,
& h g b,per 32,primi,ob æqualitatem angulo-
rum cõtrapoſitorum qui ad h: Idcirco ſicut h s
ad s e,ſic b h, ad b g.per 4 propoſitionẽ ſexti.
Et idcirco ſicut b h,ad h a,ſic b h,ad b g, per eã
dem 11,quinti. Equales ſunt igitur adinuicem
h a,& b g.per 9 eiuſdẽ quinti. Aequalis eſt au-
tem a b,ipſi b g,idcirco ipſa recta linea h a,ipſi
rectæ a b æqualis erit per cõmunem ſententiã,
pars toti quod eſt impoſsibile.

Oſtendetur etiam alio modo impoſsibile ſe
qui per 19,propoſitionem quinti,ſi tria illa qua
drata dentur proportionalia. Erit enim ſicut
b a,totum ad h a,totum,ſic h a, ablatum ad s a,
ablatum:quapropter ſicut b a,totum ad h a,to-
tũ ſic b h,reliquũ ad h s,reliquũ. Sed ſicut b h,

ad h s,ſic b g,ad s e,ob ſimilitudinem triangulorum b g h,& s e h: igitur ſicut b a, ad h a, ſic g b,ad s e,per vndecimã quinti, Arqui g b, ipſi b a,eſt æqualis,& s e,ipſi s a:igitut ſicut b a, ad h a,ſic b a ad s a:& propterea æqualis erit recta linea s a,ipſi h a,per nonã quinti,pars toti quod eſt impoſsibile. Et proinde quadratũ h l m, nõ eſt mediũ proportionale inter ipſa e f,& b g d, quadrata,quod aſſertum eſt ab Orontio. Demonſtrationem igitur Ptolomæi aut non intellexit, aut perperàm accõmodauit. Iam verò ſi aliud quadratũ inueniatur, quod inter eadẽ quadrata e f,& b g d,ſit medium proportionale, cuiuſmodi eſt id quadratum quod deſcribitur ex recta linea media proportionali inter latera eorundem quadratorum, & ponatur eis parallelum, ſecabit igitur vnum eius latus rectam a b,aut ante h,aut poſt h, & quoniam duæ rectæ lineæ ſuperficiem non concludunt, linea idcirco ab e, ducta per ſectionis punctum, non ibit recta ad g. Non deducet igitur Orontius circulum n o,tertiam magnitudinem proportionalem poſt quadratum b g d, & inſcriptum circulũ b c d,ex duobus quadratis b g d,& e f,& circulo b c d,iuxta ipſius inſtitutũ. Er deniq; quoquo modo id fieret, ſiue etiã cõcederetur quadratũ h l m, mediũ eſſe proportionale inter ipſa extrema quadrata b g d,& e f,adhuc nõ probat circulũ b c d,eſſe mediũ proportionale inter b g d,quadratũ,& circulũ n o. Citat autem vndecimã ſexti,ſed præter rem: nam in ea propoſirione tantũ docet Euclides quomodo duabus datis rectis lineis tertia proportionalis ſit inuenienda. Neq; ſoluit obiectionẽ quã fecit,ſi diceretur rectilineam quãuis figuram, porius quam circulũ n o, poſt quadratũ b g d, atq; circulũ b c d,fore tertium proportionale, quoniã videlicet data figura ad quadratũ reduci poſſet. Non enim dubitamus quonã modo figura quæcunq; rectilinea ad quadratũ ſit reducẽda,ſed artẽ ignoramus inueniẽdi figuram rectilineã,tertiã proportionalẽ poſt quadrarũ & circulũ. Solũ igitur probaret hæc ſua ſolutio,ſi quidpiã probaret,quod circuli quadratura poſsibilis ſit. Sed aliud eſt dato circulo æquũ quadratũ inuenire, quẽadmodũ propoſuerat. Et proinde falſa eſt circuli quadratura tradita ab Orõtio in protomatheſi,quod erat à nobis oſtendendum.

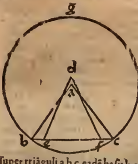
Orontij Finæi inuentũ de rectilinearũ figurarũ deſcriptioẽ merã eſſe hallucinationẽ.

CAP. XIIII. Reprehenſio. XI.

INregrum librũ compoſuit Orontius de abſoluta rectilineaiũ omnium & multãgularum figurarũ,que regulares appellantur deſcriptione,tã intra quã exrra datũ circulũ, ac ſuper quauis oblata linea recta. Sed quũ falſis innireretur,vanaq; ac fallacia iaceret fundamenta, quicquid cõſtruxit,corruat neceſſe eſt. Secũdũ libri problema ex quo reliqua omnia pendent ad literam ſubijciam,ne ſcripta eius alio modo referendo,quicquam videar immutaſſe.

Problema. 2. libri de figurarum multangularũ deſcriptione.

DAto triãgulo iſoſcele,cuius vterque angulorum qui ad baſin duplus ſit reliqui: cætera iſoſcelia triangula conſtituere, quorum vnuſquiſque eorum qui ad baſin ſunt angulorũ, eam rationem obſeruet ad reliquũ, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latusquæ per oblatum deſcribetur iſoſceles,ſimul reddere notum.



¶ Sit datum iſoſceles triãgulũ a b c, cuius vnuſquiſque eorũ qui ad baſin b c, ſunt angulorũ, duplus ſit reliqui anguli qui ad a, p decimã quarti geometricorũ elementorũ:cuiꝰ inſuper triãguli a b c,eadẽ baſis b c,ſit latꝰ pẽtagoni,in circulo qui eidẽ circũſcribitur triangulo deſcripti,p vndecimã eiuſdẽ quarti elemẽtorũ Ex hoc itaq; triãgulo iſoſcele a b c, veluti radicali & primario,cætera deducemꝰ & pocreabimꝰ iſoſcelia triãgula:quorũ vnuſquiſq; eorũ q ad baſin erũt angulorũ,cæteras rationes multiplices,vtpote triplã,quadruplã,quintuplã,ſexcuplã(& ſic cõſequẽter)ad reliquũ obſeruabit angulũ:quorũ præterea baſes,cæterarũ multangularũ et regulariũ figurarũ latera,in eis deſcriptarũ circulis,qui eiſdẽ circũſcribẽtur triãgulis, ſuo pręfiniẽt ordine. Quod neminẽ hactenꝰ vel fecisse,

feciſſe, vel excogitaſſe: quàm plurimos autē & propoſuiſſe, & ſæpius deſideraſſe compertum habemus.

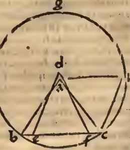
In primis itaque (vt ad rem ipſam deueniamus) diuidatur baſis b c, ipſius trianguli iſoſcelis a b c, in ſeptem partes inuicē æquales, per antecedens problema primū: & relicta vna ſeptima parte ad vtroſque limites ipſius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in baſin ſubrogentur alterius iſoſcelis trianguli, cuius bina latera ipſis a b, & a c, lateribus ſint æqualia, ſitque huiuſcemodi triangulum d e f, cuius baſis eſt ipſa e f, prædictarum 5. partium. Aio itaque primum, angulum e d f, qui ſub æquis lateribus ipſius trianguli d e f, comprehenditur, ſubtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, deſcripti intra circulū eidem triangulo d e f, circūſcriptum: vtrunque præterea angulū qui ad baſin conſiſtit e f, triplum fore reliqui anguli, qui ſub eiſdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cum enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales: baſin quoque baſi habent æqualem. per quartam primi elementorum. Bina rurſum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & baſin baſi æqualem: habent verſa vice contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipſius primi elementorū. Quoties inſuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum vero angulo ſub æquis lateribus contento maiorem: baſis vnius baſi alterius reſpondenter eſt maior, per vigeſimāquartam eiuſdem primi elementorum. Item ſi eadem bina triangula habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, baſin autem baſi maiorem: è conuerſo angulum ſub æquis lateribus contentū angulo maiorem habebunt, per ipſius primi elementorum vigeſimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere eſt, in quibuſlibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data baſium magnitudine, proportionatam ſubſequi eorūdem angulorum qui ſub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc eſt angulos ipſos baſium imitari proportionem, & è diuerſo. Cum igitur præfata iſoſcelia triangula a b c, & d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis æqualia, & baſes b c, & e f. ſint adinuicē inæquales; ſi vnius trianguli angulus qui ſub æquis lateribus cōtinetur, ab alterius trianguli baſi denominetur, neceſſum eſt & reliquum angulum à reliqua baſi reſpōdēter denominari. Tantū enim altera prędictarū inæqualium baſium ſubtenſum auget angulum, quantū minuit & reliqua: ob ſeruatam laterū inuicē æqualiū hypotheſin. Angulus porrò b a c, ſubtendit baſin b c, partiū 7. quæ eſt latus pētagoni æquilateri & æquianguli, à quinario numero partiū baſis e f, denominati, & in eo circulo deſcripti, qui ipſi a b c, triangulo circūſcribitur, per vndecimā quarti ipſorū elementorū. Angulus igitur e d f, ſubtendit verſa vice latus heptagoni æquilateri & æquiāguli, quod a ſeptenario numero partiū baſis e f, denominatur, & in circūſcripto eidē triangulo d e f, deſcribitur circulo: vtpote baſin e f, partiū 5. qualium ipſa b c, eſt 7. Nam qualium partium circunferentia circuli eſt 35: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 7. heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7. aut ſepties 5: conficiunt 35. Baſis igitur e f, ipſius trianguli iſoſcelis d e f, eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto eidem triangulo d e f, deſcribitur circulo. Quod autem vterque angulorum, qui ad baſin conſiſtunt e f, ipſius iſoſcelis trianguli d e f, triplus ſit reliqui anguli qui ſub e d f continetur: ſit per ſeſe manifeſtum. Cū enim angulus e d f, ſubtendat baſin e f, quæ eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipſi d e f, triangulo circunſcribitur deſcripti: ſubtēdit ergo ſeptimā circunferentiæ partē eiuſdē circūſcripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f, & d f e, qui ſunt ad baſin e f, reliquas ſex partes ſeptimas ſibi vendicabunt: qui cum ſint æquales ad inuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualiū angulorum, tres ſubtendet eiuſdem circunferentiæ ſeptimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui ſub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodum ex ipſa præcedēti licet intueri figura.

¶ Item ſi præfata baſis b c, eiuſdem iſoſcelis trianguli a b c, in nouē partes inuicem ęquales per antecedēs problema diuidatur. Et reliqua.

Putat igitur Orontius quòd in ipſis duobus triangulis iſoſcelibus a b c, & d e f, quoniam duo latera æqualia a b, & a c, duobus lateribus æqualibus d e, & d f, æqualia ſunt eā propterea

 rationem

rationem habebit angulus b a c, ad angulũ e d f quàm baſis b c, ad baſin e f. Et idcirco ſi qualiũ partium b c, eſt 7. talium eius pars e f, eſt 5. fueritq; ipſe angulus b a c, quinta pars duorum rectorum; ſequitur vt angulus e d f, ſit duorum rectorum ſeptima: vterq; verò angulorum d f e; f e d, eiuſdem anguli e d f, triplus: quæ omnino falſa eſſe breuiſsimè ac lucidiſsimè demonſtrabo. Deſcribatur enim ſuper centro a, interuallo autem a b, aut a c, circulus b c g. In quo per primam quarti elemẽtorum Euclidis rectæ lineæ e f, quæ diametro minor exiſtit, æqualis coaptetur, c K, & cõnectatur a K.



Iſoſceles eſt igitur triangulum a c K, & duo latera a c, & a K, æqualia ſunt duobus lateribus d e, & d f, triãguli d e f, quapropter angulus e d f triãguli d e f, angulo c a K, triãguli a c K, æqualis eſt per octauã primi. Habet igitur angulus b a c, eandem rationem ad vtrunque angulum e d f, c a K. At verò ſicut angulus b a c, ad angulum c a K, ſic circunferentia b c, ad circunferẽtiam c K, per vltimam ſexti libri, ſicut igitur angulus b a c, ad angulum e d f, ſic circunferentia b c, ad circunferentiam c K. Atqui per ea quæ demonſtrauit Ptolomæus in primo libro magnæ conſtructionis capite nono, maiorem habet rationem circunferentia b c, ad circunferentiam c K, quã recta b c, ad rectam c K. Igitur maiorẽ rationem habebit angulus b a c, ad angulum e d f, quã recta b c, ad rectã c K, per 13 propoſitionem quinti. Sed ſicut b c, ad c K, ita eadẽ b c, ad e f, per 7 propoſitionẽ ipſi⁹ quinti: æquales enim ſunt c K, & e f, idcirco moiorẽ rationẽ habebit angulus b a c, ad angulũ e d f, quã recta b c, ad rectã e f: falſus igitur eſt Orõtius, & falſæ ſunt quas attulit deſcriptiones figurarum multangularũ. Iam enim angulus e d f, latus heptagoni æquilateri & æquianguli minimè ſubtẽdet. Nec angulus d f e, aut f e d, triplus erit ipſius e d f. Et hæc noſtra demõſtratio probat in vniuerſum cætera quæ ſequũtur de deſcriptione nonagoni, & aliarum figurarum, & diuiſione angulorum vſque ad finem ſui libri, falſa eſſe. Captus eſt autem Orontius leuiſsimo argumento. Quamuis enim cum duo latera vnius trianguli duobus lateribus alterius trianguli ſunt æqualia, ſi præterea angulus angulo eſt æqualis, baſis baſi eſt æqualis, & ſi angulus angulo eſt maior, baſis baſe eſt maior, & ſi angulus angulo eſt minor, baſis baſe minor eſt, nõ ſequitur tamen vt anguli & baſes proportionalia ſint. Quemadmodũ ſi duorũ quadratorum latus lateri eſt æquale, quadratum quadrato æquum eſt, ſed ſi latus lateri maius fuerit, quadratũ quadrato maius eſſe neceſſe eſt, ſi verò latus latere minus, & quadratum etiam quadrato minus, non ſunt tamen proportionalia quadrata & latera, ſed ſemper quadratorum ratio dupla quàm laterum. Item ſi duarum rationum fuerit denominatio vnius denominationi alterius æqualis, æquales erũt ipſæ rationes, ſi maior fuerit vna denominatio altera, ratio etiam ratione maior erit, ſed ſi minor fuerit denominatio denominatione, & ratio quoq; ratione minor erit. Non tamen neceſſe eſt vt rationes & denominationes proportionalia ſint. Nã ſexcuplæ rationi denominatio eſt 6. triplæ vero 3. dupla eſt igitur denominatio denominationis: ſed nõ eſt ſexcupla ratio triplæ rationis dupla. His igitur & multis alijs exẽplis ab eo errore auelli poterat, quando nulla demõſtratio ei ſuccurrebat. Et in eodẽ fuit errore quidam cõplutenſis magiſter, qui in Thomæ Brauardini geometria ingenioſus videri voluit. Quòd ſi duorum illorum iſoſceliũ triangulorũ, eſſet angulorũ ratio æquis lateribus contentorũ, eademq; baſiũ, minimo certe negocio ea tabula de arcu & chorda conſtrueretur, quam tot ſyllogiſmis, tantoq; labore, compoſuit in magna conſtructione Ptolemeus. Vt ſi exẽpli gratia operæpretium foret cognoſcere, quot partiũ ſit ea linea recta quæ quintam circunferentiæ partem ſubtendit, ideſt gradus 72. qualium eſt diameter 120. quoniã circuli ſemidiameter ſextam ſubtẽdit, habet autẽ ſexta ad quintam eam rationẽ quã 5 ad 6. & eſt circunferentiarũ ratio quæ angulorũ, foret igitur partiũ 72. ipſa recta linea ſeptimã ſubtendẽs vniuerſæ circunferentiæ partẽ, & proinde latus decagoni quoniam dimidiũ anguli ſubtendit foret 36. ea verò recta linea quæ quadrantẽ circunferentiæ ſubtendit foret 90. & quæ vnũ tantum gradũ foret 1. & ita deinceps per eoſdẽ numeros partiũ circunferentiæ diuiſæ in 360. Itaque nulla

earum

earum linearum quas ſupputauit Ptolemeus irrationalis haberetur. Sed non eſt ita.

Orontium vehementer erraſſe in inueſtigatione longitudinis locorum, ob ignorantiam primorū rudimentorū aſtrologiæ.

CAP. XV.

Reprehenſio. XII.

NEceſſe non eſt vt prolixè referatur modus Orontij ad inueniendas locorū loogitudines, nam is fermè eſt quem antè tradidit Ioannes Vernerus Norūbergenſis, in annotationibus geographiæ Ptolemei, & deinde Petrus Apianus, videlicet per locum lunæ obſeruatum, ſed in ſumma tantum, Cæterum Ioannes Vernerus ſimplicius rem tractauit. Orōrius docet in primis quomodo ex vulgato diario numeri motus lunaris eliciendi ſint, & conſtruenda tabula per quam ſingulis diebus facilè cognoſcatur quota hora ac minuto, luoa peruentura ſit ad meridianum loci radicalis, & eiuſdem verus motus tunc deprehendatur. Docet præterea quomodo conſtruendum ſit inſtrumentum regularum Ptolemęi, quod habendū eſt in prōptu, ſimul cum horologio quopiam mobilium rotarū, & ſphæta vulgari, aut ſolida, aut ex armillis compoſita. Vt cum luna meridianum occupauerit loci longitudinis ignotæ, per tempus à meridie fluxum, quod horologium indicabit, ſub globi meridiano gradus eclipricæ collocetur, ſimul cum luna perueniens ad meridianū, Tunc verò deprehendenda eſt per ipſas regulas Ptolomæi, eius altitudo ſupra horizontem & ſupputanda in meridiano globi, pet ſinēq; ſemi circulus ducendus à polis eclipticæ, qui ipſius lunę locum in ecliptica cōmonſtrabir. His igitur præparatis vt differētia longitudinis dati loci et radicalis deprehēdatur, quodam ſubiungit documentum atq; præceptum, quod ad literā ſubijciā. ❡ Animaduertas (inquit) lunam citius peruenire ad meridianum orientalis loci, reſpectu radicalis, & ſub maiori propterea temporis ſupputatione, quàm ad ipſius loci radicalis meridianum: ad meridianū verò occidentalis loci tardius, & ſub minori tēporis, hoc eſt horarum & minutorum numero. Nam io locis orientalibus citius eleuantur ſydera ſuper horizontem, quàm in occidentalibus. De vero autem lunæ motu, qui fit ab occaſu per mediū cæli verſus ortū, ſecus eſt: quoniā in locis orienralibus, is erit ſemper minor, quā in occidētalibus. Interea enim dū luna ad motum vniuerſi, ab orientali ad occidentalem perducitur meridianū, aliquid de Zodiaci lōgitudine propria larione in contrariū perambulat: quo verus eiuſdē lunæ motus augetur. Locus igitur ad cuius meridianū luna ſub maiori horarū & minurorū numero, & cū minori motu, quā ad radicalē perueniſſe cōperietur, orientalior erit ipſo radicali. Si autē ſub minori earundē horarū & minutorū, ſed maiori motus lunæ id acciderit ſupputatione: idē locus occidētalior erit radicali. Sed qua differētia idē locus datus orientalior, vel occidētalior fuerit ipſo radicali: in hunc modū cōprehendes. Si datus locus repertus fuerit oriētalior radicali, ſubducēdū eſt tēpus applicationis lunæ ad meridianū loci radicalis, à tēpore applicationis eiuſdē lunę ad ipſius dati loci meridianū: ſed verus lunę motus eodē applicationis tēpore, ſub dati loci meridiano repertus, auferēdus eſt à vero motu eiuſdē luoæ, quē dum ipſa luna ad radicalem perduceretur meridianū oſſēdiſti. Relinquerur enim differentia tēporis, atq; veri motus ipſius lunæ differentia duabus obſeruationibus intercepta. Ipſam porrò tēporis differentiam in partes æquatoris ſolito more conuertas: differētiæ autē veri motus lunaris, rectam ſupputabis aſcenſionē, quam ab ipſa tēporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem propoſita longitudinis differentia: qua ſcilicet datus locus orientalior eſt radicali. Ar ſi datus locus eodem radicali fuerit occidentalior, contrariam operandi rationem prorſus obſeruabis, ſubduces namq; tempus applicationis lunæ ad ipſius dati loci meridianum, ab eo tempore quo luna ad meridianum radicalem perducta eſt, atq; verū lunæ motum ſub radicali meridiano contingentem, ab eo qui tempore applicationis eiuſdem lunæ ad dati loci meridianum repertus eſt. Et mediantibus his differentijs, ipſam longitudinalem colliges differentiam.

Ita complexus eſt Orontius artem inueniendi differentias, longitudinum locorū, eamq; duobus exēplis explanat. In quibus radicalem conſtituit meridianū Pariſienſem, ad quē conferendi ſint duo alij meridiani, alter ipſo radicali orientalior, alter verò eodem occidentalior, vt denique eorundem meridianorum differen-

differentia deprehendatur. Ponit igitur in primo exemplo lunam perueniſſe ad meridianũ dati cuiuſpiam loci hora 14, vna cum 17 minutis à meridie, 15 diei Nouẽbris, & inuentá eſſe tunc inſtrumento regularum atq; ſphęra iuxta modũ ſuperius traditum in 20, gradu vná cũ 25 minutis Cancri. In ſecundo autem ſupponit lunam perueniſſe ad meridianum dati cuiuſdam loci hora 13, minuto verò 17, à meridie eiuſdem 15 diei Nouembris, & occupaſſe tunc gradum 20, & 55, minuta ipſius Cãcri. In vtroq; tamen exemplo lunam ſubijcit perueniſſe ad radicalem Pariſienſemq; meridianũ hora 13 minuto ferè 47, à meridie eiuſdem diei quindecimi Nouembris, obtinuiſſeq; tunc gradum 20, cum 40, minutis eiuſdem Cancri. Sicq; cõcludit, ſupputatione facta, primum meridianum diſtare à meridiano Pariſienſi verſus ortum gra. 7. & mi. 14, ſecundum vero diſtare ab eodem Pariſiẽſi meridiano verſus occaſum gra. 6. mi. 59.

Quoniam verò fortaſsè quiſpiam ſuſpicaretur lunares motus cũ regulis Ptolemei, necnon ſphæra, quemadmodum docuit inuẽtos, ob aſpectus diuerſitatem veros non eſſe, ſed videri, vt haoc tolleret ambiguitatem, ita ait. Deniqꝫ notandum eſt, dum luna ſub ipſo locatur meridiano, locum eius viſibilem, hoc eſt viſuali radio per a d, regulam obſeruatum, deſignare ſimul verũ eiuſdem lunæ locum in cęlo, propterea quòd nulla tunc ſit aſpectus diuerſitas, ſeu inter verum locum & viſibilem differentia ſecundũ ipſius zodiaci longitudinem.

Prolixius aliquanto quam putarã, modum tradidi Orontij ad inueniendas meridianorũ differentias, ſed nihil breuius oportere exiſtimaui, vt eius improbationes atq; confutationes planè à quibuſlibet vel parum in aſtrologia verſatis caperẽtur. Errat, aut potius inſanit Orontius, quoniam putat, ſub maiori horarum ac minutorum oumero lunam peruenire ad meridianum loci orientalis, quàm occidentalis. Ponamus enim vt facilius hoc à rudibus percipiatur, ſolem occupare initium Capricorni, & ſub terra eſſe in meridiano cuiuſdã loci nocte videlicet media, ideſt hora duodecima à meridie, lunam verò oppoſitum punctũ obtinere, initiũ ſcilicet Cancri, atque in meridiano eſſe ſupra terram. Et intelligamus tunc ipſam lunã moueri ad occaſum motu diurno, vnà cũ alijs ſphæris, quæ propterea quòd ſimul in contrariam partẽ mouetur, ſecundũ ſignorum conſequentiam verſus ortũ, tardius idcirco quã ipſũ Cancri initium alterius loci occidentalioris meridianum occupabit. Erit autẽ huiuſmodi mora, ea temporis portiuncula arcusve æquinoctialis, cum qua aſcendit in horizonte recto pars illa zodiaci, quam interea ipſa luna peragrã ſierit, quemadmodũ de dierum naturaliũ inæqualitate intelligere ſolemus. Igitur quã primum idem Cancri initiũ meridianum ſecũdi loci occupauerit, erit procul dubio ipſi loco ſecundo qui primo eſt occidentalior, media nox ideſt 12ª à meridie: ſiquidẽ ſol tunc in oppoſito puncto erit eiuſdẽ meridiani, ſub terra, ſed vt luna perueniat ad eundẽ ſecũdi loci meridianum, adijciẽda eſt prędicta tẽporis portiuncula. Manifeſtũ eſt igitur ex hoc exẽplo, noo ſub minori, inmo verò ſub maiori horarum ac minutorũ numero lunã peruenire ad meridianũ loci occidentalis, quã orientalis. E cõtrario autẽ ad meridianũ loci orientalioris ſub minori temporis mẽſura peruenire. Sydera verò fixa quia tardiſsime mouẽtur, quota tẽporis appellatione in vna die ad vnũ perueniunt meridianũ, tota in eadẽ die perueniẽt ad reliquos, vt ſi cor leonis hoc preſenti anno 1546, die Ianuarij 12, aut 13, perueniat ad meridianum Conimbricenſiũ hora 13, à meridie, ad meridianũ etiã Pariſienſium qui ſunt orientaliores perueniet eadẽ die ſub eadem temporis mẽſura horarũ 13 poſt meridiem, itemq; ad meridianum inſularum fortunatarum, quæ ſunt occidentaliores, & ad reliquos totius orbis meridianos, tametſi citius ad meridianos orientalium, quã occidentalium. Nec circa hæc inſiſtendum eſt rationi ſcrupuloſę de minutis à ſole motu proprio interea prrãſitis, quæ huiuſmodi cõputationi nõ nihil detrahere videntur: illud enim inſ'ẽſibile reputamus. Quòd ſi ſub varia tempo:is menſura appellationeve venirent ſydera ad differẽtes meridianos, nihil ꝓfectò foret ſa cilius, quã differentias longitudinũ locorum qualibet die metiri. Ipſorũm enim inæqualium temporum differentia, foret item longitudinũ locorũ differentia: at non eſt ita. Non enim cum fixa ſydera mouentur, ſol immotus permanebit. Qua igitur ratione, huius cõtrarium planè aſſerat Orõtius, non intelligo, tantum video eum in magno verſari errore, atq; hallucinatione, à qua ij etiam qui dumtaxat tribus aut quatuor dieb9 primas aſtronomię introductiones deguſtarũt ſe explicare poſſent.

Rurſus in magno alio eſt errore, quoniam

putat verum lunæ locum in Zodiaco,à viſo ſeu apparenti nihil differre, quoties ea conſtituta fuerit in meridiano,nullamq; tunc habere aſpectus diuerſitatem,in eclipticæ longitudine: in quo iterũ aſtronomiæ prorſus ignarus videtur. Nam vt luna careat aſpectus diuerſitate in longitudine,locatã eſſe neceſſe eſt in circulo maximo transeunte per polos eclipticæ & horizõtis.Nũquã verò meridian⁹ per polos eclipticæ tranſit,niſi cũ initia Cancri & Capricorni in ipſo fuerint meridiano,luna igitur in meridiano cõſtituta vt aſpectus diuerſitate careat ſecundũ Zodiaci longitudinẽ, initia Cancri & Capricorni in eodẽ eſſe meridiano neceſſe eſt.Quapropter quoties luna in meridiano fuerit cũ alijs eclipticæ punctis,præter ipſa Cancri & Capricorns principia,alius erit eius ver⁹ locus in longitudine Zodiaci,quàm isquẽ viſus oſtenderit.Tantum autẽ bis in menſe initia Cãcri & Capricorni luna tenet, ſolũ igitur bis in menſe luna in meridiano conſtituta,verum habebit locum ſecundum Zodiaci longitudinem à viſo minimè differentẽ.Idq; in mẽſe pluribus quàm duobus terreni orbis meridianis accidere,impoſsibile eſt,& propterea errat Orontius.Adde quòd nec locus lunæ viſus in ecliptica poterit illa arte exactè deprehendi. Quid enim iuuabit eius diſtantiam ab Horizontis vertice per regulas Ptolemæi cũ minutis ac ſecundis inueniſſe,ſi deinde ea diſtantia numerãda collocãdaq; eſt in globo illo ſeſquipedali,cuius partes in tot minutias partiri non poteruut? Quod ſi vel tantillum à iuſto in re hac ſcrupuloſa deuiaueris, locum lunæ viſum in Zodiaco non offendes, ſed alium ſenſibili quadam differentia aut maiorem, aut minorẽ. Non enim parum refert cuinam meridiani pũcto ſemicirculus per polos eclipticæ ductus ſit coaptandus. De horologio autem mobilium rotarum multa ſuſpicio eſt, nec ea immerito. Præterea cum locum ſolis cognitum ſuppoñat Orontius,tametſi ignorari neceſſe ſit in meridiano nondum cognito, præſtaret idcirco per altitudinem alicuius ſtellæ locum habentis cognitum,quemadmodum in noſtro libro crepuſculorum horam inueſtigare : horologium igitur ſuperuacaneũ eſſet. Sed iam quid opus erat globo illo ſeſquipedali ad inueniendum locum lunæ viſum in Zodiaco,quem à vero putat nihil differre? Nam deprehenſa altitudine poli & diſtantia lunæ à vertice cum in meridiano exiſtit,cognita etiã aſcenſione recta gradus eclipticæ ſimul cũ luna in ipſo meridiano exiſtentis,poterit per problema 55.tabulæ primi mobilis,aut facili quadã geometria ſphæricorũ triangulorũ,locus ipſius lunæ in Zodiaco cognoſci. Duobus enim lateribus vnius trianguli, ſimul cum angulo eiſdem comprehenſo cognitis, reliquum latus & reliqui anguli cognoſcentur. Atqui quantum diſtat polus mundi maniſeſtus à luna in meridiano conſtituta, ex obſeruatione innotuit: diſtantia præterea eiuſdem poli ab ecliptice polo viciniore nota eſt,graduũ videlicet 23.& dimidij ferè, angulus verò qui in ipſo mundi polo his duabus diſtantijs,arcubusve circulorũ maximorũ cõcluditur,cognitus exiſtit, quippe qui rectam aſcenſionẽ metiatur arcus eclipticæ ſemicirculo minoris,inter initium Capricorni intercepti & punctum illud quod ſimul cũ luna ad meridianum peruenit:baſis igitur huiuſmodi triãguli,quæ complementũ viſæ latitudinis lunæ exiſtit,& angulus qui ad polũ eclipticæ viſam diſtantiam lunę ſubtendit ab initio Cãcri per Zodiaci longitudinem,innoteſcent. Et poterat præterea loco ſolis & tempore quod à meridie fluxit ignoratis,per altitudinem alicuius ſtellæ cognitæ , aſcenſionem rectam gradus eclipticæ ſimul cum luna in meridiano exiſtẽtis,abſq; globi auxilio cognoſcere, eius quidẽ anguli magnitudinem numeris inueſtigando, qui ad mundi polum diſtantiam eiuſdem ſtellæ à verticali puncto ſubtendit: iã igitur locus lunæ viſus prædicto modo cognitus eſſet. Rurſum per diſtantiam ipſius lunæ à duabus ſtellis cognitis, quemadmodum in ſeptimo libro epitomæ Ioannis de monte Regio, viſus etiam locus cognoſceretur. Item parum ſcitè ſupputauit Orontius quota hora luna peruentura eſſet ad meridianum loci radicalis, neglecta æquatione dierum quæ in ipſa luna magnum habet momentum: perperàm igitur poſteà horis vulgaribus per horologium illud rotarum mobilium deprehenſis, vſus eſt.

Sic igitur patet Orontium multis modis atque turpiter erraſſe,in inueſtigatione differentiæ longitudinis locorum. Et idem quoq; multis ante annis conatus eſt inuenite vir doctus Ioannes Vernerus,etiam per motum lunę,ſed diſsimiliter,quemadmodũ in annotationibus quas in Geographiam Ptolemæi compoſuit, ſcriptum reliquit. Iubet enim vt in loco longitudinis ignotæ, ad momentum cognitum, diſtantia lunæ ab aliquo ſydere fixo, parũ aut nihil

nihil ab ecliptica recedente per baculum aſtro
nomicum capiatur. Ea autem diſtantia diuidē
da eſt per motum lunæ horarium, & exibit tē-
pus coniunctionis lunæ cum eodem ſydere fi-
xo. Deinde eliciēdum eſt ex tabulis motus lu-
næ eiuſdem coniunctionis tempus, ad meridia
num cognitæ longitudinis. Ipſa deniq; duo tē-
pora inuicem conferendo, eorundem locorum
differentia longitudinis innoteſcet. Diuerſita
tem verò aſpectus in longitudine modicam di
cit eſſe, & propterea eam contēnendam ducit,
vel deprehendendam ex quinto libro magnæ
compoſitionis Ptolemæi: nam ſtatim (ait) ex
viſa illa lunæ & eiuſdem fixi ſyderis diſtantia,
vera eorum elōgatio reperietur. Sed & hunc
etiam modum non nihil fallacem inuenio. Et-
enim ſi is locus in quo fit obſeruatio incognitā
habet longitudinem, motum ſolis ad eiuſdem
loci meridianum ignorari neceſſe eſt: tempus
igitur obſeruationis incognitum erit, niſi ho-
rologijs rotarum mobilium, vel alijs huiuſmo-
di perpendatur. Item fallax eſt, quoniam acci-
det aliquando diſtantiam lunæ ab ſtella non
eſſe omnino longitudinis, ſed latitudinis, hoc
autem ab oculo inſpectoris non ſemper Inter-
noſci, præſertim ſi luna ex ſtat apud ortū aut
occaſum. Neq; in ipſo meridiano incognitæ
longitudinis eam licebit ambiguitatē diſſolue
re per tabulas conſtructas ad meridianū cogni
tæ longitudinis: neceſſe eſt enim in tempore in
termedio, ſi diuerſi ſunt meridiani, latitudinē
variari, ſed diuerſitas illa nullo modo dignoſci
poterit. Quòd ſi iam cōpertum eſſet ipſo tem-
pore obſeruationis, lunā habere latitudinem,
nondum igitur liceret diſtantiam lunæ à ſyde-
re fixo in ecliptica exiſtente, aut oppoſitæ de
nominationis latitudinem habente, pro arcu
longitudinis Zodiaci accipere. Aſpectus verò
diuerſitatem in longitudine quam parui æſti-
mat, pluris ego facio quam reliqua quę obieci.
Conſtat enim motum lunæ in vna hora dimi-
diū eſſe circiter vnius gradus: cum igitur diuer
ſitas aſpectus in longitudine vnum gradū ha-
bere poſsit, ſi eam paruipendendam ducamus.
continget aliquando in errorem duarum hora
rum, ſiue graduum 30. incidere in ipſa quæſita
meridianorum differentia. Quod ait ex viſa lu
næ & fixi ſyderis diſtantia, veram eorum elon
gationem per quintum librum Ptolemæi ſta-
tim reperiri, non negamus, ſi modo diſtantia
lunæ à centro terræ in eo ſitu cognita fuerit, &
cætera dentur quæ Ptolemæus ad demonſtra-
tionē ſumit: ſed hæc in meridiano illo incog-
nitæ longitudinis ignorantur, in quo fit eiuſ-
modi obſeruatio. Quapropter & veram lunæ
elongationem ignorari neceſſe eſt.

Hæc tamen puto virum doctum Vernerū
non ignoraſſe, ſed deſpexiſſe tantum, atque ob
ſeruatoris iuditio reliquiſſe. Hunc enim inſpi-
cere oportet, quanto interuallo fixum ſydus
atq; luna ab ecliptica diſtent, & ad quales par-
tes. Neq; vllum erit incōmodum, ſi per tabu-
las compoſitas ad meridianum cognitæ longi-
tudinis, hoc perpenderit. Siquidem latitudo
lunæ duodecim horario ſpacio, quod vniuer-
ſam complectitur longitudinem, parum varia
tur: captanda igitur erit diſtantia lunæ a ſyde-
re aliquo fixo, æqualem ferè latitudinem ha-
bente, & ad eandē partem: viſum enim inter-
uallum inſenſibili exceſſu differet ab arcu viſæ
elongationis in ecliptica. Tempus elapſum à
meridie indicabit eiuſdem ſyderis fixi, aut cu-
iuſpiam alterius cogniti altitudo, ſimul cum lo
co ſolis per eaſdem tabulas deprehenſo, idque
numerorū officio, quemadmodū in libro cre-
puſculorū. Nā maximus error qui accidere po
terit, in loco ſolis ex tabulis elicito ad meridia
nū incognitæ longitudinis, dimidiū eſt vnius
gradus. Cæterū hoc in ipſa temporum compu
tatione duo minuta horæ non excedit. Diſsi-
milis eſt ratio in Orōtij modo. In eo enim per
elapſum tēpus à maridie, & aſcenſionem rectā
loco ſolis debitā, is gradus eclipticæ ſub globi
meridiano collocatur, cum quo luna ſimul ad
meridianum peruenit. Quarè ſi in cōputatio-
ne motus ſolis, lapſus acciderit dimidij gradus,
tantundem circiter errabitur in aſcenſione rec
ta, itemque in ipſo gradu eclipticæ ſub meri-
diano conſtituto, atque demū in loco lunæ vi-
ſo, ſi ea in ecliptica videatur nihil minus. At-
qui dimidium vnius gradus pertranſit luna in
una ferè hora, errabitur idcirco in differentia
longitudinis locorū hora vna ferè, ſiue gradus
15. Sed redeamus ad Ioannis Verneri modum.
Nihil in eo ambiguū relinqui video, præter aſ-
pectus diuerſitatē, quam quidem hac arte exa-
minabimus. Locum lunæ in longitudine Zo-
diaci viſum verum eſſe ſupponemus, quanquā
non ſit: accepta igitur altitudine lunæ cū inſ-
trumento regulatum, ex ipſo vero motu lunæ,
& diſtantia eius viſa à polo horizontis in cir-
culo altitudinis, atq; altitudine poli cognita,
ad datū obſeruationis tempus diuerſitatem aſ-
pectus cōputabimus per quintum librū Ptole-

mæi,

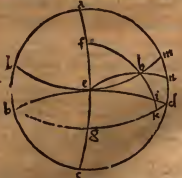
ſtæ:ipſam verò aſpectus diuerſitatem auferemus à loco lunæ viſo, quem verum ſuppoſuimus, ſi ea reperta fuerit inter gradum aſcenden tem & nonageſimum, eandē verò adijciemus ſi inter gradum occidentem & eundem nonageſimum, & verus lunæ motus prodibit ad idē obſeruationis tempus. Neminem vero perturbari velim, quòd cum loco lunæ viſo tanquam vero, aſpectus diuerſitatem quæſiuerim. Nam non tanta eſſe poteſt differentia inter locum verum atque viſum, in longitudine Zodiaci, vt diſtantiam lunæ à centro mundi ſenſibiliter variare poſsit: idem enim fermè ſitus habebitur, vel in eccētrico, vel in epicyclo. Quapropter ſi ad locum viſum tāquam ad verum, diuerſitatem aſpectus perquiramus, eandem inueniri neceſſe eſt. Hoc itaque modo tradito a Ioanne Vernero differentia longitudinis locorum facile poterit inueniri. Vel inueſtigetur locus lunæ, aut per diſtantiam eius viſam à duabus ſtellis cognitis, quemadmodum ſuperius meminimus, aut inſtrumento armillarum, & addita aut ſubtracta aſpectus diuerſitate, verus eius locus prodibit. Tunc verò eliciatur ex tabulis ad meridianum cognitæ longitudinis certiſſimum tempus, quo luna eundem locum Zodiaci occupat: ipſorum enim temporū differentia, erit & meridianorum interuallum. Aduertendum eſt tamen ob fallaciam inſtrumentorū non nihil erroris ſemper accidere: in motu enim lunæ ob errorē quartæ partis vnius gradus, errabitur in longitudinis locorū differētia vnius horæ dimidium ferè, ideſt gradus $7\frac{1}{2}$ & propterea ad metiendū differentiam longitudinis eorum meridianorū, quorū interuallū haud magnum fuerit, alia via quærenda eſſet. Cæterum modus certiſsimus eſt, & ad imitatio nem Ptolemæi, qui interdiù per locum ſolis, lo cum lunæ viſum inſtrumento armillarū deprehendit, noctu verò per locum lunæ ſtellarum loca inuenit. Ea autem quæ excogitauit Oron tius falſa ſunt, atque enormia, & præter artem.

Vehementer etiam erraſſe Orontium, in inueſtiganda longitudine atque latitudine eius loci, cuius diſtantia itineris à radicali vna cum poſitionis angulo cognita fuerit. CAP. XVI.

Reprehenſio XIII.

NON parui æſtimat Orontius, quòd cum vulgato aſtrolabio eorū duorū locorū intercapedines, ſimul cū poſitionis angulo, inueſtigare poſsit, quorum latitudines cum longitudinis differentia cognitæ fuerint, & viciſsim per latitudinē vnius loci cognitā, atq; itineris diſtantiā ab altero, vnà cū poſitionis angulo, differentiā longitudinis & latitudinis inueniat, idq; in tabula aſtrolabij ad alterū datorū locorū exarata: quēadmodū ex horis trāſactis à meridie, aut in vniuerſū ex diſtantia ſyderis à meridiano, eiuſdēq; declinatione, diſtantia à verticali pūcto elici ſolet: & rurſus ex ipſo interuallo atque declinatione cognitis, quantū idē ſydus à meridiano diſtet, innoteſcit. Quaſi hoc peruulgatū non eſſet atque compertum, non ſolū mathematicis, ſed etiam ijs mechanicis, qui orbis deſcriptiones in plano faciunt, mariſnaſque chartas deliniant, & differentias longitudinis vel in globis, vel in aſtrolabijs, per latitudines & poſitionum angulos, aut itinerum diſtantias, metiūtur. Eſt enim apud eos cōmune & indubitatū proloquiū, idem oportere fieri in locis orbis deſcribendis, aut diſtantijs inueniendis, quod in fixis ſtellis collocandis. Vt igitur paulo altius rē hāc tractaret Orontius, operæpretiū erat generalem tabulam exarare, omnium Horizōtum parallelos ſiue Almicantarath poteſtare referentē, vt citra linearū confuſionē, quorum cūnque locorum habitudines in ea conſpici poſſent. Cuiusquidem tabulæ abſolutam deſcriptionē, vſum atq; demonſtrationem, in libro de Aſtrolabio tradidimus, quem iam & pleraq; alia opuſcula noſtra in publicum mitteremus, ſi hominem ſculpendi & imprimendi peritum haberemus, quales hodie ſunt in Galia atq; Germania permulti, ijq; ingenioſiſsimi. Sed in his etiā tam peruulgatis quæ affert Orōtius, vehementer errat. Ait enim in ſecūdi problematis fine, quòd ſi poſitionis angulus 90. gradus habuerit, locus datus ſub eodem erit parallelo cum ipſo loco radicali, differens ab eo ſola longitudine, & deinde in tertio, Non obliuiſcaris (inquit) oportet, quoties idem poſitionis angulus fuerit rectus tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam, & ipſa loca

loca eandem ab æquatore poſsidere latitudinē. Sed hæc falſa eſſe & erronea clariſsimè oſtendemus. Angulus enim poſitionis vnius loci ad alterum ad verticem fit ex cõcurſu meridiani cum circulo maximo ducto per alterius loci verticem. Ita accepit Ptolemæus in primo libro Geographiæ poſitionis angulum vnius loci ad alterũ. Circuli igitur verticales deſcēdētes ab ipſo vertice ſiue Horizontis polo, eius loci quē radicalem ſtatuimus innumeros poſitionũ angulos faciunt cũ eiuſdem loci meridiano ad idē verticis punctũ. Verũtamen non recipiũt Geographi pro poſitionis angulo niſi aut rectũ, aut acutũ. Nã ſi circulus maximus in circulũ maximum inclinatur, duos angulos facit, alterum acutum, & alterum obtuſum: accipiũt igitur acutũ angulum vtpotè minorem, reliquum obtuſum atq; maiorē relinquentes. Maximus idcirco angulus poſitionis rect⁹ exiſtit, ab eoq; efficitur verticali, qui per duo puncta ortus & occaſus æquinoctialis ducitur: quin potius hunc ſolum circulũ verticalē appellãt, cũ propriè loquuntur. Hos autem poſitionum angulos referũt ij verticales qui in vulgato Aſtrolabio planiſphæriovè Ptolemæi deſcripti habẽtur. Eiſdēq; ſimiles ſubijciũtur alij in terreni globi ſuperficie ad ſtantis pedes, in eo videlicet pũcto in quo recta linea per cẽtrũ mundi & verticē producta, ipſam gibboſam ſuperficiē ſecat. Atque eorũdē ſphæricorũ angulorũ menſuræ ſunt plani quidam rectilineiq; anguli, qui vel in plano Horizontis radicalis loci, & ad eius centrum, vel in quocunq; alio plano ei æquidiſtante ex cõmuni ſectione ipſorũ maximorũ circulorũ efficiuntur, qui itē poſitionum anguli appellari poſſunt. Tot enim graduum eum angulum poſitionis ſphæricũque affirmabis eſſe, qui ad verticem fit ex coincidentia meridiani & alterius cuiuſcũq; circuli maximi, quot eum rectilineũ comprehendere inueneris, quē in plano Horizontis & ad eius centrum duæ ſectiones cõmunes efficiunt, quarum altera eſt ipſius plani Horizontis cũ meridiano, altera vero eiuſdem plani cum reliquo maximo circulo, quēadmodum ex primo libro Theodoſij & vndecimo Euclidis facilè colligere poteris. Demonſtrabis etiam per eadem principia rectam lineam meridianam & aliam ei in ipſo Horizontis plano perpendicularem, cõmunes eſſe ſectiones meridiani circuli & verticalis cum eodem Horizontis plano, non autem minoris circuli. Et propterea cũ ſol in verticali circulo fuerit, vmbras gnomonũ proijciet in eandē rectam lineã perpendicularē extẽſas. Hæc eſt ea linea ex qua ortus & occaſus æquinoctialis cernitur, horæ videlicet ſextæ in ijs horologijs, quorum vmbilici ad mundi cardines dirigũtur. Enimuerò minores circuli Horizontē ſecare nõ poſsũt per æqualia, neq; per eius cẽtrũ venire. Quinimo parallelus circulus gradibus 45, ab æquinoctiali diſtãs, eius latitudinis Horizõtē in vno puncto cõtingit: reliqui vero ad manifeſtũ polũ declinantes, ſuarũ latitudinũ Horizontes neq; tangere poſſunt, neq; ſecare, quòd interuallo minori ab eodē polo diſtent quàm ijdē Horizõtes. Sed ij paralleli qui æquinoctialē verſus relinquũtur, ſuos ſecãt horizontes ſed inæqualiter. Quã obrē rectus rectilineusq; angulus qui ad cẽtrũ horizõtis fit, cũ linea meridiana, eorũ locorũ ſitus oſtẽdit, quæ in plano verticalis circuli poſita ſunt, nõ eorum quæ in parallelo loci radicalis. Quoties igitur angulus poſitiõis rectus inuẽtus fuerit, ſiue rectilineus ſit, ſiue ſphæricus, in verticali circulo primi loci radicaliſq; verticē ſecũdi loci poſitũ eſſe dicem⁹, nõ in loci radicalis parallelo, vt putat Orontius. Contingit enim idem verticalis circulus ipſum parallelum in vno puncto: quapropter latitudo loci radicalis maior erit latitudine ſecundi loci. & differentia longitudinis eorundem locorum plures gradus comprehendet, quàm viatorius arcus, quemadmodum in ſubiecto ſchemate demonſtrabimus. ¶ Eſto



enim Horizon loci radicalis, eius videlicet ad quē aliorũ ſitus conferũtur a b c d, vertex e, manifeſtus pol⁹ f. Meridian⁹ vero a e c, æquinoctialis b g d, circulus verticalis b e d, & ipſi⁹ loci parallelus l e m. Intelligatur loc⁹ vn⁹ cuius vertex poſitus ſit in i, pũcto verticalis circuli: & ve-

niat à polo f. per ipſũ i. quadrãs f i K, parallelũ l e m, ſecãs in h. Quũ meridianus a e c, veniat p polos circuli æquinoctialis, ſecabit igitur eũdẽ ad rectos angulos per 19. propoſitionẽ primi libri Theodoſij, & in ipſo æquinoctiali erũt meridiani poli per 21. propoſitionẽ ipſi⁹ primi libri. Et eodẽ modo cõcludes etiã ipſos meridiani polos in Horizõte eſſe, Quapropter pũcta b, & d, in quibus co nueniunt Aequinoctialis & Horizon, poli erũt eiuſdẽ meridiani. Verticalis igitur b e d, rectus erit ad meridianũ per ipſam 19. propoſitionẽ primi libri Theodoſij, & angulus poſitionis puncti i, ad e, verticẽ rectus habebitur. Idcirco per ea quę Geber demõſtrauit ſicut ſinus rectus arcus f K, ad ſinum rectũ arcus f i, ſic ſinus rectus arcus g K, ad ſinum arcus c i. Maior eſt autẽ ſinus arcus f K, ſinu arcus f i, & maior igitur erit ſinus arcus g K, ſinu arcus e i: & quia vnuſquiſq; eorũ arcuũ quadrante minor exiſtit, maior erit propterea arc⁹ g k, arcu c i. Ipſe vero arcus g K, differentia longitudinis eſt eorum locorum quorum vertices ſunt ad e, & ad i: arcus autem viatorius eſt e i: maior eſt igitur differentia longitudinis arcu viatorio, quod demonſtrandum erat. Latitudinem porrò ipſius loci verticem habentis ad i, minorem eſſe demonſtrabis latitudine radicalis loci, vtpote verticem habentis ad e, quoniã parallelus l e m, verticalem b e d, in c, puncto contingit, per quartam ſecundi libri Theodoſij: fit igitur arcus K i, pars arcus h K, & proinde latitudo eius qui verticem habet ad i, minor erit latitudine loci radicalis. Quòd ſi datus locus atque radicalis ſub Aequinoctiali circulo collocarentur, velut ſunt ea loca quæ vertices habent ſub g & K, rectus profectò eſſet angulus poſitionis vnius ad alterum, & g K, arcus ſoret viatorius idemque longitudinis differentia. Sed ſi ſub alio parallelo poſita fuerint, vt ad e, & h, puncta paralleli l e m, tunc verò ducto maximo circulo per e, & h, quæ Horizontem ſecet in n, fiet angulus poſitionis acutus qui ſub a e n, Horizontis arcum ſubtendens a n: cui ſimilis fiet in centro Horizontis a b c d, rectilineus quidam angulus qui etiam poſitionis angulus iure appellabitur, ex cõmunibus ſectionibus plani eiuſdem Horizontis cum planis meridiani & maximi circuli e h n, eundem enim Horizontis arcum a n, ſubtendit: differentia longitudinis erit g K, & viatorius arcus e h, pars quadrantis e n. Idem licebit inſpicere in Aſtrolabio, atque in ipſa Orontij figuratione, in qua punctum g, verticem radicalis loci repræſentat, n verò alterius loci verticem, cuius diſtantia ab ipſo g, eſt arcus g n: acutum angulum poſitionis facit ad g, viatorius circulus g n m: latitudinem h n, regula indicat a n h, vice meridiani per a, mundi polum producta vſq; ad circulũ Aequinoctialẽ, quæ item differentiam longitudinis b h, inter duos meridianos oſtendit a b, & a h. Sed po-



namus angulum poſitionis rectum inuentũ eſſe: vertex igitur eius loci qui huiuſmodi habet poſitionẽ, ſitus erit in viatorio verticaliq; circulo c g e. Si nõ, collocetur igitur in puncto r, paralleli g z t, hoc enim Orontius affirmabit: & veniat per g, & r, circulus viatorius g r p. Ipſe igitur viatorius circulus g r p, angulum poſitionis qui ſub duobus maximis circulis continetur g p, & g d, acutũ eſſe indicabit, partẽ videlicet recti anguli qui ſub g c, & g d, & viatoriũ arcũ fore g r, eiuſdẽ g p, maximi circuli ſegmentum, non paralleli g z r, ſub quo longius ſit metetur interuallum. Dum enim magnitudo anguli poſitionis inueſtigabatur, oculus inſpectoris & punctũ r, aut ei ſubiectus locus, atq; g, vertex loci radicalis, tribus rectis lineis ductis, triangulum conſtituebant. Omne porrò triangulum in vno eſt plano, per ſecundam propoſitionem vndecimi elementorum Euclidis. Ipſũ igitur planũ per primã primi libri Theodoſij ſphæram ſecabit ſecundum circuli circunferentiam, & idem circulus per 15. eiuſdem primi libri, maxim⁹ erit. Nõ eſt igitur viatori⁹ arc⁹ paralleli ſegmẽtũ, neq; angulus poſitionis rect⁹ erit, ſi vertex obſeruati loci ponatur ad r.

Quapropter collocari neceſſe eſt in viatorio verticaliq; circulo c g e. Ponatur itaque in t, eius puncto: ſicque rectus erit poſitionis angulus puncti t, vtpotè qui ſub ipſo verticali & meridiano continetur, gradus nonaginta comprehendens: & viatorius arcus erit g t. Latitudinem autem demonſtrabit regula à polo a, per t, veniens, minorem eſſe ea quam repreſentat b g: & proinde aliam eſſe differentiam longitudinis, quàm ſit viatorius arcus, quemadmodum demonſtrandum ſuſcæpimus. Quòd autē in planis orbis deſcriptionibus quibus nautæ vtuntur, rectæ lineæ meridianos ad rectos angulos ſecantes, parallelos repræſentent, quodque quandiù inter nauigandum, gubernator clauum tenens, in ortum aut occaſum æquinoctialem nauis proram intenderit, defixeritque, ſub eodem verſemur parallelo, ita vt vel nullus progreſus, vel imperceptibilis fiat in verticali circulo, alia res eſt, de qua quidem in commentarijs de nauigandi arte Hiſpanicè cōſcriptis, abunde loquuti fuimus.

Orontium erraſſe circa rationum compoſitionem, & magnitudinum proportionalium definitiones.

CAP. XVII.

Reprehenſio. XIIII.

RAtio ex duabus rationibus aut ex pluribus conſtare dicitur, (quinta eſt definitio ſexti libri elementorum) quando rationum quantitates multiplicatæ aliquam efficiunt quantitatem. Eſt enim rationis quantitas ipſius rationis denominatio. Denominatio verò ea appellatur quantitas, quæ in conſequentem rationis terminum multiplicata, antecedentem producit. Exempli gratia rationis ſeſquialteræ quantitas ſiue denominatio eſt vnum & dimidium, ſed ſubſeſquialteræ quantitas denominatiovè eſt duæ tertiæ. Nam propoſita vna magnitudine, aut vno numero, pro rationis ſeſquialteræ conſequente, vt eſt 6. ſi ipſe numerus 6. multiplicetur per vnum & dimidium, productus numerus erit nouem, qui habet ad ſex rationem ſeſquialteram. Sed eſto iam idē 6. conſequens terminus rationis ſubſeſquialteræ, ducaturque in duas tertias, fient igitur 4. antecedens videlicet ipſius rationis ſubſeſquialteræ. Iure igitur rationis denominatio rationis quantitas dicitur, quoniam exprimit habitudinem antecedentis termini ad conſequētem, ideſt quantus ſit terminus antecedens cōparatus ad conſequentem. Ita Iordanus in Aritmethica, & ante eum Eutocius Aſcalonita clariſsimus Archimedis interpres, ſuper ſecūdo libro de ſphæra & Cylindro, theoremate quarto. Quo quidem loco euidenter demonſtrat, vno termino medio conſtituto inter duos cuiusuis rationis terminos, ſiue is ſit minor maiore, aut maior minore, ſiue vtroque minor, aut maior, ipſarum duarum rationum denominatrices quantitates inuicem multiplicatas eius rationis denominationem producere, quæ inter primos terminos extremoſque reperitur: & ideo concludit extremorum rationem ex rationibus intermediorum compoſitam eſſe, quod Theon inductione tantum probauerat. Eutocij demonſtratio per quàm facilis eſt. Exempla verò ſunt, vt incidat inter 12. & 2. medius terminus 4. maior minore & minor maiore: igitur ratio 12. ad 2. compoſita erit ex ratione 12. ad 4. tripla videlicet, & ex ratione 4. ad 2. quæ dupla exiſtit. Multiplicetur enim 3. denominatio triplæ per 2. denominationem duplæ, fient 6. qui numeius denominatrix quantitas eſt rationis ſextuplæ, quam habent 12 ad 2. Sed ponatur inter 9. & 6. medius terminus 12. maior vtroque eorum: igitur ratio ſeſquialtera 9. ad 6. componitur ex ſubſeſquitertia, quam habet 9. ad 12. & ex dupla quę eſt ipſius numeri 12 ad 6. Quantitas enim ſubſeſquitertia eſt tres quartæ, quantitas vero duplæ eſt 2. multiplicentur igitur 2. in tres quartas, & fiet vnum & dimidium, videlicet quantitas rationis ſeſquialreræ. Item ſi inter 9 & 6. medius terminus intelligatur 4. vtroque eorū minor, ratio igitur ſeſquialtera compoſita erit ex dupla ſeſquiquarta, & ex ſubſeſquialtera. Si enim $2\frac{1}{4}$ quantitas rationis duplæ ſeſquiquartæ multiplicentur in quantitatem ſubſeſquialteræ quæ eſt duæ tertiæ, prodibit vnum & dimidium, rationis ſeſquialteræ quantitas: & ſimiliter in alijs. At verò Orontius cum erraret in rationum quantitate denominationevè, non potuit non errare in earum compoſitione, & idcirco definitionem illam quintam ſexti libri peruersè intellexit, atque expoſuit.

Putat

Putat enim vtranque rationem maioris termi
ni ad minorem, & minoris ad maiorem, eandē
ſortiri quantitatem: ideſt ſubduplæ rationis
quantitatem binarium eſſe, quemadmodum
& duplæ: triplæ & ſubtriplæ quantitatem eſſe
3. ſeſquialteræ & ſubſeſquialteræ $1\frac{1}{2}$ Et prop-
terea inter 9. & 6. medio termino poſito 12.
quoniam videt quantitatem ſubſeſquitertiæ
quā putat eſſe $1\frac{1}{3}$ multiplicatam per 2: produ
cere $2\frac{2}{3}$ duplæ ſuperbi partientis tertias quan
titatem, non vnū atque dimidium, cogitur id-
circo affirmare, Euclidis definitionem verā eſ-
ſe tantūmodo, vbi rationes ſunt vel omnino
maioris, vel omnino minoris inæqualitatis.
Nam ſi vna propoſitarum rationum (inquit)
foret maioris, altera verò minoris inæqualita-
tis, tunc quantitas maioris per quantitatē mi-
noris veniret diuidenda: reſultans enim quan
titas procreatam inde rationem oſtendet. Sed
fallitur Orontius. Nam maior ratio maiorem
quantitatem habebit. Atqui maior eſt ratio
tripla quàm ſubtripla, hoc enim patet ex octa
ua quinti, ſi 9. & vnum comparentur ad 3: ne-
ceſſe eſt igitur vt quantitas triplæ maior ſit
quantitate ſubtriplæ, & eodem modo ſtatuen
dum de alijs.

Neque etiam intellexit Orontius definitio
nes quinti libri. Campanum prorſus ſequutus.
Quicquid enim in earum expoſitionibus po-
ſuit, ab eo omnino mutuatus eſt. Quoties autē
incidit in definitionē quæ in traditione Cā-
pani non habetur, tunc ſine ductore vehemen
tius errat. Leuior tamen culpa Campani, vtpo
tè qui in errore non perſeuerauit: & propte-
rea cum Orontio noſtra erit controuerſia. In
quinta definitione inquit Euclides, rationem
habere adinuicem magnitudines dicūtur, quæ
poſſunt multiplicatæ inuicem excedere: cuius
quidem clarus intellectus hic eſt. Rationem de
finierat habitudinem quandā eſſe duarū mag-
nitudinum eiuſdem generis: ſed quāuis linea,
ſuperficies, atque corpus eiuſdem generis ſint,
ponuntur enim ſub continuo, rationem inui-
cem non habent: neque linea finita ad infini-
tam, aut rectilineus angulus ad angulum con-
tingentiæ vllam habet rationem. Angulus ta-
men rectilineus ad curuilineum rationem po-
teſt habere æqualitatis, & maioris, & minoris
inæqualitatis. Planas vero figuras rectilineas
& curuilineas rationem inuicem habere, com-
pertum eſt: cum Hippocrates Chius lunulam
exactè quadrarit, & Archimedes parabolam.
Vt igitur apertius intelligeretur, quas appella
ret eiuſdem generis magnitudines quæ inui-
cem ratione conferendæ ſunt, addit ex multi-
plicatione hoc cognoſci poſſe. Nam ſi quæuis
earū multiplicata alteram excedat, rationem
inuicem habere dicentur eædem magnitudi-
nes, alio modo non. Et ob id ſæpe numero in
eorum theorematum demonſtrationibus quæ
ipſas ſequuntur definitiones, vnam propoſita-
rum magnitudinum inter quas eſt aliqua ra-
tio, toties multiplicare iubet, donec aliam ex-
cedat. Idem facit in prima decimi, & in pleriſ-
que alijs. Sed Orontius multò aliter exponit,
in hunc videlicet modum, quòd ſi magnitudo
a, magnitudini b, comparetur, & ambarum ſu-
mantur æquæ multiplicia, c quidem ipſius a, &
d, ipſius b, quam rationem habuerit multiplex
c, ad multiplex d, eam ſeruabit & a, magnitu-
do, ad b, magnitudinem. Non aduertit autem,
hoc quod ait, non eſſe definitionem, ſed theo-
rema decimum quintum, in quo Euclides de-
monſtrat, partes eodem modo multipliciū ean
dem habere rationem ſumptas adinuicē: quin-
tam verò definitionē non ita dicere, ſed quòd
rationem inuicem dicantur habere eæ magni-
tudines, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem ex
cedere. Et eodem modo errat circa ſextam de-
finitionem quæ ita habet. In eadem ratione
magnitudines dicuntur eſſe prima ad ſecundā,
& tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ
æque multiplicia, ſecūdæ & quartæ æque mul-
tiplicia, iuxta quamuis multiplicationē, vtra-
que vtranque vel vnà excedunt, vel vnà ſunt
æquales, vel vnà deficiunt ſumptæ adinuicem.
Definierat enim Euclides in prima & ſecun-
da partem, & partis multiplicem magnitudi-
nem, in tertia rationem, in quarta verò propor
tionem, & deinde in quinta duas magnitudi-
nes rationem inuicem habentes: in ſexta igi-
tur definit quidnam ſit quatuor magnitudines
in eadem eſſe ratione, ſicut prima ad ſecundā,
ſic tertia ad quartam. Hoc autē in vniuerſum
per euidentiora explicare non potuit, quàm
per exceſſus aut defectus aritmethicos, multi-
pliciumvè differentias primæ & tertiæ à mul-
tiplicibus ſecundæ & quartæ. Cognitum eſt
enim ex ſecunda definitione quid ſit magnitu
dinem magnitudinis multiplicem eſſe. Arith-
metica porrò proportio ſimplicior eſt atque

planior, & multò clarior gemetrica proportione: vtpote quæ numerorum aut magnitudinū differentias tantum reſpiciat, non alias tanq; diuerſas habitudines Geometricæ. Et in ipſa rurſum Arithmetica nihil prius, nihil ſimplicius, aut notius, quàm abſoluti exceſſus aut defectus, vbi nulla fit differētiarum comparatio. Præcedit enim hæc cognitio eam, qua differētiæ inuicem conſtrūtur, vt intelligatur ſint ne æquales, an inæquales. Hinc ortum eſt triplex illud genus rationis, videlicet æqualitatis maioris inæqualitatis, & minoris inæqualitatis. Tunc igitur quatuor (inquit) magnitudinum dicetur prima eandem habere rationē ad ſecūdam, & tertia ad quartam, quando iuxta quamuis multiplicationem æque multiplicia ſumpta primæ & tertiæ, ad æque multiplicia ſecūdæ & quartæ iuxta quiuis multiplicationem ſumpta, eo modo ſe habuerint, vt ſi multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ, multiplex tertiæ etiam excedit multiplex quartæ: & ſi multiplex primę ęquatur multiplici ſecundæ, multiplex etiā tertię æquatur multiplici quartę: & ſi denique multiplex primę deficit à multiplici ſecundæ, multiplex etiā tertiæ deficit à multiplici quartæ. Hoc autē ſiue exceſſus aut defectus ſint æquales, ſiue inæquales, dūmodo vtraq; multiplex magnitudo vtramq; multiplicem vel vnà excedant, vel vnà ſint æquales, vel vnà deficiant: id eſt dūmodo vtraq; multiplex magnitudo ad vtrāq; multiplicē vel vnà rationem æqualitatis habeant, vel vna maioris vel vna minoris inæqualitatis. Exempli gratia propoſitis quatuor magnitudinibus A prima, B ſecunda, C tertia: & D quarta. ſumptisq; primæ & tertiæ æque multiplicibus E & F, ſecundum multiplicationem numeri 3: ſumptis prætera ſecundæ & quartæ æque multiplicibus G, & K, ſecundum multiplicationem numeri 2: excedat E ipſum G, & vnà excedat F ipſum K: Deinde verò ſumantur L & M æque multiplicia primæ & tertiæ iuxta multiplicationem numeri 4. & ſumantur N & O æque multiplicia ſecundæ & quartæ iuxta multiplicationem numeri 7. Deficiat autem L ab N, & deficiat item M ab O. Rurſum intelligantur P & Q æque multiplicia primæ & tertiæ ſecundum multiplicationem numeri 6, & R & T æque multiplicia ſecundæ & quartæ iuxta multiplicationem numeri 9. Aequetur autem P ipſi R, & Q etiam æquetur ipſi T: in eadem idcirco ratione dicentur eſſe A ad B, & C ad D, ſi non ſolum iuxta prædictas multiplicationes ſed iuxta quaſuis alias, & cōſimili modo, æque multiplicia primæ & tertiæ, æque multiplicia ſecundæ & quartæ, vel vnà excedunt, vel vnà ſunt æqualia vel vnà deficiunt. Et ipſæ igitur magnitudines eandem rationem ſeruantes, proportionales appellabuntur per ſeptimam definitionem.

P.18	Q.36
L.12	M.24
E.9	F.18
A.3	C.6
B.2	D.4
G.4	K.8
N.14	O.28
R.18	T.36

Quando verò æque multiplicium (eſt octaua definitio) multiplex primi exceſſerit multiplex ſecundi, multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti, tunc primum ad ſecundum maiorem rationē habere dicetur quā tertium ad quartum. Neq; hoc intelligas ita fieri oportere, iuxta quiuis multiplicationem, quemadmodum dictum eſt de quatuor magnitudinibus proportionalibus. Accidet enim vt æque multiplicia primi & tertij, ſecundum aliquas multiplicationes ſumpta æque multiplicia ſecundi & quarti, vtraque vtranq; vel vnà excedant, vel vnà deficiant: ſed nihilominus maiorem rationem dicetur habere primum ad ſecundum, quàm tertium ad quartum, propterea quòd ſecundum aliam quandam multiplicationem æque ſumptis multiplicibus, multiplex primi excedat multiplex ſecundi, multiplex autem tertij nō excedat multiplex quarti. Vt igitur quatuor magnitudines proportionales dicantur, neceſſe eſt vt æque multiplicia iuxta quaſuis multiplicationes ſumpta, vel vna excedant, vel vna ſint æqualia, vel vnà deficiant modo ſupradicto. Sed vt maiorem rationem dicatur habere primum ad ſecūdum, quā tertium ad quartum, ſatis eſt, ſi ſecundum aliquam multiplicationem multiplex primi excedit multiplex ſecundi, multiplex tamen tertij non excedit multiplex quarti, vt in ſubiecto apparet exemplo.

E.9	F.12	F 9	F.12	K.15	L.20
A.3	C.4	A.3	C.4	A.3	C.4
B.2	D.3	B 2	D.3	B.2	D.3
G.4	H.6	M.8	N.12	O.14	P.21

Sed errat Orōtius, ſimul cum Campano ita exponens. In eadem ratione quatuor magnitudines ſunt, prima ad ſecundam, & tertia ad quartam, quādo primæ & tertiæ ſumptis æque mul-

multiplicibus, itemq; ſecundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem ſumptis æque multiplicibus, multiplex primæ ad multiplex ſecundæ eam ſeruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, ſiue ipſa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis, hæc enim de exceſſu (inquit) vel defectu proportionali veniunt intelligēda: quòd ſi multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorem rationem habuerit, quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, tunc prima magnitudo ad ſecundam maiorem rationem ſeruabit, quàm tertia ad quartam. Quæ Orontij interpretatio quum tam apertè idem per idem definiat, adeò eſt digna riſu, vt alia non egeat improbatione. Inſpicere autem debuit, quòd iuxta ſuam expoſitionem, ſextæ definitionis conuerſio quartum exiſtit theorema eiuſdem quinti libri, quod quidem per ipſam conuerſionem definitionis ſextæ à Campano & Theone demonſtratur. Quorum demonſtrationem quum Orontius mutuetur, apertiſsimè igitur idem conatur oſtendere, quod in ipſo loco pro definitione ſumit: qua nulla maior eſſe poteſt inſania. Et eodem modo hallucinatur in ijs omnibus propoſitionibus quinti libri, ad quas demonſtrandas eaſdem ſumit definitiones.

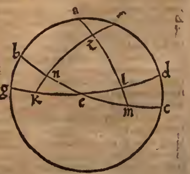
Orontium aperte erraſſe in Horologij nocturni deſcriptione.

CAP. XVIII.

Reprehenſio. XV.

IN primo libro horologiorū propoſitione 18. cum deſcriberet Orontius nocturnum horologium in magno fuit errore. Putauit enim eam minoris vrſæ ſtellam, magnitudinis ſecundæ, poſtremique lateris auſtralem, quæ latitudinem borealem habet gra. 72. cum mi. 50. & noſtra tempeſtate in ſigno Leonis ſita eſt, peruenire ad medium cæli, cum vltimo ferè gradu libræ: idque inueniſſe per doctrinam ſecundi, quarti, & ſexti problematum tabularum directionum Ioannis de Regiomonte. Nos autem ſtatim oſtendemus per eadem ipſa problemata, quibus Orontius vſus eſt, eandem ſtellam ad medium cæli peruenire cum fine decimiquinti gradus Scorpij: & propterea quiſquis per horologiū illud ab eo conſtructum elapſum tempus menſus fuerit, in errorem vnius horæ inductus erit. Enimverò locus ipſius ſtellæ fuit ſecundū Orōtium anno 1530. ſeptimus gradus Leonis cum minutis 27, in quo ait Vernerum ſecutum fuiſſe. Intrantes igitur tabulam declinationum generalem cum gra. 7 mi. 27 Leonis, iuxta doctrinam ſecundi problematis, arcū oſtendemus gra. 19. mi. ferè 3. numerum verò multiplicandum 97017. Quoniam verò inuentus arcus & ſtellæ latitudo eandem habent denominationem, videlicet borealem, vnum alteri iūgemus, & conflabitur arcus graduum 91. mi. 53 circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum ſtellæ contentus: huius arcus ſinū rectū 59967. multiplicabimus per 97017 numerum multiplicādum ſuperius ſeruatum, & à producto reiectis quinque figuris, relinquentur 58178, nēpe ſinus rectus gra. 75. mi. 51. qui quidem arcus declinatio eſt borealis ipſius ſtellæ ad datum tempus. Et intrantes deinde tabulam cæli mediationum generalem cum gra. 7. mi. 27 Leonis, iuxta doctrinam quarti problematis, radicem aſcenſionum oſtendemus gra. 125 mi. 5. numerum verò multiplicandum 14995. Tabulā autem ſecundam ingrediemur cum gra. 75. mi. 51. declinationis ſtellæ, & numerū 396907 ibi repertum per 14995. multiplicabimus: à producto verò quinque figuris reiectis, relinquentur 59516. ſinus videlicet rectus duorum arcuum, quorum alter quadrante minor, gradus habet 82. mi. 43. alter verò quadrante maior ex ſemicirculo relictus gradus continet 97 mi. 17. Sed quoniam arcus circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum ſtellæ contentus, maior quadrante inuentus fuit, & ipſius ſtellæ locus eſt in ſemicirculo eclipticæ deſcendenti, addemus igitur ipſos gradus 97. mi. 17. arcus maioris, aſcenſionum radici quæ gra. continet 125 mi. 5. & conſurgent gradus 222 cum mi. 22. rectæ aſcenſionis prædictæ ſtellæ. Iam igitur per problema ſextum quæremus in tabula aſcenſionum rectarum ab ariete incipientiū ipſum numerum graduum 222. cum minutis 22. & in latere eiuſdem tabulæ oſtendemus decimum quintum gradum Scorpij, cū quo propoſita ſtella ad meridianum peruenire neceſſe eſt. Quoniam autem non ſolum videtur Orontius rationes & fundamenta tabularum ignorare, ſed earum etiam vſum neſcire, quo item pateat nos ritè operatos eſſe, operæpretium exiſtimaui,

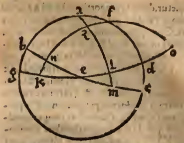
ſtimauimus, ſi ipſarum generalium tabularum declinationum, & cæli meditationum, & ſœcũ de quoq; compoſitiones oſtenderemus: idq; in hoc exemplo quod modò tractauimus, de inueſtigãdo gradu eclipticæ cum quo prædicta mi noris vrſæ ſtella cęlum mediat: in cæteris enim eadẽ eſt ratio. Ponamus igitur circulũ a b c d, eum eſſe colutum qui maximas diſtinguit declinationes: ſitq; b e c, ſemicirculus eclipticæ per libram deſcendens: b, initium Cancri, & c, Capricorni: ſemicirculus æquinotialis ex eadem parte ſit g e d, & punctum e, initium Libræ, a polus mundi ſeptẽtrionalis, f verò polus eclipticæ: & concipiatur ſtella z, in gradu ſeptimo cum minutis 27, leonis: veniantq; per ipſam ſtellam à polis a, & f, maximi circuli ad æquinotialem & eclipticam, videlicet f z k, eclipticam ſecans in n, & a z m, æquinoctialem ſecans in l. Erit idcirco f z k, circulus latitudinis z, ſtellæ: & arcus n z, eius latitudo f z, latitudinis complementum: arcus verò n k, eiuſdem circuli ſegmentum inter eclipticam & æquinoctialem: arcus autem z l, declinatio erit ipſius z, ſtellæ: & a z, declinationis complementum. Ponamus igitur arcum n z, cognitum eſſe, nẽpe gra. 72, cum mi. 50, & pporteat per tabulas directionum cognoſcere punctum eclipticæ m, cum quo z, ſtella ad medium cæli peruenit. Inueſtigabimus primum per ſecundum proble-



ma arcum declinationis z l, in hunc modum: Intrabimus enim tabulam declinationum generalem cum gradu & minuto eclipticæ quẽ denotat punctum n, & ſub titulis arcus & numeri multiplicandi offendemus arcum k n, & numerum multiplicandum qui quidem ſinus rectus exiſtit anguli e k n. Sunt autem huiuſmodi numeri hac arte adinuenti, vt in ipſa tabula collocarentur. Quoniam enim ſphæricũ triangulum e n k, rectum habet angulum ad n; & angulum n e k, maximę declinationis cognitum, latus etiam e n, cognitum eſt, quod relinquitur ex ſemicirculo, ſublato arcu longitudinis ſtellæ ex ſemicirculo eclipticæ boreali: reliqu' igitur angulus e k n, & reliqua latera k n, & k e, cognita erunt. Enim verò ſicut ſinus totus ad ſinum compiementi arcus e n, ſic ſinus anguli n e K, ad ſinum cõplemẽti anguli e k n. Idcirco per regulam numerorum proportionalium & tabulam ſinuum rectorũ, anguli e k n, ſinus rectus innoteſcet: qui propterea in ipſa tabula declinationum generali pro numero multiplicando collocatur, quòd per ipſius numeri multiplicationem in quendam alium numerum, velut mox ſubiungemus, ſinus rectus arcus z l, inueniri debeat. Eodem prorſus modo inueniuntur numeri multiplicandi ad reliqua puncta quadrantis b e, qui pro reliquis tribus quadrantibus ſufficient, ob æqualitatem angulorum quos faciunt cum æquinoctiali latitudinum circuli, per puncta eclipticæ tranſeuntes, quæ à puncto tropico vtrinq; æqualiter diſtãt. Deinde verò quoniam ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus k n, ita ſinus rectus anguli e k n, qui modo innotuit, ad ſinũ rectum complementi anguli n e k: per eandẽ igitur regulam numerorum proportionalium cognoſcetur ſinus rectus complementi arcus k n, cuius quidem recti ſinus arcus ex quadrãte ſublatus, ipſum arcum K n, relinquit, qui in eadem tabula declinationum generali collocatur. Arcus autem e k, multis modis cognoſci poterit, vel quoniam ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum complementi arcus e n, ita ſinus complementi arcus k n, ad ſinum complementi arcus e K: vel quia ſicut ſinus totus ad ſinum anguli n e K, ita ſinus arcus e k, ad ſinũ arcus k n, Vtroq; enim modo tribus terminis cognitis reliquus proportionis terminus cognoſcetur. Dempto igitur ipſo e K, ex ſemicirculo, is relinquetur arcus, qui in tabula cæli mediationum generali, radix aſcenſionum inſcribitur. Iungimus autem K n, arcui latitudinis n z, iuxta præceptum autoris, vt conficiatur arcus K z inter æquinoctialem & z, ſtellæ locum comprehenſus. Quoniam verò ſphæricum triangulum k z l, rectum habet angulum qui ad l, propter circulum a l, per polos ipſius equinoctialis venientem, erit idcirco ſicut ſinus totus ad

ſi-

ſinũ anguli z K l, ſic ſinus arcus K z, ad ſinũ arcus z l. Cognitus eſt autẽ ſinus anguli z k l, numerus videlicet multiplicãdus, pridẽ ſeruatus: & ſinus arcus K z, ex tabula ſinuũ rectorũ cognoſcitur, multiplicabimus igitur numerũ ſinus recti ipſius anguli l k z, per ſinũ rectũ arc⁹ K z, productũq; diuidemus per ſinũ totũ, quinque figuras reijciẽdo, nam ſinus rectus arcus z l, innoteſcet, & arcus ipſe z l, declinationis ſtellæ per tabulã ſinuũ rectorũ cognitus erit. Neminẽ verò perturbari velim, quòd autor productũ numerũ diuidat per ſinũ totũ partium æqualium 100000, ſinũ tamen arc⁹ K z, & arcũ z l, eliciat ex tabula eundẽ ſinũ totũ supponẽte partium 60000. Nam cũ numerũ multiplicandũ qui ſinus rectus exſtit anguli l K z, inueſtigaret, tabula ſinuũ rectorũ vſus fuit, ſemidiametrũ ſupponẽte partiũ æqualiũ 100000: ratio igitur ipſorũ 100000, ad numerũ multiplicãdum, eadẽ eſt rationi quã habet ſinus arcus k z, ad ſinũ arcus z l, & quoniã ſinus arcus K z, elicitur ex ea tabula quæ ſemidiametrũ ſupponit partium æqualiũ 60000, ex eadẽ igitur eliciẽdus eſt arcus z l. Addit porrò vnitatẽ quotiẽti, quãdo reiectæ figuræ numerũ denotãt 50000 maiorẽ, quoniã ſi numerus qui relinquitur indiuiſus, dimidiũ diuiſoris excedit, iam abſq; ſenſibili errore addetur vnitas quotiẽti. Cognito igitur declinationis arcu z l, poterat autor vnica diuiſione negociũ abſoluere. Etenim in hoc exẽplo ſi ſinus rectus differẽtiæ arcus k z, & quadrãtis per ſinũ totũ multiplicetur, quinq; ziphrarũ additione, & productũ diuidatur per ſinum rectũ cõplementi declinationis ſtellæ, prodibit ex partitione ſinus rectus differentiæ quadrantis, & eius arcus, qui circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur: ipſe igitur interceptus arcus cognitus erit: differẽtia arcus K z, & quadrantis eſt gra. 7. mi. 53. cuius ſinum rectũ multiplicabimus per 100000, productum verò diuidemus per 24446 ſinum rectũ complemẽti declinationis, & venient ex partitiõe 13442 ſinus rectus gra. 7. mi. 44. erit igitur arcus K l, gra. 97. mi. 44. Eũ itaq; adiũgemus radici aſcẽſionũ & conſurget aſcenſio recta quæ querebatur gra. 221. mi. 49. aliquãto quidẽ maior ea quæ per tabulã inuẽta fuit, propterea quòd numerus elicitus ex tabula fœcũdã iuxta proportionẽ minutorũ ad 60. iuſto numero ſenſibiliter minor eſt. Huius operationis fundamẽtũ euidens eſt. Nam in triangulo rectangulo k z l, arcus K z, quadrante maior inuentus eſt, & z l, quadrante minor: igitur arcus k l, quadrante maior erit. Concurrant autem K z, & K l, in puncto o: erit igitur l o, quadrante minor, & z o, item quadrante minor. Et propterea ſicut ſinus totus ad ſinũ arcus a z, ita ſinus complemẽti arcus l o, ad ſinum complemẽti arcus z o. Atqui complementa ipſorum arcuum l o, & z o, ſunt exceſſus arcuum k l, & K z, ſupra quadrãtes: igitur ſicut ſinus totus ad ſinum arcus a z, ita ſinus differentiæ quadrantis & k l, ad ſinum differentiæ quadrantis & K z. Horum autem terminorum proportionalium primus & ſecundus atq; quartus cogniti ſunt, tertius igitur prædicto modo innoteſcet. Accipiendus eſt autẽ ſinus rectus arcus z a, ex tabula ſemidiametrũ ſupponente partium æqualium 100000 & modus vniuerſalis eſt. Quoties enim k z, quadrante minor inuentus fuerit, cum ſit arcus declinationis minor quadrante, erit item reliquum latus rectum angulum continẽs quod circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur quadrante minus: & propterea ſicut ſinus totus ad ſinum complementi declinationis, ſic ſinus complemẽti intercepti arcus, ad ſinum cõplementi diſtantiæ ſtellæ ab æquinoctiali in circulo latitudinis. Sed tamen vel autori tabularum hic modus non ſuccurrit, vel vltrò dimiſit, & alium elegit difficiliorem. Animaduertit enim à terminis duorum arcuum f g, & l g, duos arcus a l, & f k, reflexos ſe inuicem ſecare in puncto z, & propterea proportio ſinus recti arcus l K, ad ſinum rectum arcus K g, compoſita erit ex proportione ſinus l z ad ſinum z a, & proportione ſinus f a, ad ſinum f g, detracta igitur proportione l z, ad z a, à proportione l k, ad K g, relinquetur proportio f a, ad f g. Ex ductu l K, in z a, fiat r, & ex ductu l z, in K g, fiat t, proportio igitur r, ad t, relinque-



l k   l z
k g   z a
r
t
f a   l K. a z
f g.   k g. z l

f

linquetur, dempta proportione l z, ad z a, à proportione l K, ad K g. Idcirco ſicut f a, ad f g, ita r, ad t. Concipiamus autem l K, & z a, duarum proportionum l K, ad K g. & z a, ad l z, antecedentia: quoniam igitur ex l k, in z a, fit r, & ex k g, in l z, fit t, id propterea proportio r, ad t, ex ipſis duabus proportionibus videlicet l k, ad k g, & z a, ad l z, cõpoſita eſt. Patet hæc ex arte ſubtrahendi & addendi proportiones. Proportio igitur ſ a, ad ſ g, (de ſinubus ſemper loquimur) ex ipſis duabus proportionibus componitur, l K ad k g, & a z, ad z l: & idcirco quod fit ex ſ a, in k g, ad id quod fit ex f g, in l k, eam habebit proportionem quam a z, ad z l. Si igitur vtrunque ipſorum productorum æqualiter diuidatur per ſ g, eadem nihilominus ſeruabitur ratio inter quotientes, quæ inter a z, & z l, & propterea ſicut id quod fit ex ſ a, in k g, diuiſum per ſ g, ad id quod fit ex ſ g, in l k, diuiſum per f g, ſic a z, ad z l. At verò id quod fit ex f g, in l k, diuiſum per f g, tantum id eſt quod l K, igitur id quod fit ex f a, in k g, diuiſum deinde per f g, eam habet rationem ad l K, quam a z, ad z l. Eſt autem arcus f a, polorum diſtantia, æqualis maximæ declinationi eclipticæ, K g verò arcus eſt æquinoctialis inter colurum ſolſtitiorum & terminum radicis aſcenſionum, qui pridem innotuerat, per verum locum longitudinis ſtellæ cognitum: ſed arcus f g, quadrantem ſimul continet atque arcum maximæ declinationis, ſinumq; rectum habet complementi maximæ declinationis. Sicut igitur ſinus rectus complementi declinationis ſtellæ ad ſinum rectum declinationis eiuſdem, ſic productum ex ſinu recto maximæ declinationis in ſinum rectum arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & coluro ſolſtitiorũ, diuiſũ deinde per ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis, ad ſinũ rectũ arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & circulo declinationis. Quapropter cõpoſiturus tabulã generalẽ ex qua eliceretur tertiꝰ terminus horũ 4, terminorũ proportionaliũ, vſus fuit hac demõſtrationis figura hoc modo. Suppoſuit arcũ b n, eſſe primũ gradũ Cancri: igitur arcũ g K, exceſſũ radicis aſcẽſionũ ſupra quadrantẽ inuenit modo ſupradicto minutorũ 55: eius ſinũ rectum 959. acceptũ ex tabula ſupponẽte ſemidiametrũ partiũ æqualiũ 60000, multiplicauit p 23924, ſinũ rectũ maximæ declinationis eclipticæ, productũ numerum 22943116, diuiſit per 55023 ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis: & prouenit ex partitiõe numerus 417, quẽ tertiũ terminũ memoratæ proportiõis cõſtituit, eũq; collocauit in tabula generali cæli mediationũ, è regione primi gradꝰ Cãcri: et numerũ multiplicandũ, eundẽ propterea appellauit, quod deinde ſit multiplicãdus per ſecundũ terminũ, ſinũ videlicet rectũ declinationis ſtellæ iuxta doctrinã quarti problematis & præſentis demõſtrationis. Et quoniã circulus latitudinis veniẽs per finẽ 29. gradus geminorũ, ſimul cum ipſo coluro, arcũ abſcindit ex æquinoctiali, æqualẽ ipſi K g, eademq; ſeruatur diſpoſitio, numeri etiam per quos fit multiplicatio ac diuiſio ijdem permanent, ipſum propterea numerum 417 collocauit rurſum in eadẽ tabula cæli mediationum generali, è regione 29 gradus geminorum: & propter eandem cauſam eundem itẽ poſuit è regione 29 gradus ſagittarij, & primi Capricorni. Eadẽ prorſus arte cũ arcũ b n, ſuppoſuiſſet decem graduum, eiuſq; radicem aſcenſionũ inueniſſet gra. 99. mi. 11. multiplicauit 9575, ſinũ rectũ graduũ 9, mi. 11. per 23924, productum numerum 229072300, diuiſit per 55023, & numerum multiplicãdũ inuenit 4163 qui etiã reſpondet 20 gradui geminorum, & ſagittarij, & decimo Capricorni: & ita deinceps operãdo, tabulã abſoluit pro toto circulo. Quoniã verò ſinus rectus maximæ declinationis ſemper eſt multiplicator, & ſinus rectus cõplementi ſemper eſt diuiſor, ponemꝰ idcirco ipſũ diuiſorem eſſe 100000, & fiet propterea ſinus rectus maximæ declinationis earundem partium 43480 & labore dimidiato operabimur deinde multiplicando per 43480, & à producto quinque figuras reijciendo. Quũ igitur propoſita ſtella cognitũ locum, & declinationẽ cognitã habuerit, quatuor idcirco proportionaliũ terminorũ ſupradictorũ, primus qui ſinus rectus exiſtit cõplementi declinationis, ſecundus qui eiuſdẽ declinationis rectus eſt ſinus, & tertius ipſe numerus multiplicandus, quem modo patefecimus, cogniti erunt. Et propterea ſi idẽ numerus multiplicãdus per ſinũ declinationis multiplicetur, productũ verò per ſinũ complementi diuidatur, prodibit ex partitione ſinꝰ rectus arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinationis intercepti. Is autem in aſſumpto exẽplo quadrante maior exiſtit, ob rationẽ ſuperius dictã, adiungendusq; eſt radici aſcenſionum, vt aſcenſio recta ſtellæ z, nota prodeat. Sed inſpexit autor diuidẽdi opus laborioſum eſſe, & propterea tabulam quandam

compo-

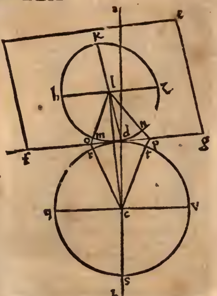
compoſuit, quam fœcundam appellauit, tali artificio, vt ſi primus quatuor prædictorum terminorum proportionalium, qui ſinus rectus eſt complementi declinationis ſtellæ, partium æqualium ſupponatur 100000, eliciatur ex ipſa tabula numerus, ad quem eam habeant rationem ipſi 100000, quam ſinus rectus complementi declinationis ipſius ſtellæ ad ſinum rectũ declinationis eiuſdẽ. Accepit enim ex tabula ſinuũ rectorũ, vnius gradus ſinum rectũ, videlicet 1047, hũc numerũ multiplicauit per 100000, ſola quinq; ziphrarum adiectione, productũ diuiſit per 59990, ſinum rectum graduum 89: & inuenit quotientẽ numerũ 1745, quẽ propterea collocauit in ipſa fœcunda tabula è regione vnius gradus: nempe ad ſignificandũ, quòd qualium partium ſinus rectus gra. 89 eſt 100000, talium ſinus rectus vnius gradus eſt 1745: quemadmodum euidenti ratione numerorum proportionalium concluditur. Eadem arte 2093, ſinum rectum duorum graduum, multiplicauit per 100000, productum diuiſit per 59963 ſinum rectum graduum 88, inuenitque quotientem numerum 3490: qualium igitur partium arcus gra. 88, eſt 100000, talium eſt arcus duorum graduũ 3490. Poſuit igitur è regione graduum duorum ipſum numerum 3490: & in reliquis eundem ſeruauit modũ. Quoniã igitur ſicut ſinus rectus cõplemẽti declinationis ſtellæ ad ſinũ rectũ declinationis eiuſdẽ, ſic numerus multiplicandus ad ſinum rectum arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinatiõis intercepti, Intrabimus idcirco tabulã fœcundam cum arcu declinationis ſtellæ, & numerũ multiplicãdum per repertum in ea numerũ iam multiplicabimus, à producto verò quinque figuras abijciemus, relictus enim numerus ſinus rect⁹ erit intercepti arcus à circulo latitudinis, & circulo declinationis, & propterea per tabulã ſinuũ ſemidiametrũ ſubijciẽtẽ partiũ æqualiũ 60000, ipſe arcus cognitus erit. Per hæc autẽ reliqua quæ in ſecũdo & quarto problemate continentur, videlicet quando arcus arcui iungẽdus eſt, aut alter ab altero minuẽdus, facile innoteſcẽt. Hæc (vt conijcimus) fuit autoris inuentio in his problematis, artificioſa quidem, ſed plena laboris, tam in conſtructione tabularum, quàm in vſu: & quæ in captandis partibus proportionalibus ex tabula fœcunda, cum minuta gradibus adhærent, operantem fallere poteſt. Hoc autem intueri licet in aſſumpto exemplo. Declinatio enim ſtellæ, inuẽta fuit gra. 75. mi. 51. igitur ſin⁹ rectus partes habet 58179, cui ſi addantur quinq; ziphræ, fiẽt 5817900000: hunc numerum diuidemus per 14667, ſinum rectũ gra. 14. mi. 9. complementi declinationis, & prouenient ex partione 396666, pro vero numero qui in tabula fœcunda reſponderet arcui gra. 75. mi. 51, ſi ipſa tabula non ſolum per gradus integros, ſed per minuta extenſa eſſet. Sed cum partes proportionales ſequeremur iuxta præceptum autoris, numerum elicuimus ex eadem tabula fœcunda 396907, quorum numerorũ differentia ſenſibilem parit errorem. Nã ſi 396666 multiplicemus per 14995, fient 5948006670, ab hoc autem numero reiectis quinque figuris relinquẽtur 59480, ſinus videlicet rectus gra. 82. mi. 27. Auferantur hi à 180, & relinquẽtur gradus 97, cum minutis 33, pro magnitudine arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinationis ſtellæ intercepti. Sic igitur aſcẽſio recta graduum erit 222 cum minutis 38, cum antea inuenta fuiſſet graduum 222 cum minutis 22: excreſcent igitur minuta 16, quæ in rectæ aſcenſionis inueſtigatione negligẽda nõ ſunt. Et propterea exactius hoc putamus inueniri per doctrinã ſextæ propoſitionis noſtri libri Creſpuſculorum in hũc modũ. Numerus 39874, qui ſinus rectus exiſtit gra. 23, mi. 30 maximę declinationis multiplicetur per 29515, ſinum rectum complemẽti latitudinis ſtellæ, & fient 1176881110: hunc deinde numerũ multiplicabimus per 20612, ſinũ verſum graduum 37. mi. 27, quibus ipſa propoſita ſtella ſecũdũ longitudinẽ zodiaci à principio Cãcri diſtat, & à producto reijciemus decem figuras: relinquetur q; numerus 2456, quẽ auferemus à 99389 ſinu recto gra. 83, cũ mi. 40, quos continet complementum differentiæ, quæ inuenitur inter maximã declinationem & complementum latitudinis ſtellæ, relinquẽtur igitur 96933, ſinus rectus graduũ 75 mi. 46 tanta eſt idcirco declinatio propoſitæ ſtellæ. Deinde verò vt rectam aſcenſionẽ inueniam⁹ iuxta documẽtũ eiuſdẽ ſextæ propoſitionis, auferemus ab arcu maximæ declinationis eclipticæ gra. 14. mi. 14. cõplementi declinationis ſtellæ, & erit ipſorum arcuum differentia gra. 9. minuta 16: cõplementum igitur gradus continet 80, mi. 44: ab hui⁹ arc⁹ ſinu recto 98694, auferemus 95545, ſinũ rectũ latitudinis ſtellæ, & relinquetur numerus 3149, quartus proportionis terminus, quẽ multiplicabim⁹ per qua-

dratum ſinus totius primum terminum, decem ziphrarum adiectione productum diuidemus per 980382038. qui fiunt ex ductu ſinus recti maximæ declinationis in ſinum rectum declinationis ſtellæ, & venient ex partitione 32120, ſinus verſui gra. 47. mi 15. Tanta eſt igitur aſcēſio recta illi⁹ arcus eclipticæ, qui inter duos terminos cōprehēditur, quorū alter eſt ipſi⁹ eclipticæ pūctū, cū quo prædicta ſtella cælū mediat, alter vero Sagittarij finis: facta igitur ſupputatione ab initio arietis, erit eiuſdē ſtellæ aſcēſio recta id quod relinquitur ex tribus quadrantibus, videlicet gra. 222. mi. 45. vtcunque igitur ſupputemus errauit Orontius.

Orontium Finæum falſas tradidiße horizontalium & verticalium Horologiorum deſcriptiones.

CAP. XIX. Reprehenſio. XVI.

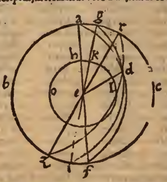
Eſcriptiones etiam horologiorum tum horizontalium tum verticaliū quas Orontius in eodem libro tradidit falſas inuenimus. Hoc autem liquidò conſtabit, vbi ratio conſtruendorum horologiorū cognita fuerit. Eſto igitur in plano dati Horizōtis cuius cētrū c, meridiana linea ſiue cōmunis ſectio eiuſdem horizontis & meridiani recta a b: reſpiciat autē a, partes poli manifeſti, ſed b, occulti: ſemidiameter verò futuri horologij horizontalis ſit c d. Et cōcipiamus animo planum vnum æquinoctiali parallelum vt eſt e f, horizontis planum ſecare ſuper recta linea f d g: communis autem ſectio meridiani & huiuſmodi plani e f, eſto recta d K. Quoniā igitur ipſe meridianus per polos horizontis venit, rectus inſidebit eidem per 19 primi libri Theodoſij: præterea quoniam plani e f. & ſphære cōmunis ſectio circumferentia circuli eſt, per primam propoſitionem eiuſdē primi libri, æquinoctialis igitur & circulus ipſe cuius planum exiſtit e f, eoſdem polos habebunt, per primam ſecundi: & idcirco rectus etiam erit meridianus ad planum e f, per eandem 19. primi: recta igitur f g, communis ſectio Horizontis & plani e f, ad eundem meridianum recta erit per 19. vndecimi libri elementorum Euclidis: & idcirco anguli f d K, & l d b,



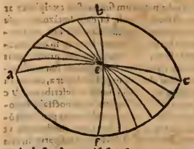
recti erunt per ſecundam definitionem eiuſdē vndecimi: & proinde angulus b d K, inclinatio erit plani e f, ad horizontis planum. Eodem modo demonſtrabis inclinationē plani æquinoctialis ad horizōtis planū eum rectilineū angulū eſſe qui fit ad c, punctū ex concurſu b c, cū cōmuni ſectione planorū æquinoctialis & meridiani: qui quidē angulus arcum altitudinis æquatoris ſupra horizontem ſubtendit in ipſo centro. Ipſos autem angulos inclinationum planorum e f, & æquinoctialis ad horizōtis planū æquales eſſe concludes, per decimam ſextam propoſitionem vndecimi, & vigeſimam nonam primi. Et propterea rectilineus angulus c d K, angulo altitudinis æquatoris æqualis erit. Fiat autem per vigeſimam tertiā propoſitionem primi ad datam rectam lineam c d, ad datumq; in ea punctum c, in plano meridiani rectilineus angulus d c l, æqualis angulo cōplementi altitudinis æquinoctialis in dato horizōte: concurrere igitur neceſſe eſt d l, & c l, rectas lineas, quia duo anguli ad c, & ad d, coniuncti, vni tantum recto ſunt æquales. Quoniam verò oſtenſum eſt angulos f d l, & f d c, rectos eſſe, deſcriptis igitur circulis d h K z, & d q s v, ſuper cētris l. & c, interuallis d l, & d c, vtrunque eorum continget linea f g, in ipſo d, per corollariū 15 tertij. Cum igitur pūctū a, meridia-

Meridianæ lineæ partes manifeſti poli reſpicit, & angulus d c l, in plano meridiani conſtitutus, ſit æqualis angulo complementi altitudinis æquatoris, id eſt angulo altitudinis poli, recta propterea c l vtrinq; producta per æquinoctialis polos tranſire neceſſe eſt. Et idcirco perpẽdicularis erit c l, in plano e f, & punctum l, centrum erit illius paralleli circuli cuius planum eſt ipſum e f, per duodecimã propoſitionẽ primi libri Theodoſij. Angulus igitur d l o, rectus erit, vel per ſecundam definitionem vndecimi, vel per trigeſimã ſecundam propoſitionẽ primi & cõmunem ſententiam: ipſa verò recta linea c l, pars axis erit æquinoctialis circuli inter centrum mundi & centrũ concepti paralleli cõprehenſa. Intelligamus præterea duos circulos maximos per ipſos æquinoctialis polos venientes, horæ primæ ante meridianæ & pomeridianæ oſtẽſores: manifeſtũ eſt huiuſmodi circulos ſimul cum meridiano arcus æquales reſecare ex circunferentia æquinoctialis, graduum videlicet 15. iuxta cõſuetã diuiſionẽ diei in horas æquales 24. eoſque venire neceſſe eſt per c, & l, centra, quod 19. primi Theodoſij demõſtrat. Sint igitur eorundẽ atq; plani e f, ſectiones cõmunes rectę lineę l o, & l p, circũferẽtiã circuli d h K z, ſecãtes in m, & n: cõnectãtur autẽ rectæ c o, & c p, circũferẽtiã circuli d q s u, ſecantes in t, & r, ipſæ igitur c o, & c p, cõmunes erunt ſectiones plani horizontis & eorundem maximorum circulorum qui horaria interualla diſtingunt. Vnuſquiſque vero duorum arcuum d m, & d n, quindecim gradus cõprehendet circunferentiæ circuli d h K z, per 14 propoſitionem ſecundi libri Theodoſij, ipſiq; arcus d r, & d t, proportionales erũt eis, qui ex circũferentia horizõtis ad partes poli manifeſti prædicti circuli maximi horarũ diſtinctores, abſcindũt. Ponamꝰ itaq; arcũ d r, eſſe primæ horæ antemeridianæ, & d t, primæ pomeridianæ: & fingamus axẽ æquinoctialis circuli, vmbram reddere poſſe. Neceſſe eſt igitur centrũ ſolaris corporis, & ipſum ęquinoctialis axẽ ſimulatque vmbram in contrariam partem proiectam, in plano vnius circuli maximi ſemper eſſe, quanquam oporteat vt ipſa vmbra ab obiecto aliquo corpore excipiatur. Et propterea quoties ſol motu diurno agitatus, ad circũferẽtiã circuli primæ horæ ante meridianæ peruenerit, axis c l, vmbra ipſi rectę lineæ c o, in horizontis plano examuſſim inhærebit: in meridiano autem conſtitutus vmbram proijciet in d s, ſed in circulo primæ pomeridianæ vmbrã ipſius axis proijciet in c p. Quoniam verò centrorum c, & l, diſtantia ad immenſam illam longitudinẽ qua ſol à mundi centro diſtat comparata, inſenſibilis reputatur, planũ igitur e f, pro æquinoctialis plano non incõmode vſurpabitur. Quapropter toto tẽpore quo ſol auſtralia ſigna peragrauerit, ipſa pars axis c l, interdiu in circũferẽtia circuli d h K z, horas ſimiliter indicabit, vt ſit l o, linea primæ horę antemeridianæ, & l p, primæ pomeridianæ in æquinoctiali circulo, quẽadmodũ in horizontis plano c r, & c t. Sed cum ſigna borealia luſtrauerit, reliqua pars axis vltra l, in oppoſita planitie horas etiã demõſtrabit: ſubijcimꝰ enim in præſẽti, gratia facilioris intelligẽtiæ, Aequinoctialis planum craſſiuſculũ eſſe, vtrãq; autẽ planitiẽ idẽ æquinoctialis planum referre. Et ſimilis eſt ratio de alijs horarum ſpatijs ante meridiẽ, & poſt; vſque ad quintam. Linea vero ſextæ horæ tam in æquinoctialis plano, aut cuiusvis paralleli, quã in horizonte, meridianam lineam ad rectos angulos ſecat, quia circulus horæ ſextæ ſimul cũ meridiano, vtroſq; circulos in quadrantes diuidit. Et propterea recta linea q v, circulum horizontis in quadrantes diuidens, ſextam horam indicabit ante meridiem, & poſt: recta videlicet q c, ſextam antè meridianã, & c v, ſextam pomeridianam. Similiter in horario æquatore d h K z, recta linea h z, quæ ipſum circulũ d h K z, in quadrãtes diuidit, ſextã demonſtrabit horã. Ipſa verò ſpatia d r, & d t, æqualiũ tẽporũ, & à pũcto meridiei æqualiter diſtãtium, inuicem ſunt æqualia. Sũt enim in duobus triangulis l d o, & l d p, duo ãguli qui ad d, ęquales recti videlicet: præterea duo anguli qui ad l, inuicem æquales, ob æqualitatem arcuum d m, & d n. Latus autem d l, commune eſt: duo igitur latera d o, & d p, æqualia erunt per 26. primi Euclidis. Et idcirco in duobus triangulis etiam rectangulis d c o, & d c p, duo anguli qui ad c, æquales erunt per 4 eiuſdem primi, & arcus propterea d r: & d t, ęquales per 26 tertij. Et eodem modo, cõmuni coadiuuante ſententia, æquales eſſe demonſtrabuntur, arcus horæ ſecũdæ pomeridianæ & ante meridianæ, & quicũq; paribus tẽporum interuallis, & à meridiano æqualiter diſtantibus, reſpondent. Aduertendũ eſt autẽ, quod ſemicirculo q d v, in duodecim horarũ ſpatia diuiſo, ſi deinde à punctis diuiſionũ rectę lineæ per centrũ trahantur, ipſæ rectæ lineæ reliquas duodecim horas

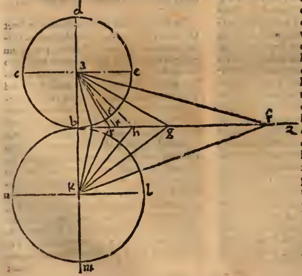
in reliquo ſemicirculo demonſtrabunt. Eſto
enim horizon circulus a b c, circa centrum e,
deſcriptus, meridianus vero a d f, huius & hori-



zontis ſectio cõmunis ſit a e f, ſemicirculus qui
primã horã pomeridianã oſtẽdit g d i, cuius &
horizõtis cõmunis ſectio g e i: polus manifeſt'
d, eleuatio poli ſuper horizõtẽ arcus a d, ſemia-
xis recta linea d e, punctũ a, angulus medię noc
tis. Circulus autẽ horologij horizonti cõcẽtri-
cus ſit h l o, in quo arcus l i K, proportionalis eſt
arcui a g. Quoniã igitur ſol in oppoſitas partes
vmbrã proijcit, quoties fuerit in arcu d f, vm-
brã ſemiaxis d e, proijciet in e a, & propterea
quãuis ipſa recta linea in angulum mediæ noc
tis vergat, meridianum tempus indicabit. Sed
cum attigerit arcum d i, hora videlicet prima
pomeridiana, vmbram ſemiaxis proijciet in lõ
gitudinem rectæ e g: quanquã igitur ipſa e g, ad
partes propinquas angulo mediæ noctis ſit in-
clinata, nihilominus ob prædictam cauſam fi-
nem primæ horæ pomeridianæ nobis oſtẽder.
Rurſus in ea polari eleuatione, in qua per ali-
quod anni tẽpus, fuerit ſol interdiu in arcu d g,
vmbram ſemiaxis in rectam lineã e i, proijciet.
Quoniam verò arcus ipſe d g, à puncto mediæ
noctis interuallo vnius horæ diſtat, recta igitur
e i, finem primæ horæ poſt mediam noctẽ, ini-
tiumve vndecimæ antemeridianæ indicabit,
tametſi ipſa recta linea ad partes meridiei ex-
poſita ſit. Cæterũ in ea poli eleuatione in qua
Horizõ circulũ Cancri contingit, in ipſa ſolſti
tij die ſol veluti exoriẽs atq; occidens ad a, vm-
bram proijciet in e f, infinitam: tunc igitur ip-
ſa recta linea e f, nec meridiem nec mediã noc-
tẽ repreſentabit. Sed in alijs regionibus in qui-
bus naturalis dies in lucẽ ac noctẽ diſſecatur,
mediæ noctis linea nũcupabitur. Arcus itaq;
i f, primã horã poſt mediã noctẽ repreſentabit:
qui quoniã angulũ f e i, in cẽtro ſubtẽdit æqua-
lẽ angulo a e g, cõtrapoſito, æqualis erit idcirco
arcui a g, primæ horæ pomeridianæ. Et eodem
modo demõſtrabis reliquos arcus poſt mediam
noctem reliquis poſt meridiem eiuſdem deno-
minationis æquales eſſe, itemq; arcus ante me-
diam noctem reliquis ante meridiem æquales
etiam. Arcus autem ſecundæ horæ maior eſt ar
cu primæ horæ, & arcus tertiæ maior arcu ſe-
cundæ, & ita deinceps vſq; ad finem ſextæ, tẽ-
pori à meridie diſtantiori maior arcus in hori-
zonte reſpondet, & ſimiliter in horizontali ho
rologio. Eſto enim g r, arcus ſecundæ horæ in
horizontis circumferentia, quem horarius cir-
culus z d r, diſtinguat: igitur ipſi tres circuli
z d r, i d g, & f d a, æquales arcus ab æquinoctia
lis circumferentia abſcindunt. At verò ſi arcus
g r, æqualis concederetur ipſi a g, aut eo minor,
ſequeretur per 4. tertij Theodoſij arcum æqui
noctialis primæ horæ maiorem eſſe arcu æqui-
noctialis ſecundæ, quod eſt abſurdum & con-
tra hypotheſin: maior eſt igitur g r, ipſo g a, &
eodem modo de reliquis vſque ad ſextam de-
monſtrabitur. In horologijs autem verticali-
bus quorum plana ad meridiem expoſita ſunt,
duodecim tantum horæ deſignantur. quoniam
ipſa horologij ſuperficies cum in plano verti-
calis circuli poſita ſit, per æſtatem poſt ſextam
horam matutinã illuſtratur à ſole: in æquinoc-
tio autem ab exortu vſq; ad occaſum illumina
tur, non igitur ante ſextam: reliquo tempore
conſtat ſolem poſt ſextam horã matutinã ori-
ri, & ante ſextam veſpertinã occidere. Horolo
gij centrum quemadmodum in horizontali,
horizontis centrũ ſupponitur. Axis inclinatio
ſupra planum ipſius verticalis horologij, angu-
lum continet complementi altitudinis poli, in
dato Horizonte. Horarum ſpatia diſtinguntur
per eoſdem horarios circulos per mundi polos
venientes, vniuerſamque æquinoctialis cir-
cunferentiam in partes æquales quatuor & vi-
ginti diſterminantes. Permutantur autem ho-
rologia verticalia & horizontalia ea lege, vt
ſi duorum locorum latitudines iunctim qua-
drantem conficiunt, horizontale vnius red-
datur alterius loci horologium verticale, & vi-
ciſſim verticale horizontale. Eſto enim a b c,
horizontis ſemicircunferentia ſeptentriona-
lis, ſitque a f c, ſemicircunferentia verticalis
circuli, qui per ſectiones horizõtis & æquinoc
tialis incedit: meridiani quadrãs ſit b e f, pũctũ
vertica-



verticale f. polus manifeſtus ſeptentrionaliſq; eſto e, cuius altitudo ſupra horizontem eſt b e, ſemicirculus a e c, ſextam horam ante meridianam & promeridianam demonſtrabit. Ducantur reliqui quinq; circuli horarum diſtinctores: per eos igitur diuidetur quadrans a b, in arcus proportionales arcubus circuli horologij horizontalis circa idem centrum deſcripti. Et per eoſdem quoq; circulos diuidetur quadrans f c, in arcus proportionales arcubus circuli horologij verticalis circa idem centrum deſcripti. Nam ipſorum circulorum plana per horizontis centrum venientia, horizontalium horologiorum & verticalium circunferētias perinde ſecant, atque quadrantes a b, & f c. Rurſus intelligamus alium locum orbis ſub eodem meridiano, cuius vertex ſit ad b, ſeptētrionalis horizontis ſemicirculus ſit a f c, verticalis autem a b c. Erit igitur altitudo poli arc⁹ e f, qui antea erat altitudinis complementum: & eiſdem ſpatijs modò diuiſus erit quadrans f c, pro horologio horizontali, quibus antea diſtributus erat ꝓ verticali. Similis enim ſeruatur circulorum ſitus: ſed altitudo poli permutatur in altitudinis complementū, ipſæq; latitudines compoſitæ 90. gradus efficiunt. Horologium igitur horizontale eius loci qui altitudinem poli habet b e, redditur verticale ad eum locum cuius altitudo eſt e f, & viciſsim huius loci horizontale, fit illius verticale, quod demonſtrandum erat. Hactenus de ratione horizontalium & verticalium horologiorum: quorum deſcriptiones in vno plano faciles erunt, ſi triangulū rectangulum prius in eo conſtituatur, cuius alter acutorum angulorum tot gradus circunferentiæ circuli ſubtendat, quot altitudo poli in dato horizōte habet. Sic enim latus oppoſitum ſemidiameter erit æquinoctialis horologij, ex quo horarum diſtributiones in horizōtali horologio deducuntur: latus verò rectum angulum ſubtē dens ipſius horizontalis horologij ſemidiameter: & quod reliquum angulū altitudinis æquatoris ſubtendit, pars axis erit inter centrum horizontis & centrum æquinoctialis horologij. At quoniam quod ad horologij horizontalis deſcriptionem attinet, nihil proſus refert, ſiue planum æquinoctialis horologij planum horizontis interſecet, inclinationem cum eo efficiens altitudinis æquatoris quemadmodum mente cō cepim⁹ finximuſq;, ſiue in vno eodemq; plano vterq; circulus deſcribatur, quòd linearum interſectiones à centro æquinoctialis horologij venientium cum contingēte linea in eiſdem pūctis fiant: & proinde eadem horariorum interuallorum diſcrimina in horologij circunferentia. Quoties igitur horologiū horizontale conſtruere in animo fuerit, in plana aliqua ſuperficie quouis interuallo, vt a b, circa centrum a, circulus deſcribatur b c d e, qui æquinoctialis horologij officio fungetur: cum itaq; diuidem⁹ in quadrantes, ductis dia-



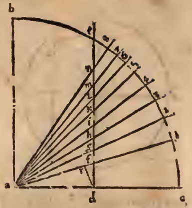
metris c e,& b d, ſe ſe ad rectos ãgulos ſuper cẽ-
tro a, ſecantibus & à puncto b, ſuper a b, perpẽ-
dicularem ducemus b z. Quadrantem verò b e
in ſex æquales partes diuidemus, quarum quæ-
libet quindecim gradus complectetur, & per
ſingulas diuiſionum notas, rectas lineas à cen-
tro trahemus, rectam lineam b z, ſecantes in
punctis f g, h, r, o. Supputabimus deinde in
ipſo b e, quadrante ab e, verſus b, numerum
graduum altitudinis poli in dato horizonte,
& per eorum finem i, rectam lineam trahe-
mus à centro, ipſam b z, ſecantem in t puncto,
conſtructum itaq; erit rectangulum triangu-
lum a b t, in quo quidem angulus a t b, æqua-
lis coalternuſq; angulo e a t; altitudinis poli
rectam a b, reſpicit æquinoctialis horologi, ſe-
midiametrum: & propterea recta linea a t, re-
ctum ſubtendens angulum qui ad b, ſemidia-
meter erit horizontalis horologij in data lati-
tudine regionis. Producatur igitur recta linea
d b, & ſuper centro K, interuallo autem b K,
ipſi rectæ lineæ a t, æquali, circulus horizonta
lis horologij deſcribatur b l m n, qui duabus
diametris b m, & l n, ſe ſe inuicem ſuper ipſo
centro ad rectos angulos ſecantibus, in qua-
drantes diuidatur. Mox à centro k, rectæ tra-
hantur lineæ, ad ipſa per pendicularis contin-
gentis vè lineæ pũcta f, g, h, r, o: hæ enim ſimul
cum ſemidiametris b k, & k l, quadrantem b l,
in ſex inæquales arcus diſſecabunt, totidem æ-
qualibus horis reſpondentes. Linea enim b k,
meridiem repreſentabit: k l finem ſextæ horæ
promeridianę: reliquæ autem reliquarũ quin
q; horarum fines, ſuo ordine: quibus debiti nu
meri inſcribantur. Ipſis demum ſpatijs qua-
drantis b l, æqualia ponantur circini officio in
quadrante b n, & reliquas ſex horas habebim⁹
ante meridianas: deinde verò à ſingulis pun-
ctis diuiſionis rectæ lineæ ducantur per cen-
trum K, ad oppoſita circunferentiæ pun&a: &
diuiſus tandem habebitur circulus horologij
in ſpatia horarum 24. Sed ea ſolum exprimen
tur in ipſo horologio, quæ numerum horarum
longiſsimi in data regione diei, indicatura ſint
reliqua enim ſuperuacanea ſunt. Et licebit etiã
circulum horizontalis horologij ad libitam
menſuram prius deſcribere: deinde verò ex eo
deducere æquinoctialis ſemidiametrum, in
hunc videlicet modum. Circa centrum k, quã
tolibet interuallo vt k b, circulus horizontalis
horologij deſcribatur, & in quadrantes diuida
tur, ductis diametris b m, & l n. Tunc verò ex
altera diametrorum ſinus rectus excipiatur ar
cus altitudinis poli, in dato horizonte: ipſe
enim rectus ſinus ſemidiameter erit æquino-
ctialis horologij, ex quo horaria ſpatia dedu-
cenda ſunt. Rectam igitur b m, producemus
in d, ex qua rectam b a, æqualem ſumemus ei-
dem ſinui altitudinis poli: & ſuper a, centro, in
teruallo autem a b, circulum deſcribemus b c
d e, qui officio fungetur æquinoctialis horo-
logij, ex quo horarum diſcrimina pro horizõ-
tali elicienda ſunt: & reliqua abſoluantur vt
anteà. Poſtremò ſtilus ferreus infigatur in cen
tro k, qui tantum eleuetur ſuper lineam k b,
vt efficiat cum ea in ipſo k, puncto, angulum
æqualem angulo a t b, aut e a t, altitudinis po
li, & eius faſtigium æqualiter diſtet à punctis
l, & n. Sic enim in plano meridiani permane-
bit, mundiq; axem repreſentabit. Vel ſi libet,
triangulum conſtruatur ex quauis dura ac te-
nui materia, latera habens æqualia lateribus
trianguli a b t, erigaturq; ad perpendiculum
ſuper plana ſuperficie horologij, eo modo, vt
linea a t, rectè iaceat ſuper b k, conueniatq; a
cum b, & t cum K. Tunc verò horologio collo
cato ad horizontis æquidiſtantiam, & linea
b m, poſita in meridiana, punctoq; b, mediæ
noctis angulum aſpiciente, ſtili vmbra horam
diei commoſtrabit. Verticale horologium da
ti loci ſimiliter fabricetur, quemadmodum ho
rizontale eius, qui altitudinem poli æqualem
habet altitudini æquatoris ipſius dati loci.

Ex his conſtabit quàm vehementer erret
Orontius in deſcriptione horologiorum. Pri-
ma enim propoſitione libri primi, protypum
generalem deſcribit fabricãdorum horologio
rum, in hunc modum. Circa centrum a, circu-
lum deſcribit b c d e, quem binis diametris b d
& c e, in eodem centro a, ſe ſe ad rectos angu-
los dirimentibus in quatuor quadrantes diui-
dit. Horũ quadrantum dextrum & ſuperiorẽ
b c, in 90, æquales partes diſtribuit: & ſupputat
à puncto b, verſus c, altitudinem poli ſupra ho
rizontem eius loci ad quem horologium fa-
bricare libet, finem verò ſuputationis notula
f ſignat: & à centro a, ad datum punctum f, re-
ctam ducit a f. Deinde ab eodem puncto f, ſu-
per rectam b d, perpendicularem deducit f g,
quæ deſcripti circuli circunferentiam attin-
git in puncto g, & b d, ſecat in h. Ipſi autẽ f h,
æqualem conſtituit a i, in ſemidiametro a c,
& a puncto h, ad punctum i, rectam lineam
ducit



ducit h i, quæ rectam a f, ſecat in pũcto K. Erit igitur f h, ſinus rectus altitudinis poli, ipſa verò a h ſinus rectus complementi eiusdem eleuationis polaris. Huiuſmodi autem deſcriptionẽ generalem protypum appellat, pro horizontalibus & verticalibus horologijs conſtruendis. Poſtea verò in ſecunda propoſitione horologium horizontale fabricaturus, ad latitudinem arcus b f, lineã æqualẽ rectæ a h, huius ſui generalis protypi, ſemidiametrum conſtituit horologij: rectam autem lineam æqualem ipſi a K, aut f K, ſemidiametrũ ponit æquatoris horarij. Rurſus in tertia propoſitione lineam conſtituit rectæ f h æqualẽ pro ſemidiametro verticalis horologij eiuſdẽ latitudinis b f: pro ſemidiametro verò æquatoris horarij, lineam ponit ipſi a k, aut K f, æqualem: in quibus euidenter errat. Sunt enim per quartam primi duæ rectæ lineæ a f, & h i, inuicem æquales: & duo anguli h a f. a h i æquales: item duo anguli qui ad f, & i, æquales: quapropter duo anguli K f h, K h f, æquales erunt per 29 ipſius primi libri & cõmunẽ ſententiã: æqualis eſt igitur a k, ipſi h K, & f k, eidẽ h k, æqualis etiã per ſextã eiuſdẽ primi: dimidium eſt igitur a K, ipſius a f. & h k, ipſius h i. Et propterea quoties loci latitudo arcus videlicet b f, dimidio quadrãtis maior fuerit, veluti in Pariſienſi latitudine, & pleriſque alijs, erit vterque æqualiũ angulorũ k a h, & k h a, dimidio recti anguli maior: reliquus igitur a k h, recto minor erit per 32 propoſitionem primi & communem ſententiam. Quapropter ſi rectam a h, ſemidiametrum conſtituamus horizontalis horologij ad latitudinem b f, non erit a K, aut æqualis k h, ſemidiameter æquatoris horarij, ex quo ſpatiorum horariorum diſcrimina eliciuntur. Sed deducemus à puncto h in rectam a f, perpendicularem h r, quæ propterea quòd angulus a k h, eſt acutus, cadet inter a, & k: erit itaque ipſa h r, ſemidiameter æquatoris horarij, & a r, pars axis. Liquet autem eandẽ h r, ſub minori angulo ſubtenſam, minorem eſſe recta h K, aut a K, & angulum a h r, qui relinquitur ex recto altitudinem æquatoris ſiue latitudinis complementum repræſentare, non h a K, aut a h K, vt ex dictis Orontij infertur. Quòd ſi latitudo b f, dimidio quadrantis minor ſupponatur, erit angulus a K h, recto maior: cadetque propterea perpendicularis ex h deducta inter K, & f. Et erit ipſa perpendicularis æquatoris horarij ſemidiameter, minor etiam eadem K h, aut a k. Tantum enim vbi loci latitudo dimidio quadrantis æqualis fuerit, cadet perpendicularis in K: & vterque angulorum K a h, a h K, dimidiũ recti erit: rectaque linea a h, ſemidiameter erit horologij horizontalis, a K verò æquatoris horarij ſemidiameter. Ex his manifeſtum eſt etiã erraſſe in deſcriptione verticalis horologij. Enimverò ſi latitudo loci eſt b f, erit a f h, angulus complementi latitudinis eiuſdem loci: quapropter ſi f h, conſtituatur ſemidiameter horologij, erit perpendicularis h r, ſemidiameter æquatoris horarij, & f r, pars axis, quemadmodum ſuperius demonſtrauimus. Erit autem a K, ſemidiameter æquatoris horarij, vbi latitudo loci dimidio quadrantis æqualis fuerit: ibi enim idem horologium, horizontale eſt atque verticale. Nec minus falſa ſunt quæ afferi in ſeptimã propoſitione eiuſdem primi libri horologiorum. Deſcribit enim meridiani quadrãtem a b c, cuius circunferentiam b c, in 90 partes æquales diſtribuit: & trahit à centro a, rectas lineas ad fines arcuum ſingulorum climatum. Secat deinde ex a c, partem a d, pro futuri horologij magnitudine: & à puncto d, ſuper a c, perpendicularem erigit d e, ipſi a b, parallelam quæ lineas ex centro ductas ſecat in pũctis f, g, h, i, K, l, m, n. Ait igitur rectam a d, ſemidiametrum fore horizontalium horologiorum: perpendicularem d f, ſemidiametrum verticalis horologij primi climatis: d g ſecundi, d h tertij, & ita de cæteris: ſubtenſam autem a f, æquatoris horarij dimetiens primi climatis, a g ſecundi, a h tertij, a i quarti, & ita de reliquis. Sed hæc omniã apertiſsimè cõſtat falſa eſſe. Eſt enim a f, ſemidiameter horologij horizontalis primi climatis, & perpendicula-

dicularis d f, ſemidiameter æquatoris horarij: a d verò pars axis eſt. Rurſus a f, ſemidiameter horologij verticalis eiuſdem climatis primi, & a d, ſemidiameter æquatoris horarij, reliqua autem d f, pars axis. Quòd ſi ponamus a d, ſemidiametrum horologij horizontalis, deducenda erit idcirco ex d, in a f, penpendicularis d r, quæ ſemidiameter fiet æquatoris horarij, & a r, pars axis. Et ſi rectam d f, ſemidiametrum conſtituamus verticalis horologij, erit adhuc ipſa d r æquatoris horarij ſemidiameter. Patent hæc ex ſupra oſtenſis. Et falſa ſunt igitur quæcunq; alia horologia per huiuſmodi Orontij fundamenta conficiuntur. Reliqua autem inclinata, & pēdula ſolaria horologia ab eo tradita, examinandi otium nō eſt.



FINIS.

PETRI NONII SALACIENSIS, DE CREPVSCVLIS LIBER VNVS.

ITEM Allacen Arabis vetuſtiſsimi, de cauſis Crepuſculorum Liber vnus, à Gerardo Cremonenſi iam olim Latinitate donatus, & per eundem PETRVM Nonium denuò recognitus.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE.

Excudebat Antonius à Mariis.

Anno 1573.

AD PERQVAM SVBLIMEM ET POTENTISSIMVM LVSITANIAE REGEM Ioannem.III. Aphricum, Æthiopicum, Arabicum, Perſicum, Indicũ, in opus de Crepuſculo PETRI NONII, Geographi, præfatio.

INCIDIT NVPER SERMO DE Crepuſculis Rex inuictiſsime coram Principe integerrimo, vitæ ſanctimonia & literarũ cognitione ornatiſsimo, fideiq; noſtrę acerrimo defenſore, Infante Henrico illuſtriſsimo fratre tuo. Qui cũ nullum tẽpus intermittat, quin ſemper aut animarũ ſaluti proſpiciat, aut optimos quoſq; authores euoluat, aut literatorum hominum colloquia audiat, Aſtronomię theorematis mirum in modum delectatur: non illius quidem fluxę fidei, & penè iam exploſę, quę de iudicijs ad vitá fortunamq; pertinẽtibus agit: ſed quæ de ſyderum curſu deq; vniuerſa cœli ratione diſputat. Eũ tu rex humaniſsime decem abhinc annis, mathematicis ſciẽtijs inſtituendum à me curaſti. Didicit ille diligentiſsime breuiq; tẽpore, Arithmetica & Geometrica Euclidis elementa, Sphęræ tractatũ, Theoricas planetarũ, partem magnæ aſtrorũ compoſitionis Ptolemęi, Ariſtotelis mechanica, Coſmographica omnia, Priſcorum quorũdam inſtrumẽtorũ vſum, & nõnullorum etiam quę ego ad nauigandi artẽ excogitaueram. Quod ſi in eis diutius verſatus fuiſſet, equidem perfectus in mathematicis euaſiſſet. Sed oportebat eũ ſacris initiari inaugurariq;, & in præclara ſtudia Theologiæ incũbere. Quotidie tamen problema aliquod ſciſcitatur, arduum difficile & ingenioſum. Quoniam vero per tempus non licet, geometricis demonſtrationibus operam dare, demonſtrandi onus mihi imponit. Quæſiuit autem diebus ſuperioribus de Crepuſculorũ longitudine in diuerſis climatis. Nec defuere qui ex tempore non ſolum rem abſoluere tentarent, verum etiam & inueniſſe (quando multos habemus Gorgias Leontinos) aſſeuerarent. Quumque nihil aliud pręterquam tritum quiddam atq; peruulgatũ, & à nemine (quod ſciam) hactenus demonſtratum, in medium proferri viderem, libuit rem hanc per mathematicæ artis certiſsima euidentiſsimaq; principia, enodatius explicare. Igitur meditando & inueſtigando, ea inueni quæ nullibi legeram, & quę niſi demonſtratione mihi innotuiſſent, plane ſupra fidem

erant:

erant: nempè cum primam Capricorni partem ſol fuerit ingreſſus, dies augeri, ſed crepuſcula minui incipiunt: priuſquam vero totam Zodiaci hyemalem quartam abſoluat, breuiſsimum crepuſculum agit, in Horizonte Olyſipponenſi, vigeſima quinta die Februarij (vt certiſsimus calculus indicauit) noſtra ætate: inde rurſus augentur vſque ad tropicum æſtiuum. At habitantibus ſub æquatore, quæ regio latiſsime ſub tuo patet imperio, cum ſupra verticem fertur, æquinoctij tempore, breuiſsima crepuſcula fiunt: reliqua omnia ad vtrumque tropicum indies maiora: adeo eſt diuerſa crementi crepuſculorum ac dierum ratio: & pleraque alia demonſtraui ſcitu digniſsima iucundiſsimaque. Porro hęc mea demonſtrandi methodus alia eſt fateor aliquando, ab ea qua priſci illi authores Menelaus, Ptolemęus, & Geber viri doctiſsimi vſi ſunt: ſed ab Euclide & Theodoſio haud quaquam aliena. Cæterum vtrum facilior aut ad opus expeditior, eruditi omnes expendent. Hęc verò quanquam perexigua, & quę iuſtum volumen non attingant, ob cōmuné tamen vtilitaté publicanda eſſe cenſui. Quippe qui vt harum liberalium artium ſtudioſis aliqua ex parte prodeſſe poſsim, in huiuſmodi ſtudijs aſsidue verſor. Adiunxi vetuſtiſsimi arabis Allacen opuſculum quoddam à Gerardo Cremonenſi iam olim in Latinum tranſlatum, in quo crepuſculorum cauſæ examuſsim examinantur. Sed id adeo deprauatum & mendis corruptum inueneram, vt plus in alieno codice caſtigando, quàm meo de integro cudendo ſudauerim. Hęc autem tibi Rex ſapientiſsime, ſcientiarum patrono & cultori dedicare volui, qui literas literatoſque omnes tueris, foues, & prouehis. Non vt tua maieſtate digna minutula hæc cenſerem: ſed vt occaſionem aliquam nanciſcerer excuſandi me quòd interpretationem Vitruuij tam diu ſim moratus: nam prę aduerſa valetudine inchoatum opus & ſupra quàm dimidiatum non abſolui: partim etiam quod magnanimo Principi Infanti Ludonico fratri tuo literarum ſtudioſiſsimo, quotidiana lectione Ariſtotelis libros exponam. Nec enim ſatis eſſe putauit, ad expugnandam Tunetem, munitiſsimam Aphricę vrbem, cum Carolo Imperatore transfretaſſe, in omni belli expeditione, & prelij incurſu, ſtrenuiſsimum ſe præbuiſſe: niſi intermiſſa ſtudia reuocaſſet, Arithmeticam, Geometriam, Muſicam, & Aſtrologiam mire percalluiſſet: etiam vero nunc reliquarum ſcientiarum ornamento animum excolere non ceſſat: non vt plerique noſtra ętate Philoſophi qui mathematum ignorationem pro compendio ducunt. Sed debui ego (fateor) nihilominus toto animo delegato mihi officio vacare: nulla mihi apud regem meum iuſta excuſatio. At ignoſces tu Rex Chriſ-

 tianiſ-

tianiſsime clementiſsimeque: præſertim quòd breui vt ſpero promiſſum opus abſoluam. Valeat & quãdiutiſsime nobis viuat inclyta maieſtas tua.

Olyſsippone, Anno ab orbe redempto M.D.XLI. Decimo quinto Cal. Nouemb.

ANTONII PINARII IN LAVDEM operis carmen.

Cinthia quæ rapidis nocturna crepuſcula bigis
Proferat, aut rutilos Sol vbi iungit equos
Quam certis medius conſtet regionibus aer
Aethereo quæ ſint ſydera fixa polo.
Omnia ſollerti veſtigans ordine Petrus
Nonnius Herculea dat tibi lector ope.
Tolle humiles animos, terrarumque exue curis
Pectora, non magnus magna libellus habet.

PETRI NONII Salacienſis incipit.

IOANNES DE SAcrobuſto Spheræ vulgatæ author, Stoflerus in elucidatione aſtrolabij, cæteriq; quos ego legerim aſtrologi, qui de crepuſculis loquũtur, Crepuſculũ diffiniunt, lucẽ dubiam, mediam inter diẽ ac noctẽ. Quare in qualibet die bina crepuſcula eſſe neceſſe eſt, alterũ matutinũ quod ſub auroram fit, alterũ veſpertinũ quod ſub veſperã. Matutinũ porrò tunc initiari, aut veſpertinũ finiri affirmãt, quum ſol ante exortũ, aut poſt occaſum gradibus decẽ & octo ab horizonte abeſt, eius quidem circuli maximi mundanæ Speræ, qui per verticẽ regionis atq; ſolem meat. Igitur quoties eam temporis intercapedinẽ metiri libuerit, quam crepuſculũ ſibi vendicat, obſeruandum erit, quanto temporis ſpacio zodiaci gradus ſoli oppoſitus, ex parte orientis gradibus decem & octo ſupra horizontẽ extollatur: nam idipſum eſt quod veſpertino crepuſculo debetur. Rurſum condiſcendum quanto tẽpore idẽ gradus oppoſitus ſoli, quum à parte horizõtis occidentali, ſub æquali arcu eleuatus fuerit, in occaſum veniat: ipſum enim tẽpus quod interim fluxerit, matutini crepuſculi longitudinẽ diffiniet. Quanquã vero huiuſmodi tempora ſupputationibus arithmeticis, iuxta geometricas demonſtrationes arcuum & angulorũ ſphæricorũ, cõmode colligi poſſent: nihilominꝰ aſtronomi quia facile hoc modo propoſitũ aſſequi poſſunt, in tympanis aſtrolabij pro varia poli mundi ſublimitate, ipſa tẽpora perquirũt. Atqui ſuppoſito primo illo fundamento, quod ſol ſub horizonte depreſſus gradibus decem & octo, ſcilicet ante exortũ illuſtrare incipiat ſuperũ hemiſphærium, matutino crepuſculo, ſed poſt occaſũ veſpertinũ crepuſculũ finiat, modus quo vtũtur ad mẽſurãdas crepuſculorũ intercapedines, certiſsimꝰ eſt. Manifeſtũ eſt enĩ ex eis quæ cũ à nobis, tũ ab alijs alibi demõſtrata ſũt, oppoſita per diametrũ eclipticæ pũcta, æquas dierũ ac noctiũ viciſsitudines habere: æqualiaq; tẽporũ ſpatia pũctui deſcẽdẽti, atq; oppoſito aſcẽdẽti reſpõdere altitudine æquali. Igitur ſub vnũ idẽq; tẽporis interuallũ, eclipticæ gradus quẽ ſol ipſe occupat, gradibꝰ decẽ & octo ſub horizõte deprimitur, atq; oppoſitꝰ eleuatur. Quare nõ incõmode ex oppoſitorũ graduũ aſcẽſu aut deſcẽſu, crepuſculorũ lõgitudines eliciũtur: quod recẽtiores aſtronomi obſeruãt.

Appendix. I.

Et quoniã æquales altitudines ãte meridiana, & pomeridiana, æqualia habẽt tẽporũ interualla, ab exortu & ab occaſu: hinc infertur vnius atq; eiuſdẽ diei crepuſcula, matutinũ & veſpertinũ, æqualia inuicẽ eſſe.

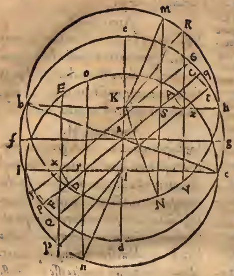
Appendix. II.

Liquet etiã ex his, ſole in gradibus eclipticæ exiſtẽte, qui æquali vtrinq; interuallo, ab alterutro pũctorũ tropicorũ diſtans, æqualia crepuſcula fieri. Sũt enĩ in iis ipſis diebus, arcus ſemidiurni & ſeminocturni æquales, alter alteri: rurſum æquales altitudines ſupra horizõtẽ, æqualibus tẽporũ ſpatiis reſpondent. Quare et crepuſcula æqualia eſſe neceſſe eſt.

Lemma ſiue aſſumptio.

Oppoſita eclipticæ puncta per diametrũ, noctes diebus æquales viciſsim habere, & reliqua quæ aſſumpſimus demonſtrare.

SPheræ cẽtrũ eſto a, axis e a d, poli igitur e, d: pũcta eclipticæ ꝑ diametrũ oppoſita, ſint b, c, & veniat meridianꝰ per b, veniet igitur & ꝑ c, quũ meridianus & ecliptica nõ niſi ꝑ æqualia ſe inuicẽ ſecẽt, ꝑ 15. primi Theodoſij: cões ſectiões æquatoris, & eorũ æquidiſtãtiũ, qui ꝑ b, c, pũcta motu diurno deſcribũtur, cũ meridiano e b d c, ſint b h, f g, i c: igitur habebũt eoſdẽ polos e, d, ꝑ primã propõnẽ ſecũdi li. Theodoſij. Secabitq; idẽ ipſe meridianus e b c d, circulos ipſos æquidiſtãtes, per ęqlia et ad rectos ãgulos ꝑ 19. propõnẽ primi. Præterea axis e a d, ꝑpẽdicularis



erit in eorum plana, & per eorum centra tranſibit, per. 12. primi: idcirco recta f a g, per cẽtrum veniens, diameter ęquatoris fiet, a t b h, i c, duorum prędictorum circulorum æqui diſtantiũ erunt diametri, & K, l, puncta, in communibus ſectionibus axis, eorum centra. Quoniam vero in triangulis a b K. a c l. duo anguli ad a, ęquales ſũt per. 15. propoſitionem primi libri Euclidis, & anguli ad K. l. centra recti prętere a latera a b, a c: eos ſubtendentia equalia, neceſſe eſt per. 26. propoſitionem primi, reliqua latera vnius trianguli, reliquis lateribus alterius equalia eſſe: igitur b K, l c. ſemidiametri equales: & circuli ipſi æquidiſtantes qui ex b, c punctis deſcribũtur: æquales quoq; per diffinitionem. Sint autem huiuſmodi circuli b m N, i n o, Porro ſecet horizon quiuis obliquus deſcriptũ meridianum ſuper recta linea p q: circulũ b m N. ſuper recta m s N; & reliquum circulum i n o, ſuper recta n r o. Igitur m b N. erit arcus diurnus, reliquus vero m h N, nocturnus, eorum qui polũ e, manifeſtum habent. Similiter n i o, diurnus, & reliquus arcus n c o nocturnus erit. Pręterea intelligamus bina triangula a K s, a l r. quorum anguli ad K. l, recti ſunt, & anguli ad a: æquales per 15. primi: latera autem a K, a l, equalia oſtenſa ſũt: igitur per. 26. propoſitionem primi. K s. & l r. rectæ lineę æquales inuicem ſunt. At quoniam tam horizon quàm circulus b m N, meridianum ſecat ad rectos angulos per. 19. propoſitionem primi libri Theodoſij: ipſorum cõmunis ſectio m s N, ſecabit meridianum ad rectos angulos per 19. propoſitionem. 11. Euclidis. Eſt autem recta linea b s h, circuli b m N, diameter, in plano meridiani ſita: igitur anguli quos b s h, & m s N, ad pũctũ s, faciunt, recti ſunt. Simili quoq; argumento probabitur, eos angulos quos rectæ n r o, i r c, ad punctum r, faciunt rectos eſſe. Quapropter in duobus triangulis K m s, l n r, rectangulis, duę rectæ m s, n r, inuicem ęquales erunt per 47. propoſitionem primi Euclidis, & communem ſententiam: idcirco anguli m k s, n l r, æquales per. 8. propoſitioně primi: & arcus m h, n i,

ęqualesper.26. propoſitionem tertij. Et quoniam ſemicircũferentiæ b m h, i n c, æqualesſũt, idcirco per cõmunẽ ſentẽtiam reliqui arcus b m, n c, æquales erũt. Porro arcus b m. ſemidiurnus eſt puncti ecliptice b, & m h, eiuſdẽ ſeminocturnus: reliquorum vero i n, ſemidiurnus, & n c, ſeminocturnus: igitur ſemidiurnus vnius puncti, ſeminocturno oppoſiti æqualis eſt, & viciſſim ſeminocturnus ſemidiurno, quod demonſtraſſe oportuit. Hoc etiam ſimpliciori ſyllogiſmo demonſtrari poterat: Sat enim erat oſtendiſſe, angulos ad s, & r, rectos eſſe, & rectas k s, l r, æquales; nam eo modo rectæ b s, c r, æquales fiũt, ſinuſq; verſi arcũ b m, n c, in ipſis circulis ęqualibus: & quæ relinquuntur s h, r i. æquales, ſinusq; verſi arcuũ m h, n i. Quòd autẽ arcus ſeminocturni in eodẽ circulo inter ſe ęquales ſint: ſemidiurni ſimiliter ęquales alter alteri, manifeſte liquet cõnexa k N: nam per 47. & 8. propoſitionem primi, in duobus triangulis k m s, k N s, fient anguli ad k, punctum æquales: idcirco arcus ſeminocturni æquales erũt per 26. tertij, & per cõmunem ſententiam: ſemidiurni etiã alter alteri æquales. Quod etiã per ſolã 12. ſe. li. Theod. oſtendi poteſt, prior vero pars per. 22.

PRæterea concipiamus animo, pũctum eclipticę b, deſcendiſſe ex horizonte, arcumq; ſui æquidiſtantis tranſegiſſe m R, ſed punctum c. aſcendiſſe, arcumq; ſui æquidiſtantis abſoluiſſe n P. Secet autem circulus ęquidiſtans horizonti qui per R venit, in hemiſpherio infero, planum meridiani ſuper recta Q z t, circulũ vero b m N, ſuper recta R z v: fietq; arcus q t, aut p Q, ęqualis arcui occultationis pũcti b, in circulo verticali, quũ eſt ad R: rurſum ſecet circulus alius horizonti ęquidiſtans, qui per P. venit in ſupero hemiſpherio, planum quidem meridiani ſuper recta y x G: circulum porro i n o, ſuper recta P x E: fietq; ſimiliter arcus q G, aut p y, æqualis arcui aſcenſionis puncti c, in circulo verticali, quum eſt ad P. Dico quòd ſi arcus temporum m R, P n, ęquales ſupponãtur, neceſſe eſt q t, arcum occultationis, arcui p y, eleuationis ſupra horizontem ęqualem eſſe: & viciſſim ſi arcus ipſi occultationis & eleuationis inter ſe ęquales dentur, neceſſe eſt arcus temporum m R, n P, inuicem ęquales eſſe. Deducãtur ex punctis t, z, y, x in rectam p q per pẽdiculares t C, z A, y F, x D: & detur primum arcus m R, n P, inter ſe ęquales eſſe. Igitur quoniam duo arcus m h, n i, æquales oſtẽſi ſunt, duo reliqui R h, P i, æquales erunt per communem ſententiam: idcirco angulus R k z, trianguli, z K R, angulo P l x. trianguli x l P, ęqualis erit per 27. tertij: anguli autem ad z, x ęquales ſunt, nempe recti, & K R, L P, ſemidiametri ęquales: igitur K z, l x,

per.26. primi,inter ſe æquales erunt: ex ijs itaq; detractis K s, l r, æqualibus, duæ rectæ s z, r x, æquales relinquentur per cōmunem ſententiam. Quoniam vero in triangulis A z s, D x r, anguli ad s, r, æquales ſunt, quod per 15. propoſitionem. 28. & 29. primi Euclidis facilè probabitur, & anguli ad A. D, recti, & ipſa latera s z, r x, vt modo demonſtrauimus æqualia, idcirco latus A z, lateri D x, per. 26. primi ęquale erit: atqui t C, parallela eſt ipſi A z, & y F, paralella ipſi D x, per. 28. propoſitionem primi. & duæ rectæ y G, Q t, ipſi p q. paralellę per. 16. propoſitionem. 11. igitur per 34. propoſitionem primi & cōmunem ſententiā duę rectę y F, t C. inter ſe ęquales erūt: Hæ autem ſinus recti ſunt arcuum t q, p y. igitur ipſi arcus t q, p y, æquales erunt: quorum vnus eſt occultationis punctū b, ſub horizonte, quum eſt ad R. alter vero eleuationis puncti c, in hemiſphęrio ſupero, quum eſt ad punctum P. ſui paralelli. Sed ponantur arcus t q, p y, ęquales: dico quòd duo arcus m R, n P. quibus occultationis tēpora, & æqualis eleuationis metiūtur, inter ſe æquales erunt. Vtemur enim ad hoc demonſtrandum eadem ipſa deſcripta figuratione, in qua perpendiculares t C, y F, æqualium arcuum ſinus recti, æquales inuicem eſſe comprobantur: igitur perpēdiculares z A, x D. inter ſe æquales erūt per. 34. propoſitionem primi Euclidis & communem ſententiam: anguli verò ad s, r, puncta in ipſis triangulis A z s, D x r, ęquales oſtenſi ſunt, & duo anguli ad A, D, recti: propterea duo latera s z, r x, inter ſe ęqualia erūt per. 26. primi: At duas rectas K s, l r. æquales eſſe demonſtrauimus, igitur per communē ſententiam K z, l x. ęquales inuicem erunt: idcirco in duobus triangulis K R z, l P x, rectangulis latus z R, lateri x P, æquale erit per 47. propoſitionem primi & communem ſententiā: igitur in eiſdem triangulis rectangulis, anguli ad K, l, puncta ęquales erunt per. 8. propoſitionem primi: ideoq; arcus R h. P i ęquales per. 26. propoſitionem tertij. Hos denique auferemus ex m h. n i. ęqualibus, & relinquētur duo m R, n P, æquales quibus temporaoccultationis & æqualis eleuationis metimur, quod demonſtraſſe oportuit.

Idē aliter demonſtrare. Omniū duorum punctorum oppoſitorum ex diametro ſphęrę, neceſſe eſt tantum vnū eorum eleuari ſupra horizontē, quántum alterum ſub horizonte occultatur. Ducatur enim circulus maximus per verticem & alterum ipſorum pūctorum, qui neceſſariò per alterum trāſibit, alioqui non eſſent oppoſita ex diametro, & perueniet huiusmodi circulus ad punctum oppoſitum vertici. Huius autem circuli duos ſemicirculos intelligamus, alterum totum ſupra horizontem, alterum vero inter ipſa duo puncta oppoſita, ex arcu oc-

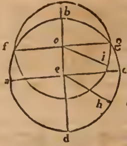
cultationis conflatum quadrante minore, & alio arcu quadrante maiore supra horizontem. Hunc porrò arcũ quadrante maiorem à duobus alijs ſemicirculis auferemus, & per cõmunẽ ſententiam duo arcus occultationis & eleuationis ipſorum punctorum oppoſitorũ ęquales relinquentur. Quod tempora ſint ęqualia demonſtratur. Moueatur enim ſphera, & attigat alterum eorum horizontem. Neceſſe eſt igitur alterum etiam in horizonte eſſe, alioqui, non eſſent oppoſita ex diametro. Sic igitur patet in vno eodemq; tempore alterum deprimi, & alterum eleuari vſquè ad vtroſq; horizontis contactus, quod demonſtraſſe oportuit.

Quod autem ſub æqualibus eleuationibus à parte orientali atq; occidua, in vna eademq; die æqualia labantur tempora, & viciſsim ęqualia temporum ſpacia non niſi ſub æqualibus eleuationibus fluant facilè demonſtrabimus. Concipiamus enim circulum quẽuis ex eis qui horizõti æquidiſtãt, ſecare circunferentiam circuli i n o, quem c. punctum motu diurno deſcribit, ab ortu quidẽ ſuper P, at ab occaſu ſuper E: quapropter P, E, puncta æqualibus arcubus ſupra horizontem eleuari neceſſe eſt. Dico ꝙ arcus n P, orientalis arcui E o, occidentali æqualis eſt. Secet enim ipſe circulus horizõti ęquidiſtans planum meridiani ſuper rectam y x G, ſecabit igitur & circulum i n o, ſuper recta P x E: porro eũdem ſecuit horizon ſuper recta n r o, igitur ipſæ duę rectę lineę P x E, n r o. ęquidiſtantes erunt per 16. propoſitionem 11. Euclidis. Quare ſi puncta o P, coniungantur, duo anguli ad o, P, alterni ęquales fient per 29. propoſitionem primi. Idcirco arcus n P, E o, inter ſe æquales erunt per 26. propoſitionẽ tertij. Sed arcus temporum n P, E o, ſint ęquales: dico ꝙ P, E, puncta ſupra horizontem æqualiter eleuabuntur. Cõnectatur enim P E, & per punctũ x communem ſectionem rectarũ P E, i c. ducatur in plano meridiani, recta linea, y x G, æquidiſtans ipſi p q, horizõtis diametro per 31. propoſitionem primi Euclidis. Igitur ſi P o, puncta per lineam rectam cõiungantur, alterni anguli ad P, o, ſuper ęqualibus circunferentijs deducti, per 27. propoſitionem tertij æquales erunt: igitur paralellę ſunt ipſę rectæ lineæ n o, P E, per 27. propoſitionem primi. Quoniam verò rectæ lineæ y x G, P x E, ſeſe inuicem ſecant in vno erunt plano per. 2. propoſitionẽ. 11. Euc. Huiuſmodi autẽ planũ, ſecundũ circuli circunferẽtiã ſphęrã ſecare neceſſe eſt per primam propoſitionem primi Theo. atqui duę ipſæ rectæ y x G, P x E, duabus rectis p r q, n r o, paralellæ ſunt: igitur plana ex eis deducta per. 15. propoſitionem

11. Euc. paralella erunt. Itaq; circulus qui ex y x G, P x E, rectis lineis ſeſe ſecantibus deducuntur, horizonti æqui diſtat: arcus igitur quibus huiuſmodi circulus ab horizontis ambitu, ſecundum verticales abeſt, inter ſe æquales ſunt. Quapropter ipſa P, E, puncta circuli ano, equales ſupra horizontem altitudines habebunt, æqualesq; ipſis arcubus y p, G q, quod demonſtraſſe oportuit. Aduerte q arcus inter circulos æquidiſtantes eorum circulorum maximorum qui per polos ipſorum equidiſtantium veniunt, inter ſe equales ſunt, quemadmodum 14. ſecūdi libri Theodoſij probat. Sunt enim deſcendentes arcus circulorum maximorum equales per 27 tertij Euclidis quia recte lineæ ſubtenſæ per poli diffinitionem equales, igitur per cōmunem ſententiam arcus inter equi diſtantes equales. Preterea intelligere oportet, quòd omnis recta linea in diametrum circuli perpendicularis, intercicentis circunferentie ſinus rectus exiſtit. Ipſa enim deducta perpēdicularis totius rectæ ſubtenſæ dimidia pars eſt per tertiam propoſitionem tertij Euc. quare per quartam primi & 26. aut 28. tertij, dimidiū erit eius recte quæ ſub duplici arcu ſubtēditur. Quòd autē in vno circulo aut duobus equalib⁹ equales arcus equales habeant ſinus 27. tertij & 26. primi probant: viciſſimque demonſtrabitur equales ſinus equalibus arcubus reſpondere.

Idem aliter demonſtrare. Deſcribatur in ſphæra circulus æquidiſtās horizonti interuallo æquali complemento eleuationis puncti dati. Et quoniā hic circulus & paralellus æquinoctialis per motum ſphæræ deſcriptus in ipſis duobus punctis æqualis eleuationis ſeſe interſecant, ſecabit itaq; meridianus vtranque portionem inter ipſa duo puncta in partes equales per propoſitionē 12. ſecūdi lib. Theod. Eas autem auferemus ab arcubus ſemidiurnis equalibus, & æquales arcus relinquentur per communem ſententiā. Conuerſionem verò ita demonſtrabimus. Si arcus temporum dātur æquales, æqualiter igitur diſtabunt à pūcto meridiei: deſcribatur æquidiſtans horizōti per alterum ipſorum punctorū. Dico quòd tranſibit per reliquum. Si non, ſequitur per 12. ſecundi lib. Theo. partem æqualem toti, quod eſt impoſſibile. Quapropter ſi tempora fuerint equalia, altitudines erūt equales, quod erat oſtendendum.

CÆterum vt innoteſcat æquales dies noctesq; e fieri alteram alteri, ſole eclipticæ pūcta poſsidēte, que equali vtrinque interuallo ab alterutro tropicorum punctorum diſtant, ſolum demonſtrare oportebit, quod huiuſmodi pūcta motu diurno agitata, vnū eundemque circulum deſcribant. Igitur concipiamus in exigua hac depic-



ta figuratio ne circunfe rẽtiã a b c d, in quadrantes diuiſam duabus diametris a c, b d, ſeſe ad rectos angulos ſuper cẽntro e, interſecantibus, eclipticam eſſe: a c, communem ſectionem plani huius circuli, & eius coluri qui æquinoctia diſtinguit: præterea & æquinoctialis: bd, cõmunem ſectionem eiuſdem plani atq; coluri ſolſticia indicantis. Erunt igitur a, c, æquinoctialia puncta b, d. tropica: ſumantur autem puncta f, g quę vtrinque æquali interuallo diſtent ab ipſo b, aut d, puncto. Dico quòd ipſa f, g, puncta motu diurno vnum eundemque circulum deſcribunt. Cõnectatur enim recta f g, quę diametrũ b d, ſecet ſuper o, puncto: & quoniam planum coluri qui per tropica puncta venir, æquatoris planum ſecat, eſto recta e h, in communi ſectione ipſorum planorũ: & à pũcto o quod in plano eiuſdem coluri exiſtit: recta linea excitetur o i, rectæ e h, paralella per. 31. propoſitionẽ primi Euc. quare binę rectæ lineæ f g, o i, ſeſe ĩterſecãtes in vno erũt plano per. 2. propoſitionem. 11. Quoniam vero rectæ o g, e c. paralellæ ſũt, ob equalitatem arcuum a f. c g. æquos angulos alternoſque apud circunferentiam ſuſcipientium. & o i. e h. paralellę quoq;, plana idcirco quę ex f g. o i. & a c. e h. deducuntur, inuicem æquidiſtare neceſſe eſt. Atqui communis ſectio plani & ſphęræ: circunferentia circuli eſt, per primam propoſitionem primi libri Theo. Venit igitur per f. g. puncta circulus ęquatori ęquidiſtans: at is eſt qui motu diurno deſcribitur.

Idẽ aliter demonſtrare ad impoſſibile. Super polo mundi circulus deſcribatur ęquinoctialis paralellus per alterum duorum punctorum veniẽs. Dico quòd tranſibit per reliquum. Si non, ſequitur partẽm æqualem eſſe toti per 12. ſecundi lib. Theo. & in hunc modũ demonſtrabis puncta quę ęquali diſtant interuallo à puncto tropico æquales habere declinationes.

Corrolarium.

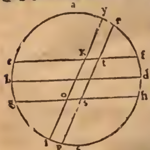
ET quoniam velut ex prima parte lẽmatis liquet, circuli ex oppoſitis eclipticę pũctis ęquales ſunt: ex hac vtique manifeſtum eſt, eos quoq; ęquidiſtantes qui à punctis deſcribuntur: quæ ab alterutro pũctorum æquinoctialiũ vtrinque ęqualiter diſtant: æquales eſſe.

Appendix. III.

¶ *Præterea colligitur, pũctis vtrinque æqualiter ab alterutro punctorũ æquinoctialiũ diſtantibus, inæqualia crepuſcula deberi, maiora quidem punctis ſeptẽtrionalibus in regione ſeptẽtrionali, minora vero pũctis auſtralibus: ſed in regione auſtrali ẽcontrario.*

Eſto

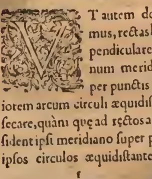
Eſto enim meridianus circulus a b c d, æquatoris ſectio recta b d, rectæ e f, g h, ſectiones ſint duorũ quorũuis circulorum paralellorum, quos ſol motu diurno deſcribit, quum grad⁹ eclipticæ obtinet, qui æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorum æquinoctialiũ diſtant: polus boreus ſit a, manifeſ

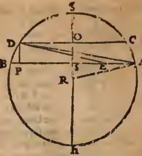


tusq; habeatur: ſectio horizontis eſto diameter l y, hæc autem ſecet rectas e f, g h, in punctis k, o. Præte ea ſub horizonte circulus quidam concipiatur, ei æquidiſtans, a quo ſol matutinum crepuſculum auſpicatur: huius atque meridiani cõmunis ſectio, eſto recta linea p r, puncta vero in quibus hæc rectas e f, g h, ſecat, ſint s, t. Igitur quoniam per propoſitionem 16. 11. Euclidis rectæ e f, g h, circulorum æquidiſtantium communes ſectiones, paralellæ ſunt: rurſum per eandem propoſitionem l y, p r, paralellæ, idcirco duæ rectæ lineæ o s, k t, per. 34. propoſitionem primi, inter ſe æquales erunt. At vero circulus meridianus per polos æquatoris, & circulorum ei æquidiſtantium tranſit per primam ſecundi Theodoſij: item per polos horizontis & ei æquidiſtantium: igitur per 19 propoſitionem primi omnes eos circulos ad rectos angulos ſecabit: idcirco commũnes ſectiones horizontis & circulorum æquidiſtantium æquatori, ſuper punctis K o, plano decripti meridiani, ad rectos angulos erunt per 19. propoſitionem. 11. Euc. Prætetea communes ſectiones æquidiſtantis horizonti & æquidiſtantium æquatori, ipſi quoque meridiano ſuper punctis s t, ad rectos angulos. Et quæ ſuper k. t, eum arcum borealis paralelli intercipiunt, qui matutini crepuſculi longitudinem diffinit: ſed quæ ſuper o, s, arcum auſtralis paralelli intercludunt, qui ſimiliter matutini crepuſculi intercapedinem indicat. Quoniam vero concepta eclipticæ puncta vtrinque æqualiter ab alteutro punctorum æquinoctialium diſtant, paralelli ab eis deſcripti æquales erũt, per correlatium præcedentis lẽmatis. Eos autem ſecat meridianus a b c d, in duas partes æqualiter per. 19. propoſitionem primi Theo. igitur e f, g h, communes ſectiones, ipſorum paralellorum diametri ſunt, æqualeſq;. Et quia portiones e K, o h, ſemidiametris maiores ſũt, quod prima pars lẽmatis demonſtrauit, idcirco recta K t, longius abeſt à centro ſui paralelli, à quo certe recedit, quàm o s, à centro ſui paralelli diſtet, cui quidem appropinquat. At vero demonſtratũ eſt, ipſas rectas lineas k t, o s, æquales inuicem eſſe: igitur rectæ lineæ quæ ſuper punctis K, t. ipſi meridiano ad rectos angulos inſiſtunt, maiorem arcum circunferentiæ paralelli cõprehẽdunt, quàm quæ ſuper o, s. Et longior igitur mora crepuſculi, cũ ſol boreale pũctum eclipticæ occupat, quàm cum illud auſtrale, quod æquali interuallo ab æquinoctiali pũcto diſtat: hoc autem in regione boreali, ſed in auſtrali econtrario, vt conuerſis paralellorum nominibus, ex hoc ipſo ſchemate manifeſte liquet.

Lemma.

Vt autem demonſtremus, rectas lineas perpendiculares ad planum meridiani, ſuper punctis K, t, maiorem arcum circuli æquidiſtantis reſecare, quàm quę ad rętos angulos inſident ipſi meridiano ſuper pũctis o, s: ipſos circulos æquidiſtantes concipiamus, quorũ alterq diametrum habet e f nẽpe borealis, eſto e f m, ſuper cẽtro q, deſcriptus: alter vero qui. Diametrum





metrū habet, g h, eſto A g A h, ſuper cētro R. Porro ipſę perpēdiculares lineę vtrīq; deductę, quę ſuper K, t, ſint m n, v x, & quæ ſuper o, s, ſint A B, C D: & quoniam hę ad planum meridiani rectæ ſunt, in quo quidem e f, g h, circulorum æquidiſtantium diametri ſitæ ſunt, idcirco per ſecundam diffinitionem 11. Euc. anguli ad puncta k, t, in plano circuli e f m, recti erunt. Similiter anguli ad o s, puncta, in plano circuli A g h, recti. Ex pūctis v. D, ſuper in n, A B, ad rectos angulos deducāť v z, D P, & cōnectāť q n. A R: igiť in duob' triāgulis rectāgulis n q k, A R S quia ſemidiametri q n, A R. æquales ſunt. bina quadrata quę ex q K, K n. binis quadratisquę ex R s A s fiunt: æqualia ſunt, per 47. propōnē primi Euc. & cōmunē ſententiā. eſt autē quadratū ex R s, minus quā quadratū ex q K, quippe quod R s, minor oſtenſa ſit quā q K, ob maiorē diſtantiā pūcti K, à cētro ſui circuli, igitur quadratū ex A s, quadrato ex k n, mai' erit: & maior igitur A s, recta linea quā k n. Similiter demōſtrabitur, rectā O D, maiorē eſſe recta t v: atqui duo quadrilatera O D P S, t v z K. parallelogrāma ſunt per. 28. propoſitionē primi Euc. igitur per. 34. æqualis eſt O D, ipſi P s & t v, ipſi K z. idcirco recta P s, recta K z. maior erit per cōmunē ſententiā: Quare & tota A P, tota n z. maior: abſcindatur ab A P, maiori, recta E P. minori æqualis, & cōnectantur E D, A D, v n. Quoniā vero K t, ęqualis eſt ipſi v z, & O s, rectę D P, ęqualis quoq; per. 34. propōnē primi, oſtenſæ autē ſunt æquales K t, O s, idcirco rectæ lineę D P, v z, interſe ęquales erunt. Quapropter in duobus triangulis rectangulis E D P, n v z, angulus D E P, angulo v n z, per. 4. propoſitionē primi ęqualis erit. At vero ipſe angulus D E P, angulo D A P, maior eſt per 16. propoſitionem primi, igitur & angulus v n z. ipſo angulo D A P, maior erit. Quare per vltimam propoſitionem ſexti arcus v m, arcu B D, maior etiam erit. Eos autē arcus à circūferentijs æquidiſtantium circulorū, rectæ lineæ abſcindunt ſuper k, t, O, s, punctis, plano meridiani ad rectos angulos inſidentes, igitur ipſæ rectæ lineæ perpendiculares ſuper k, t, maiorem arcum abſcindunt, quàm quæ ſuper O, s, quod demonſtraſſe oportuit.

Appendix. IIII.

Item colligitur, Sole borealia ſigna poſſidente, punctis propinquioribus tropico æſtiuo, in regione ſeptentrionali longiora Crepuſcula reſpondere.

B Eſto

ESto enim meridianus circulus a b c d. ſuper cētro e, deſcriptus, in quadrātes q́ue diuiſus, p diametros b d, a c, ad rectos āgulos ſeſe ſecātes, quarū quidē a c, eſto cōis ſectio meridiani & æquinoctialis, & b d, cōis ſectio horizōtis recti eorū qui degūt ſub a: duæ rectæ h y, K l, ſint diametri duorū circulorū æquidiſtantiū æquatori: ita tamen vt is qui diametrū habet K l, propinquior ſit tropico æſtiuo, quā qui diametrū habet h y: & cōmunis ſectio horizontis obliqui loci borealis eſto recta f g, Dico longiora crepuſcula fieri, cū ſol eū parallelum deſcribit, cuius diameter eſt K l, quā cum eum qui diametrū habet h y. Eſto enim recta m n, cōmunis ſectio circuli cuiuſdam æquidiſtantis horizōti, à quo cū iam luceſcit, matutinū crepuſculū ſol auſpicatur. Secet autē ipſa m n, rectas k l, h y, ſuper pūctis r, p: itē eaſdē ſecet recta f g, in pūctis o, q: quare per ea quæ in præcedenti appendice demōſtrauimus, duæ rectæ lineæ o p, q r, inter ſe æquales erūt. Præterea ab o, & p, pūctis in plano meridiani, perpendiculares excitētur, quæ diametrū K l, in pūctis s, t, ſecēt. Igitur o s, p t, æquidiſtantes erunt per. 28. propoſitionem primi. Sunt autem K l, h y, cōmunes ſectiones meridiani & circulorum æquidiſtantiū æquidiſtātes: igitur s t, o p, æquales erūt, & æqualiter à centris diſtabunt: quippe quòd velut ſuperius oſtenſum fuit in primo lēmate rectæ K l, h y, circulorū æquidiſtantiū æquatori diametri ſunt, eorumq; cētra in cōmunibus ſectionibus rectæ b d, cū ipſis diametris. Proinde circulus borealior qui diametrum habet k l, eſto k i l A, ſuper v, cētro deſcript⁹: atq; in eius plano ſuper eodē cētro: ſpacio æquali dimidio diametri h y, circulus deſcribatur z R B: & à punctis s, t, in eodem ipſo plano, ipſi K l, ad rectos angulos excitētur vtrinq; rectæ lineæ, ſecātes ex vna parte interiorē circulum ſuper punctis i G, & exteriorem ſuper punctis z x: at ex altera parte interiorem in A, Q, exteriorē vero in R, B: cōnectanturque i Q, z B, quarum quidem interſectio eſto D, punctum. Igitur in triangulo i D z, angulus A i D. exterior, angulo i z D, interiore maior eſt per. 16. propoſitionem primi. Quapropter maiorem rationē habebit rectus angulus ad angulum i z D, quā ad angulum A i D, per. 8. propoſitionem quinti libri: atqui in æqualibus circulis, anguli eandem rationem habent ipſis circunferentijs in quibus deducuntur per vltimam propoſitionē ſexti: igitur & maiorem rationem habebit quadrans circuli exterioris ad arcum R B, quam qudrans interioris ad arcum A Q per. 13. propoſitionem quinti. At vero maiorem arcum circuli interioris reſecant rectæ lineæ, quæ ex punctis q, r, à centro v. remotioribus, ad rectos angulos excitantur ſuper diametro k l, quām A Q vt lemma pręcedentis appendicis demonſtrauit, igitur maiorē habebit rationem quadrans circuli exterioris ad arcū R B, quā quadrās interioris ad arcū cōprehēſū ſub duabus rectis lineis, quæ ad rectos angulos deducūtur ex q r, q quidē arc⁹, inter horizōtē & ei æqdiſtātē cōprehēditur. Porro circulus exterior æqualis eſt ei æqdiſtāti, q diametrū habet h y, q; à tropico æſtiuo lōgius abeſt & arcus R B, æqualis cōprobatur arcui q in eodē ipſo parallelo inter horizōtē et ei ęqdiſtātē cōprehēditur, p ea quæ in primo lēmate demōſtrauimus. Igitur & maiorē rōnē habebit quadrās paralleli remotioris à tropico æſtiuo, ad arcū īter horizōtē & ei æquidiſtantē, quā quadrās paral-



parallelí propinquioris, ad arcum inter horizõtem & circulum ipſum qui ei æquidiſtat. Quoniam vero temporum ſpacia partibus æquatoris & eorum circulorũ qui ei æquidiſtãt, æqua proportione reſpondent: & maiorem igitur rationem habebit ſpatium ſex horarum ad longitudinem crepuſculi paralelli remotioris à tropico æſtiuo, quam ad longitudinem crepuſculi paralleli propinquioris. Quare per decimã propoſitionem quinti, crepuſculum paralleli propinquioris tropico æſtiuo, longius eſſe neceſſe eſt, quod demonſtraſſe oportuit.

Appendix. V.

Habitantibus ſub æquatore, ſole obtinente ecliptica puncta quæ vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialiũ diſtant æqualia crepuſcula fiunt. ſed quæ inæqualiter, inæqualia. Longiora vero reſpondent remotioribus punctis, ſed breuiora propinquioribus. Et ſicut ſinus rectus complementi declinationis puncti propinquioris, ad ſinum complementi puncti remotioris, ita ſinus rectus arcus longitudinis crepuſculi pũcti remotioris, ad ſinũ arcus longitudinis crepuſculi pũcti propinquioris.

Esto enim vt in præcedenti figuratiõe circulꝰ a b c d, meridianus: diameter a c, ſectio æquatoris & meridiani: diameter b d, ſectio horizõtis recti eorũ qui degunt ſub a, æquatoris pũcto: b, polꝰ boreꝰ, d, auſtrinus: duæ rectæ f g, h y, ſint diametri duorũ paralelorum, quos ſol deſcribit cum æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorũ æquinoctialiũ diſtãt: horũ cõmunes ſectiones cũ diametro b d, ſint pũcta o n, cẽtra videlicet cõceptorũ parallelorũ, vt in primo lẽmate oſtẽſũ eſt.



Deinde circulus quidã intelligatur ſub horizõte recto ei æquidiſtãs, qui initiũ matutini crepuſculi, veſpertiniq; finẽ definiat, huiꝰ cõis ſectio atq; meridiani eſto recta K l, quæ quidẽ rectas f g, h y, in ſignis m, p, ſecet. Manifeſtũ eſt ex eis quæ oſtẽſa ſũt in tertia appẽdice, rectas o m, n p, inter ſe æquales eſſe, & vtrãquæ earũ æqualẽ ſinui recto eius arcꝰ qui in ſuo paralello lõgitudinẽ crepuſculi diffinit. Et quoniã ipſi paralleli æquales ſunt vt ex corrolario primi lẽmatis liquet, idcirco intercepti arcꝰ inter ſe æquales erũt: itaquæ crepuſcula ipſa inter ſe æqualia quod primũ demõſtraſſe oportuit. Præterea eſto recta q s, diameter circuli cuiuſdã ex æquidiſtãtibus, qui borealior ſit quã is cuius diameter poſita eſt f g: eius cẽtrũ eſto r: ſecet autẽ rectã k l, in pũcto t. Rurſum liquet ex eis quæ ſuper tertia appẽdice demõſtrauimus, rectam r t, æqualẽ eſſe ſinui recto eius arcus, qui in ſuo parallelo lõgitudinẽ crepuſculi diffinit. Quare bẽ nos intelligemus meridianos per fines huius arcus veniẽtes, qui ex circũferẽtia æquatoris arcũ ei proportionalẽ abſcindẽt, per 14. propoſitionẽ libri ſecũdi Theo. ipſaq; tẽpora lõgitudinis crepuſculi cõmõſtrabũt: horũ vero meridianorũ vnus erit ipſe rectus horizon, alter ſub terra deſcriptus. Sumatur autem in ſemidiametro e c, recta quedã e z, æqualis ſinui recto ipſius arcus æquatoris. Idẽ quoq; intelligatur in eo parallelo cuiꝰ diameter eſt f g, eſto enim recta e v, quã ſtatim oſtẽdemꝰ minorẽ eſſe quã e z, æqualis ſinui recto illius arcus æquatoris, qui proportionalis exiſtit arcui, quẽ duo cõcepti meridiani ex eo parallelo abſcindũt, qui diametrũ habet f g. Et quoniã arcubus circulorum ſimilibꝰ exiſtentibus, & eorũ ſinus recti, & ipſorũ circulorũ ſemediametri proportionales ſunt: erit idcirco ſicut a e, ſemediameter æquatoris ad f o, ſemidiametrũ paralelli propinquioris, ita e v, ad o m: præterea ſicut q r, ſemidiameter paralelli remotioris ad a e, ſemidiametrũ æquatoris, ita r t, aut æqualis o m, ad e z: igitur per 23. propoſitionẽ quinti libri Euc. ſicut q r, ad f o, ita e v, ad e z: eſt autem q r, ſinus rectus cõplemẽti declinationis pũcti q, remotioris borealiorisq;, & f o, ſinus rectus cõplemẽti declinationis pũcti f, æquatori propinquioris: at e v, æqualis eſt ſinui recto arcus æquatoris qui lõgitudinẽ crepuſculi metitur, ſole obtinẽte pũctũ eclipticæ propinquiꝰ. recta vero e z, æqualis poſita eſt ſinui recto arcꝰ æquatoris qui lõgitudinẽ crepuſculi demõſtrat, ſole exiſtẽte in pũcto borealio-

ri:minor eſt aũt q r, quã f o, igitur minor e v, quã e z, & arcus quoq; arcu minor: quod etiã velut in appendice quarta demonſtrari poterat. Quare patet quòd habitantibus ſub æquatore, ſole poſsidente puncta quæ inæqualiter ab eo diſtant, inæqualia crepuſcula fiunt: longiora quidem reſpondent punctis remotioribus, ſed breuiora propinquioribus. Et ſicut ſinus rectus cõplementi declinationis puncti propinquioris, ad ſinũ rectũ cõplemẽti puncti remotioris, ita ſinus rectus arcus crepuſculi, qui in æquatore puncto remotiori reſpõdet, ad ſinum arcus crepuſculi qui in æquatore puncto propinquiori debetur: quod ſecundo demonſtraſſe oportuit.

Lemma.

Sinus recti & verſi quoque ſimilium arcuum eandem habent rationem & circulorum ſemidiametri.

Esto enĩ circulus a b c; cuius cẽtrum d, Diameter b c, & circulus f g h, cuius centrum i, diameter g h, in quibus a b, f g, ſint ſimiles arcus proportionales vè. a e, f K, ſint ſinus recti ipſorũ ſimilium arcuum: b e, g k, ſinus verſi.



Aio quòd ratio a e, ad f K, & b e, ad g K, eſt ſicut ratio ſemidiametri b d, ad ſemidiametrum g i. Cõnectantur enim a d, & f i: & aut circulus a b c, æqualis eſt circuli f g h, aut inęqualis. Sit primum ęqualis: igitur ſemidiametri a d, f i, ęquales erunt. Sũt autẽ hinc rectę a e, f K. perpendiculares in diametros b c, g h, per diffinitionem ſinus recti & tertiá propoſitionẽ tertij Euc. igitur bina triangula e a d, k f i, rectos habebũt angulos qui ad e, k: quoniá vero arcus a b, f g, ſimiles dantur, igitur per vltimá diffinitionẽ tertij, angulus a d e, angulo f i K, æqualis erit: quare per. 32 propoſitionẽ primi, et cõmunẽ ſententiá, duo illa triangula æquiangula erũt: & latera idcirco habebũt proportionalia, quæ ęqualibus angulis ſubtenduntur, per quartam propoſitionẽ ſexti libri: eſt igitur ſicut a d, ad f i, ita a e, ſinus rectus arcus a b, ad f K ſinũ rectũ arcus f g, & e d, ad K i: atqui a d, ęqualis eſt ipſi f i. ęqualis igitur a e, ipſi f k, & e d, ipſi K i, quod etiam ſola. 26. propoſitio primi libri concludere poterat: auferantur autẽ ex ęqualib' ſemidiametris rectę e d, k i, ęquales: igitur per cõmunẽ ſententiá b e, ſinus verſus arcus a b, rectæ g k, ſinui verſo arcus f g, ęqualis relinquetur: idcirco harũ omniũ rectarũ ratio eadẽ erit, nempe ęqualitatis. Iam vero ſi circulus a b c, minor ponatur circulo f g h, ſuper cẽtro i: interuallo æquali ſemidiametro a d, circulus deſcribatur r s o, rectam f i, ſecans ſuper o, & rectam g i, ſuper r: ſinus rectus arcus o r, eſto o t: demonſtrabitur vt ſuperius angulos ad K, t, rectos eſſe: & rectas lineas i t, t r, o t, ipſis d e, e b, a e, ęquales eſſe: ipſaq; triagula K f i, t o i,

per

per,32.propoſitionẽ primi,& cõmunẽ ſententiã,ęquiangula eſſe:idcirco latera habebũt proportionalia,quę æqualibus angulis ſubtẽdũtur, per quartam propoſitionẽ ſexti libri. quare vt recta f i,ad o i,ita f K,ad o t,& K i,ad t i: eſt autẽ f i,rectę g i,ęqualis, & o i.ipſi r i: igitur per ſeptimã propoſitionẽ quinti,vt g i,ad r i:ita k i,ad t i.quapropter vt g i,ad r i,ita reliqua g K,ad reliquã r t,per 19.propoſitionem quinti: itaq; per ſeptimam propoſitionem quinti quoties oportuerit repetitam,propoſitum concludetur.

Idem quoque ſimplicius abſque cõſtructione circuli r s o,in vniuerſũque demonſtrari poterit. Etenim anguli ad i,d,cẽtra,æquales ſunt per vltimã diffinitionẽ tertij libri Euc.anguli vero ad K, e, recti per diffinitionẽ ſinus recti, & tertiam propoſitionem eiuſdem libri tertij,igitur reliquus angulus ad f,reliquo ad a per.32 propoſitionem primi & cõmunẽ ſententiam ęqualis erit.Quamobrem bina triangula k f i,e a d.latera habebunt proportionalia quę ęqualibus ãgulis ſubtẽdũtur:eſt igitur ſicut f i, ſemidiametri maioris ad a d,ſemidiametrũ minoris: ita f k ſinus recti arcus f g,ad a e, ſinum rectum arcus a b,& ſic K i: cõplementi ſinus verſi g K:ad e d: complementũ ſinus verſi b e: idcirco per ſeptimam propoſitionem quinti: vt g i:ad b d:ita K i:ad e d:quare per 19. propoſitionem eiuſdem quinti libri Euclidis, ſicut g i,ſemidiameter ad b d ſemidiametrum, ita g K ſinus verſus arcus g f,ad b e: ſinum verſum arcus a b:quoniam vero vt modò demõſtrauimus & per ſeptimam quinti vt ſemidiameter h i: ad ſemidiametrum c d: ita K i :ad e d:idcirco per duodecimam propoſitionem quinti: vt ſemidiameter ad ſemidiametrum:ita tota h K: ſinus verſus arcus f h: qui ex ſemicirculo relinquitur:ad totam c e arcus a c:ſinum verſum.Igitur ſinus recti & verſi quoque ſimilium arcuum, eandem habent rationem & circulorũ ſemidiametri, quod demõſtraſſe oportuit.

Appendix.VI.

In locis borealioribus, ſiue ſol obtineat borealia ſigna,ſiue auſtralia, ſiue etiã æquinoctialia puncta,longiora Crepuſcula fiũt. Præterea ſicut ſinus rectus complementi minoris altitudinis poli ad ſinum complementi maioris,ita differentia ſinuum verſorum ſeminocturni veri & manifeſti loci borealioris,ad differentiam ſinuum verſorum ſeminocturni veri atque manifeſti reliqui loci.

ESto enim meridianus circulus a b c d, circa centrũ n,æquatoris cõmunis ſectio recta a c,diameter paralelli cuiuſuis borealis, quem ſol deſcribit,cũ per borealia ſigna incedit,eſto i k,recta b d,axis ſpheræ: b, punctum polus boreus: d,auſtrinus: ſectio eius horizontis ſupra quem polus ipſe boreus arcu b f, eleua-

 tur,

tur, eſto e f, ſed ſectio horizontis eorum quibus idem polus altius extollitur, eſto, o p. Aio primum, hac ipſa die qua ſol motu diurno conceptum parallelum deſcribit, in loco borealiori lõgius crepuſculum haberi. Recta enim q r, ſectio communis ſit meridiani & eius circuli qui horizonti borealioris loci æquidiſtat: recta g h, ſectio communis meridiani & circuli æquidiſtantis horizonti reliqui loci, qui ad æquatorẽ propius accedit. Arcus autem f h, æqualis po-



natur arcui p r, & vterquæ eorum æqualis diſtantiæ ſolis ab horizonte, cum ſuperũ hæmiſphærium ſcilicet ante exortum illuminare incipit, aut poſt occaſum illuſtrare deſinit. Præterea à punctis l, s, in communibus ſectionibus diametrorum e f, o p, cum recta i K, perpendiculares l y, s x, deducãtur in rectas lineas g h, q r. Igitur bina triangula rectangula contemplabimur y l m, x s t, in quibus latus l y, lateri s x, æquum eſt: nam vtrumque eorum ſinui recto arcus f h, aut p r, æquale exiſtit, vt ex eis quę antea demonſtrauimus liquet: & angulus l m y angulo a n e, altitudinis æquatoris æqualis eſt, per ſecundam partem 29. propoſitionis primi libri Euc. bis ſumptam. Item angulus s t x, ſimiliter oſtendetur æqualis angulo a n o, reliquæ altitudinis æquatoris: eſt autem ipſe angulus a n e, angulo a n o, maior, igitur angulus l m y, angulo s t x, maior eſt. Porro lat' t x, lateri m y æquale eſſe non poteſt: nam quum anguli ad y, x, recti ſint, & ipſa latera l y, l x, æqualia, duo anguli l m y, s t x, per quartam propoſitionem primi inter ſe æquales eſſent. Nec eo minor eſſe poteſt, quando quidem producta ipſa recta linea t x, ex parte t, donec æqualis fieret ipſi m y, vt in pũcto z, cõnexaq; s z, eſſent in duobus triãgulis y l m, x s z, duo anguli l m y, s z x inter ſe æquales per quartam propoſitionẽ primi: at vero angulus s t x, angulo s z x, maior eſt per 16. propoſitionem primi: & maior igitur eſſet angulo l m y, per communem ſententiam. At quia huius oppoſitum mődo demonſtrauimus, relinquitur rectã t x, recta m y, maiorem eſſe & maiora igitur erũt bina quadrata ex s x, t x, quam quadrata ex l y, m y, idcirco in duobus illis triangulis rectangulis y l m, x s t, maius erit quadratum ex s t, quam ex l m, per 47. propoſitionem primi Euc. & communem ſententiam: & ideo recta ipſa linea s t, maior erit quam l m, centro propinquior. Propterea perpendiculares inſidentes ipſius meridiani plano ſuper punctis l m, minorem arcum circunferentiæ paralleli reſecabunt, quam quæ ſuper punctis s t, inſiſtunt, per ea quæ in lemmate appendicis tertiæ demonſtrauimus. Et quoniam hæ communes ſectiones ſunt concepti paralelli, cum horizonte loci borealioris, & ei æquidiſtante ſub terra: illæ vero communes ſectiones eiuſdem paralleli cum horizõte reliqui loci, & ei æquidiſtante. Igitur ſole obtinẽte borealia ſigna, in locis borealioribus lõgiora crepuſcula fiunt, quod primũ demonſtraſſe oportuit. Secundum quod propoſuimus hoc modo demonſtrabimus. Manifeſtum eſt enim ex eis quæ in primo lẽmate, & appendice tertia oſtenſa ſunt, communes illas ſectiones quæ fiunt à concepto parallelo ſolis, tam cum horizontibus, quam cum eis æquidiſtantibus, ſuper plano deſcripti meridiani perpendiculares eſſe. Igitur communis ſectio eiuſdem paralleli & horizontis loci borealioris, cũ diametro i k, rectos angulos faciet ſuper puncto s, ipſaque communis ſectio ad punctum s, terminata, ſinus rectus erit arcus veri ſeminocturni, qui quidem ab occaſu ſolis vſque ad angulum mediæ noctis computari ſolet: vel ab angulo mediæ noctis vſque ad exortum. Idcirco recta s K, eiuſdem arcus ſeminocturni ſinus verſus. Præterea communis ſectio concepti paralleli & circuli æquidiſtantis ipſi horizonti loci borealioris, ſuper puncto t, cum recta i k, rectos angulos faciens, ſinus rectus eſt arcus ſeminocturni manifeſti: & recta igitur t K, eius arcus ſinus verſus erit. Eum autem appellamus ſeminocturnum manifeſtum, qui ex ſeminoctur-

nocturno vero relinquitur, crepuſculi intercapedine ſubtracta. Erit idcirco recta linea s t, differentia ſinuum verſorum ſeminocturni veri, & ſeminocturni manifeſti. Eodem modo demonſtrabitur rectam l m, differentiam eſſe duorum ſinuum verſorum, quorum vnus reſpondet arcui ſeminocturno vero, & alter ſeminocturno manifeſto reliqui loci, qui ad æquatorē vergit, cuius altitudo poli eſt arcus b f. Porro huius arcus complementum eſt arcus c f, angulum ſubtendens in circuli centro f n c, æqualē quidē angulo l m y, ex oppoſito iacenti in parallelogrāmo, vt propoſitio 34. primi libri Eu. probat. Similiter arcus c p, complementū exiſtit arcus b p, altitudinis poli loci borealioris, angulumq; ſubtendit p n c, æqualē angulo s t x, in parallelogrāmo ex oppoſito iacenti. Iam vero his ita conſtitutis, hoc modo demōſtrationē noſtram concludemus: in triangulo y l m, ſicut ſinus rectus anguli l m y, ad ſinum totū, ita recta l y, ad rectam l m, rurſum in triangulo x s t, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x: & quia rectæ l y, l x, inuicem ſunt æquales, erit igitur ſicut ſinus totus ad ſinū anguli s t x, ita s t, ad rectam l y, per ſeptimam propoſitionem quinti. Quare per. 23. propoſitionem eiuſdem quinti libri, ſicut ſinus anguli l m y, ad ſinum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam l m. At qui ſinus anguli l m y, æqualis eſt ſinui complementi arcus b f, & ſinus anguli s t x, æqualis ſinui complementi arcus b p, ipſe autem arcus b f, altitudo eſt primi loci minorq;, arcus vero b p, altitudo ſecundi loci maiorq;. Igitur ſicut ſinus rectus cōplemēti minoris altitudinis poli, ad ſinū rectū cōplemēti maioris altitudinis, ita differentia ſinuum verſorū ſeminocturni veri & manifeſti loci borealioris, ad differentiam ſinuum verſorū ſeminocturni veri & manifeſti loci minoris altitudinis, quod demonſtrandum propoſuimus. Iterumque hoc priorem partem oſtendit. Quanquam vero preſentē demonſtrationē ordinauimus ad parallelum ſolis borealem, nihilominus abſq; vlla varietate eandē accōmodare poterimus ad auſtrales parallelos: ſimiliter & ad æquatorem circulū, in quo quidē ipſæ rectæ lineæ quas diximus differētias eſſe ſinuū verſorū ſeminocturnorū verorū & manifeſtorū, ſunt etiā æquales ſinibus rectis magnitudinum crepuſculorum. Siquidem vtraque earum ad æquatoris centrum terminatur.

Lemma.

Aſſumebatur in demōſtratione ſinum rectū anguli l m y, ad ſinū totum, & rectam l y, ad rectam l m, in eadē eſſe ratione. Præterea quod in triangulo x s t, ſicut idem ſinus totus ad ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x. Hoc autem vt oſtendatur, recta m y, in rectum extēſa, ſuper puncto m, interuallo l m, arcus anguli l m y, deſcribatur a l. Deinde ſuper puncto t, ad menſuram ſemidiametri l m, arcus b c, anguli s t x, deſcribatur, & à puncto b, ſuper rectam t x, perpēdicularis deducatur b d. Igitur prior lemmatis pars liquidiſsime conſtat: eſt enim eadem recta l y, ſinus rectus anguli l m y, & recta l m, ſinus totus, nēpe circuli ſemidiameter. Poſterior quoque pars manifeſta eſt: nā bina triangula x s t, d b t, æquiāgula ſunt, per 32. propoſitionē primi & cōmunē ſententiam: igitur per quartam propoſitionē ſexti libri vt b t, ſinus totus priori equalis, ad b d, ſinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x.

Sed vt noſtrę appendicis demonſtratio id concludere poſsit, quod ſecūdo demonſtrandū propoſuimus, operę pretium eſt, has omnes rationes ad eum ſinum totum referre, qui ſemidiametro deſcripti meridiani ſit ęqualis. Quapropter rectas lineas l m, m y, extendemus in rectum, ad æqualitatem ſemidiametri deſcripti meridiani:

diani: ſimiliter & s t, t x, & ſuper cen-
tris m, t, circunferentias in quibus an-
guli l m y, s t x, ſubtendãtur, deſcribe-
mus: earũ vero ſinus rectos deducemꝰ
hoc eſt perpẽdiculares in rectas m y,
t x, quas ad ęqualitatẽ ſemidiametri
meridiani produximus. Igitur quẽad-
modũ circa bina triãgula x s r, d b t, de
mõſtrauimus, oſtẽdemus & in his figu
rationibus, quòd ſicut ſinus rectus an-
guli l m y, ad ſinũ totũ, nempe circuli
ſemidiametrũ ęqualẽque ſemidiame-
tro deſcripti meridiani, ita l y, ad l m.
Rurſum ſicut ſinus totus, eiuſdẽ meri
diani ſemidiametro æqualis, ad ſinum
rectum anguli s t x, ita recta s t, ad re
ctam s x, ob ęqualitatem angulorum,
& ſimilitudinem triangulorum. Ex
his itaque quod appendix propoſuit,
rectè concluditur. Nam propoſitio
23. quinti libri probat, quod ſicut s r,
ad l m, ita ſinus rectus arcus ãguli l m y
ad ſinũ rectũ arcus ãguli s t x, id que in
circulis ęqualibꝰ deſcripto meridiano:
eſt aũt ſinus anguli l m y, æqualis ſinui
cõplemẽti arcus b f, & ſinus ãguli s t x,
ęqualis ſinui cũplemẽti arcus b p, ſi-
quidem in æqualibus circulis æqua-
les anguli in ęqualibus arcubus ſub-
tenduntur, per 26. propoſitionem ter-
tij: æqualesque arcus æquales habẽt
ſinus, vt in primo lẽmate. Idcirco per
ſeptimã propoſitionẽ quinti cõcludi-
tur, rectã s t, ad rectã l m, & ſinũ cõple
mẽti arcus b f, ad ſinũ complementi
arcus b p, eandem rationem habere.

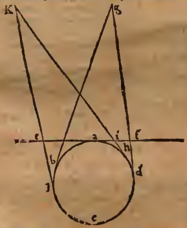
PARS SECVNDA.

PROPOSITIO PRIMA.

*Arcum diſtantiæ ſolis ab horizonte, in principio cre-
puſculi matutini aut fine veſpertini, ſtabilem eſſe non poſſe,
ſed pro tẽporũ viciſsitudine neceſſe ſit variari, demonſtrare.*

SED certe pri
mũ illud fun-
damentũ fal-
ſum exiſtima
ri debet. Nul-
la enim diſtã
tia ſolis ab ho
rizonte in he-
miſphęrio in-
fero, quæ cre-
puſculum ef-
ficit, certa &
ſtata eſſe poteſt. Nam crepuſculum matutinũ
tunc auſpicatur, cum in noſtro hemiſphærio
aër ſplendeſcere incipit. Porro tunc incipit,
cum lumen ſolis in ſuperficie horizontis pri-
mum reflecti poteſt. Tunc autem poteſt, cum
aër cui occurrit, non omnino purus eſt: ſed ob
vaporũ permiſtionẽ craſsior denſiorq́; quã qui
à terra nimium abeſt. Quod ſi vapores accidat
à terra multum diſtare, reflectetur tunc tempo
ris lumen ſolis à maiori arcu ſub horizonte: ſed
ſi parum à minori. At vero manifeſtũ eſt, ſum-
mam vaporum eleuationem varietatem ſuſci
pere, & excelſiorem aliam alia pro temporum
viciſsitudine fieri. Igitur nec arcus ipſe verti-
calis

calis circuli, quo ſol ab horizōte diſtat, certus, ſtatuſque permanebit. Hoc autem vt lucidius conſtet, operæpretium eſt vt cauſas crepuſculi referamus. Eſto enim a b c d, maximus terrę circulus, intra ſuperficiem maximi cuiuſdam circuli verticalis, qui ante diluculum per ſolē & regionis verticem meat. Centrū viſus ſit a, recta linea e a f, deſcriptum circulū tangat in pūcto a. Intelligatur autem hoc ipſo nocturno tēpore conus vmbræ terræ d f g b. Aër igitur intra huiuſmodi vmbræ conum conſiſtens, non illuminabitur à ſole. Sed quanquam radius ſolaris perueniat ad punctum f, & ad alia puncta extra vmbrā, aër tñ illic exiſtens idcirco non apparebit illuminatus, quia propter magnā à terra diſtantiam, purior tenuiorque eſt, quàm vt reflexionem efficere poſsit. Igitur concipiamus ſolē moueri ad principium vſq; crepuſculi matutini, quādo ſcilicet aër ſplendeſcere in-



cipit. Referatq; iterū circulus a b c d, maximū terræ circulum, ſub eo verticali qui ipſo tēporis momento per ſolē meat, & a, punctū centrū viſus, in quo quidem recta linea e a i, eum tangat: conus vmbræ terræ erit h i K l. Quapropter quū ab ipſo i, puncto lumen ſolis primum reflectatur ad viſum, aërque qui apud i, primū videatur illuminatus: ſumma vaporum eleuatio quæ aërem craſsiorem reddit, ob idque viſibilem eum efficit, erit apud i. Quoniam vero huiuſmodi vaporum ſumma altitudo variabilis eſt, quippe quæ nōnunquam minus diſtet à terra quam i. & nōnunquam magis, iuxta variam ſolis actionem in eam materiam ex qua vapores ſuſcitat: certum eſt vt quiſque facile demonſtrare poterit, quod cū minus diſtiterit à terra quàm i, & minus quoque diſtabit ipſe ſol ab horizonte: ſed ſi magis ſimiliter & maiori arcu ab horizonte diſtabit. Non poterit igitur diſtantia ſolis ab horizonte apud initium crepuſculi matutini, aut veſpertini finē, certa ſtataq; permanere, quod erat demōſtrandū. Cæterū Strabo ad calcē ſecundi libri Geographiæ, hāc diſtantiā ſtatuit gradus habere 17 & dimidiū. Nā circa Boryſthenē inquit, ſecundum vrſales locos horizontis, in omnibus ferè æſtiuis noctibus illuminatur à ſole, ab occaſu vſq; ad ortū, circūuertēte ſe luce. Abeſt enim æſtiuus tropicus ab horizōte, vnius animalculi ſemis & duodecima parte, quantū diſtat ſol ab horizōte ſecundū intēpeſtā noctē. Ex quibus elicitur polū boreal ē in eis locis, eleuari ſupra horizontē gradibus 48. & dimidio. Quippe diſtantiā inter æquinoctialē & tropicū quatuor ſexageſsimas partes maximi circuli habere poſuit, nēpe gradus 24. Igitur diſtantiā æſtiui tropici à polo boreali, gradus 66. eo tēpore habuiſſe neceſſe eſt: ex ijs detractis $17\frac{1}{2}$, qui ſunt in dimidia parte atq; duodecima vni⁹ ſigni relinquuntur gradus $48\frac{1}{2}$ altitudinis poli ſupra horizontē, quod itē ex eo numero ſtadiorū colligitur, quo ea loca ab æquinoctiali diſtare ſuppoſuit. Refert etiā idem author, Hipparchū dixiſſe, ad Boryſthenem & Galliam tectis æſtiuis noctibus ſolis ſplendorem ab occaſu ad ortum ambientem illuceſcere. Verumtamen omnia illa ambigua mihi ſunt: præſertim quòd ſecum pugnare videantur. Allacen vero huiuſmodi diſtantiam ſolis ab horizonte, gradus habere ſubiecit 19. nulla ratione ſuffultus. Deinde Vitelo eo iunior, & à quo vniuerſum fere ingens illud opus ſuum de ratione videndi mutuatus eſt, gradus etiam 19. continere ſcribit, idq; inſtrumento armillarum aut tabulis per obſeruationem aſtronomicam deprehendiſſe. Denique recentiores omnes prædictam diſtātiam gradus 18. habere ſubijciunt. Quod ſi vnuſquiſque horum authorum tantam verè deprehendit diſtantiam ſolis ab horizonte in principio crepuſculi matutini, quantam aſſeruit: negare iam non poſſumus eā variabilē eſſe: ſin minus, nulla eorum authoritate moueri debemus, quo minus huiuſmodi diſtantiam varietatem ſuſcipere credamus. Verū dū artē tradere molimur,

Strabo.

Hipparchus.

Allacen.

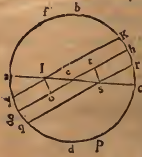
Vitelo.

qua huiuſmodi diſtantia recte deprehendi poſ
ſit, tantã interea eam eſſe ſupponemus, quantã
recentiores aſtrologi, graduum videlicet .18.

Propoſitio. II.

*Concepti puncti eclipticæ declinationẽ
inuenire. Ratio enim ſinus totius ad ſinum
rectum maximæ declinationis, ſicut ra-
tio ſinus recti arcus diſtantiæ à ſectione
vernali aut autũnali, ad ſinum rectũ de
clinationis eiuſdem puncti.*

CIrculus a b c d, eſto colurus
ſolſtitia diſtinguens: b, d,
poli eclipticæ: f, p, æquato-
ris poli: huius & eclipticæ
communis ſectio ſit recta
a c, recta vero g h, eiuſdem
coluri & æquatoris cõmu
nis quo-
q; ſectio.
Hæ igitur
cõmunes
ſectiones
quia circu
lorum ma-
ximorum
Diametri
ſũt p The-
odoſiũ, ſu-
per centro
mũdi e, ſe
interſeca-



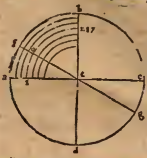
bunt. Porro circuli æquatori æquidiſtantis,
per conceptum eclipticæ punctum venientis
communis ſectio, atque deſcripti coluri, eſto
aut recta y K, aut q r: harum vero & rectæ a c,
interſectiones ſint pũcta l, s: à quibus ſuper rec-
tam g h, ad rectos angulos deducãtur binæ rec-
tæ lineæ l o, s t. Igitur quoniam æquatoris &
eclipticæ poli in ipſo coluro ſunt, vtrũque cir-
culum colurus ad rectos angulos ſecat per 19.
propoſitionẽ primi libri Theodoſij: quare eo-
rum cõmunis ſectio plano eiuſdẽ coluri ad rec
tos angulos erit: eius vero extrema puncta ad
initia arietis & Libræ terminari neceſſe eſt. Si
mili quoque ratione demonſtrabitur, commu-
nes ſectiones circulorũ æquidiſtantiũ & eclip-
ticæ eidẽ plano coluri ſuper punctis l s, ad rec-
tos angulos eſſe. Igitur ſi poſuerimus a, initiũ
Cãcri, & c, initiũ Capricorni, erit cõmunis ſec
tionis quæ ſuper l, pars ad ipſum l, terminata, ſi
nus rectus diſtantię cõcepti pũcti borealis ab
initio Cancri: & recta e l, ęqualis ſinui recto cõ
plementi quadrãtis, nẽpe diſtãtiæ cõcepti pũc-
ti ab initio Arietis, aut libræ, per 28. & 34. pro-
poſitionẽ primi libri Euc. Similiter communis
ſectionis quæ ſuper s, pars ad ipſum s, punctum
terminata, ſinus rectus erit diſtantiæ concepti
pũcti auſtralis ab initio Capricorni: recta vero
e s, æqualis ſinui recto diſtãtię ab initio Arietis
aut libræ. At quoniã rectæ lineæ g h, y K, paral
lelæ ſunt per 16. propoſitionẽ 11. Euc. recta autẽ
l o, ſinui recto arcus y g, parallela per 28. propo
ſitionẽ primi, idcirco per 34. propoſitionẽ ea-
dẽ recta linea l o, ipſius arcus y g, ſinui recto æ-
qualis erit. Atqui vt in primo lẽmate demõſtra
uimus, arcus inter circulos æquidiſtãtes eorum
circulorũ maximorũ qui p polos ipſorũ æqdiſ
tãtiũ veniũt æquales ſunt, arcuſq; æquales ſin⁹
rectos æquales habẽt, igitur per cõmunẽ ſenten
tiã recta l o, ſinui recto declinatiõis cõcepti pũ
cti borealis æqualis erit: recta vero s t, æqualis ſi
nui recto declinatiõis cõcepti pũcti auſtralis.
Porro in triãgulo rectãgulo e l o, ſicut ſinus tot⁹
ad ſinũ rectũ arcus a g, qui eſt anguli o e l, maxi
mæ declinatiõis, ita recta e l, ad l o, per lẽma ſex
tæ appẽdicis. Igitur per ſeptimã propõnẽ quin
ti vt ſinus totus ad ſinũ rectũ arcus maximæ de
clinatiõis, ita ſinus rectus diſtãtiæ cõcepti pũc-
ti borealis à proxima ſectione vernali aut autũ
nali, ad ſinũ rectũ declinationis eiuſdẽ puncti.
Idẽ probabitur in triãgulo rectãgulo e s t. Nã ſi
cut ſinus totus ad ſinũ rectũ arcus c h, maximæ
declinationis eclipticæ, angulũ t e s, ſubtẽdẽtis,
ita e s, æqualis ſinui recto diſtãtiæ cõcepti pũc
ti auſtralis à proxima ſectione, ad s t, æqualem
ſinui recto declinationis eiuſdẽ pũcti. Quapro-
pter multiplicabimus ſinũ rectũ arcus eclipti-
cæ quo conceptum punctũ à proxima ſectione
abeſt, in ſinũ rectũ maximæ declinationis, pro-
ductũ diuidem⁹ per ſinũ totũ, vltimas quinq; fi
guras abijciẽdo, & prodibit ex huiuſmodi par-
titione ſinus rectus declinationis cõcepti pũcti
eclipticæ: idcirco p tabulã ſin⁹ recti declinatio
ipſa innoteſcet: borealis quidẽ ſi cõceptũ pũc-
tũ locũ habuerit in ſignis borealibus, auſtralis ſi
in auſtralib⁹. Sed ſi declinatio nota proponere
tur, & arcus diſtantiæ ignotus, illorũ quatuor
terminorũ proportionaliũ primũ in quartum
perducere oporteret, productũq; per ſecũdum
diuide

diuidere,ex huiuſmodi enim partitione tertius terminus notus prodiret, nempe ſinus rectus quæſitæ diſtantiæ. Hæc documenta numerorum proportionalium eliciuntur ex 16. propoſitione ſexti libri, aut 19. ſeptimi Euclidis. Et ex hac demonſtrandi arte liquet, eclipticæ puncta quæ æquali diſtant interuallo, ab alterutra ſectione aut vernali aut autũnali æquales declinationes habere. Sunt enim duo illa triangula e l o, e s t, æquiangula: quapropter ſi arcus diſtãtiarũ ponãtur æquales, vel per 4. ſexti vel 26. primi rectã o l, rectę s t, æqualẽ eſſe cõcludemus. Idcirco ſinus recti declinationũ æquales: & arcus quoque ipſi æquales, quod per alios ſyllogiſmos demonſtrari ſolet. Præterea ex hac manifeſtũ eſt, puncta eclipticæ quæ ab alterutro tropicorũ pũctorũ æquali diſtant interuallo, æquales declinationes habere: ſub vno enim circulo æquatori æquidiſtante cõprehẽdũtur. Nam recta linea communis ſectio eclipticæ & æquatori æquidiſtantis, quæ ſuper l. colurũ ad rectos angulos ſecat, in ipſo l. puncto cum diametro a c, rectos angulos facit, per ſecũdã diffinitionem vndecimi libri. Igitur per ea quæ in primo lẽmate demonſtrauimus, ipſa cõmunis ſectio in duos ſinus rectos æquales æqualiũ arcuum, qui ad a, punctũ terminãtur, ſuper l. pũcto diuiſa eſt. Hoc etiam ſeorſum demonſtrauit eiuſdem primi lẽmatis poſtrema pars.

Propoſitio. III.

Inſtrumentum quoddam conſtruere, ad obſeruationes aſtrorum valde opportunum, quo vid licet eorum eleuationes examuſsim deprehendi poſsint.

Conſtruatur enim Aſtrolabium quàm exacte fieri poſſit: dioptramq; habeat, hoc eſt regulam quæ ſuper centro voluitur, quàm rectiſsimam: ad hanc tabellæ vt fieri ſolet erectæ ſint: quarum meatus maiores non ſint quàm vt per ea lucidiora fixa ſydera diſtincte videri poſsint. Eſto exempli gratia huiuſmodi aſtrolabij plana vna atque circularis ſuperficies a b c d, diametriſque a c, b d in quadrantes diuiſa: eius centrum ſit e, punctum. Super hoc intra ipſam circunferentiam, quantouis interuallo (pari aut impari nihil refert) alius intra alium circulorũ quadrantes deſcribantur numero 44. Exterior quadrãs vt a b, in nonaginta æquales partes



diuidatur. Interiorũ vero ei propinquior in partes æquales 89. Sequẽs deinde in 88. & qui hũc proxime ſequitur in 87. et ita deinceps hoc ordine progrediatur, donec ad vltimũ interiorum minimũq; perueniatur, qui in partes ęquales 46. ſecabitur. In quolibet quadrante ſingulæ denæ partes tenuiſsimis quibuſdã lineolis, parũ circũferẽtiã prætergredientibus notentur. Nã niſi Aſtrolabiũ ingẽtis magnitudinis eſſet, ſi quinæ aut denæ partes numeris diſtinguerẽtur, præ nimia interuallorũ anguſtia, magna cõfuſio accideret. Numerus autẽ partiũ quas vnuſquiſq; quadrans habet, prope vnũ eius extremũ iuxta ſemidiametrũ ſcribatur. Vt ſi ſupputatio fiat ab a, verſus b, ſuper ipſo b, pũcto 90, ſcribãtur notis algoriſticis: ſubtus vero iuxta diametrũ e b, reliqui numeri ſuis debitiſq; locis collocabũtur. Igitur hac arte numerus graduũ nonaginta quẽ vnuſquiſq; quadrãs etiã interior habere intelligitur, & ſi in pauciores partes diuiſus proponatur, omnẽ aliquotã partẽ actu habet, quæ à quouis numero nonaginta minori denominatur: nempe dimidiã partẽ totius, tertiã, quartã, quintã, ſextã, ſeptimã, octauã, nonam, decimã, vndecimã, duodecimam, & reliquas ſingulatim vſque nonageſsimam, quã exterior quadrãs actu habet. Nã quod à minoribus partibus ad maiores progrediendo vſq; ad quadrageſsimã ſextã aliquotas partes habeat, videlicet nonageſsimã, octogeſsimam nonam, octogeſsimam octauam, & reliquas, nemo inficiabitur. At quod & cæteras quoque habeat, quæ ab ijs numeris denominantur, qui inter vnitatem ſunt atq; 46, hinc facile conſtare poterit, quod qui numerũ aliquẽ in numerum diuidit, diuidit & in ſubduplũ, ſub quadruplũ, cæterosq; numeros ſub multiplices quos diuidẽs numerus habet: vt qui diuidit in nonagĩta, diuidit ẽt in

quadraginta quinque, & qui in 88, diuidit & in 44, & ita deinceps in cæteris. Atqui ſinguli numeri à 23. vſque 45. ſubdupli ſunt eorū qui in ſerie numerorū diſponūtur à 46. vſque 90. vno ſemper intermiſſo: & hi quoq; aliorū minorū multiplices ſunt, & ita in reliquis, alij ad alios eodē modo ſe habent, vſque ad vnitatem. Igitur numerus ipſe graduū nonaginta quē in vnoquoq; quadrante contineri intelligimus, p prædictas diuiſiones omnē aliquotā partē habet à dimidia vſq; ad uonageſsimā. Hactenus de inſtrumenti ſtructura: vſus vero per quā facilis erit. Libeat enim nocturno tēpore, cuiuſuis ſtellæ altitudinē ſupra horizontē ex amuſsim deprehendere: attollemus huiuſmodi Aſtrolabiū inſublime ſupra oculū, ita vt ex armilla ſuſpenſoria pūcto b, affixa libere pēdeat, & eius latus a b, ad ſtellā ipſam dirigemus, dioptrāq; ſenſim ſurſum atq; deorſum verſus torquebimus, quoad per vtrunq; foramen obſeruatā ſtellā pſpiciamus. Quoniā vero vix vnquā dioptra deſcriptis quadrantibus ſuperponitur, quin ſecundū aliquā diuiſionis notā aliquē eorū interſecet, conſiderabimus numerū partiū integrarū quē abciſa portio habet, numerū præterea in quē totus ipſe quadrans diuiſus fuerit, & per cōmune documentū numerorū proportionaliū, has partes in nonageſsimas partes quadrantis, quas gradus appellare conſueuimus, hoc modo conuertemus. Multiplicabimus earū numerū in nonaginta, productū diuidemus per numerū partiū totius quadrantis, & prodibit ex ea partitione numetus graduū quē ille partes habēt. Sed ſi numer⁹ aliquis ex diuiſione relinquatur (vt ſepe numero cōtingit) multiplicabimus eū in ſexaginta, productū diuidemus per prædictū numerum partium totius quadrantis, cōmunem diuiſorem, & prouenient minuta prima. Relictū quoquo numerum ex huiuſmodi partitione iterum multiplicabimus in ſexaginta, productumq; diuidemus per cōmunē diuiſorē & prouenient ſecunda minuta: & ita deinceps fiet quoaduſque aut nihil ex partitione relinquatur, aut minutiæ quæ ex partitione proueniunt, ob earū paruitatē contēni debeant. Exēplum: obſeruata altitudine alicuius ſtellæ, habeat in Aſtrolabio extrema linea dioprx per centrum veniens, quam fiduciæ lineam Aſtronomi appellant, eam poſitionem quam diameter f g: ſecetque quadrantem i r, partium æqualem 87. in puncto o, & ipſe arcus altitudinis o i, partes comprehendat triginta. Igitur multiplicabimus 30. In 90. fientq; 2700, hunc numerum diuidemus per 87. & venient ex partitione gradus 31. ſed relinquentur 3. hūc numerum multiplicabimus in 60. & fient 180. denique diuidemus 180. in 87. communem diuiſorem, & venient ex partitione minuta prima duo, numeruſq; relictus erit 6: hunc deinde multiplicabimus in 60. ad colligenda minuta ſecunda, fienq; 360. hæc diuidemus per 87, & prodibūt ex partitione minuta tertia quatuor: ſed relictus numerus erit 12. hoc igitur ducto in 60. productoq; diuiſo per cōmunem diuiſorē, venient minuta quarta octo, at relinquētur ex partitione 24. Et eadem prorſus arte progrediemur quoad libuerit. Cæterum vt huiuſmodi inſtrumentum obſeruationibus ſolis cōmodius inſeruire poſsit, fiant in erectis tabellis alij duo meatus anguſtiſsimi: per eos enim interdiu radius ſolis ingrediens, eius altitudinem ſupra horizontem certius cōmōſtrabit.

Propoſitio. IIII.

Per meridianam ſolis altitudinem, eleuationem poli ſupra horizontē loci in quo fit obſeruatio, latitudinē vè regionis inuenire.

PEr locum ſolis cognitū eius declinatio habeatur, hęc vero quadranti adiungatur, ſi auſtralis fuerit, ſed auferatur ſi borealis: numerus enim qui ex huiuſmodi adiectione aut ſubtractione prodierit, diſtantia ſolis erit à polo mundi arctico. Deinde ſit ne polus horizontis inter ſolē & polum arcticum, an econtrario ſol inter horizontis polum & mundi polū arcticū conſtitutus ſit, ex vmbra meridiana in ſuperficie horizontis porrecta eliciemus. Nam ſi ea vergat ad ſeptentriones, manifeſtū eſt polū horizontis inter ſolem & ipſum borealē polū ſitū eſſe: ſed ſi ad auſtrū, neceſſe eſt ſolem inter polum mundi arcticum & horizontis polum poſitionem habere. His itaq; præcognitis obſeruabimus per Aſtrolabiū, cuius conſtructionē in præcedenti propōne docuimus, maximā ſolis altitudinem: hanc vero meridiano tempore eū habere neceſſe eſt: huius maximæ altitudinis ſolis cōplemētum, nempe diſtantiam inter polū horizontis & ſolem in Aſtrolabio ſupputabimus, quam auferemus ab eo arcu quo ſol à polo mundi

arctico

arctico diſtat,ſi polus horizontis inter ipſos inuentus fuerit:ar eandem adijciemus, ſi econtrario ſol inter polum horizontis & mundi polũ arcticũ locũ habuerit:arcus enim qui aut eiuſmodi ſubtractione relictus fuerit, aut additione conflatus,diſtantia erit poli horizontis à polo mundi arctico. Iam igitur loci quẽ incolim9 latitudo ignorari noo poterit. Nam ſi is arcus quadranti æqualis fuerit,erit nimirũ horizontis polus ſub Aequatore collocatus.Si vero inæqualis: differentia eius à quadrante latitudo loci nuncupabitur:borealis quidem ſi inuentus arcus quadrante minor fuerit:at auſtralis ſi maior. Vbi autẽ meridiana ſolis altitudo quadranti æqualis fuerit,loci latitudo in quo id deprehenſum fuerit,& declinatio ſolis inuicem æquales erunt.Porro latitudinem loci altitudini poli mundi ſupra horizontem æqualem eſſe, ſola communis ſeotentia demonſtrat.Cæterum meminiſſe oportet,quædam eſſe loca quibus ſol ad quoddam tempus nec oritur,nec occidit,ſed perpetuo eleuatus cernitur:ſupra quorum horizontes duas altitudines meridianas habet,alteram maximam,alteram minimã intra quatuor & viginti horas.In his vtemur etiã maxima altitudine,nihilque operatio variabitur.Poſſunt præterea interdiu locorum latitudines inueniri citra meridiem. Nos enim vt in eo commentario quod ad artem nauigandi,materno ſermone conſcripſimus videre licet,artem excogitauimus, qua omni diei tempore, hora & meridiani poſitione ignotis exiſtentibus,eleuatio poli mundi ſupra horizontem, ſimul atq; hora,& ipſa meridiani poſitio inueniantur:idque etiam ſi medio aberrantes pelago,aut io ſolitudinibus degentes,non ſolũ horam & meridiani poſitionem ignoraremus, verum etiam & ſolis locum eiuſque declinationem,& denique annum atque diem io quo huiuſmodi obſeruatio fit.

Propoſitio.V.

Ex data loci latitudine altitudine vè poli ſupra horizõtem, aſtri meridianum poſſidentis declinationem deprehendere.

PER tertiam propoſitionem obſeruetur examuſsim propoſiti aſtri altitudo cum meridianum occupauerit. Tum vero ſi receſſerit à polo horizontis ad partes poli manifeſti qui eleuatus cernitur, iungemus complementum altitudinis eiuſdẽ aſtri, arcui latitudinis loci in quo fit obſeruatio numerus enim ex his duobus conflatus ſi quadrantem non ſuperauerit, erit ipſius aſtri declinatio.Sed ſi quadrante maior inuẽtus fuerit,auferemus eum à ſemicirculo,& relinquetur propoſiti aſtri declinatio, eiuſdem denominationis cum latitudine loci. At ſi receſſerit à polo horizontis ad partes poli occulti,facta collatione inter latitudinem loci & complementum altitudinis aſtri: ſi æqualia inueniantur, propoſitum aſtrum declinatione carebit. Sed ſi inæqualia,auferatur minor numerus à maiori,relinqueturque ipſius aſtri declinatio, eiuſdem denominationis cum ea quam latitudo loci habet,ſi latitudo ipſa maior inuenta fuerit, ſed oppoſitæ ſi maior. Verumenim vero ſi nulla diſtãtia reperta ſit inter aſtrum & horizontis polum,aſtri declinatio latitudini loci æqualis erit,& ad eandem partem.Huius & præcedentis propoſitionis demonſtrationes quoniã facillimæ ſunt,conſulto prætermiſimus.

Propoſitio.VI.

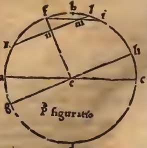
Ex longitudine latitudineque ſtellæ datis,eius declinationem, & viciſsim ex latitudine atque declinatione eius longitudinem, rectamque aſcenſionem inuenire. Nam ſicut quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis ſtellæ,ita ſinus verſus longitudinis eius ab alterutro punctorum tropicorum initium capientis,ad quandam rectam lineam, quam non ab re argumentum declinationis appellabimus.Ea enim æquali exiſtente ſinui recto complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nulla prorſus habebitur declinatio. At vero ſi inæqualis fuerit,erit nimirum ipſarum rectarum differentia,ſinus rectus quæſitæ declinationis: eiuſdem quidem denominationis

cum latitudine, ſi minor: ſed oppoſitæ ſi maior. Porro ſi latitudo borealis fuerit, computari debet ſtellæ longitudo à capite Cancri, ſecundum ſignorum conſequentiam, ſi modo in Ecliptica medietate deſcendenti poſita fuerit: contra vero ſi in aſcendenti. Sed à capite Capricorni ordine contrario ſi auſtralis.

❦ *Aliter. Si concepta ſtella intra polum Eclipticæ Arcticum ſita eſt, & eum æquidiſtantem Auſtralem qui ab Ecliptica arcu maximæ declinationis vndique recedit: quomodo ſe habet quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ, & complementi latitudinis ſtellæ: ita ſinus verſus longitudinis eius à capite Cancri, ad quandam rectam lineã. Quæ æquali reperta ſinui recto complementi differentiæ duorum arcuum, quorum vnus eſt ipſa maxima declinatio, alter vero diſtantia propoſitæ ſtellæ à polo Eclipticæ boreali, nulla prorſus habebitur declinatio. At eidem ſinui recto inæquali exiſtente: erit nimirum ipſarum rectarum differentia ſinus rectus quæſitæ declinationis: borealis quidem ſi minor, auſtralis autem ſi maior. Sed ſi propoſita ſtellæ in concepto circulo poſita ſit, quartus proportionis terminus ſinus rectus erit ſuæ declinationis auſtralis. Iam vero ſi extra eum, quartus terminus proportionis ſimul cum ſinu recto eius arcus quo ſtellæ latitudo maximam declinationem excedit, ſinum rectum declinationis auſtralis conficiet.*

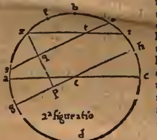
❦ *Verumenimuero propoſita ſtella latitudine carente, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum maximæ declinationis Eclipticæ, ita ſinus rectus eius arcus quo diſtat à proxima ſectione aut vernali aut autũnali, ad ſinum rectum declinationis quã habet.*

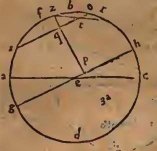
ET ſi multis modis idquod præſens problema inquirendum proponit, inuenire poſſemus: maluimus tamen ea demonſtrandi arte, eiſque figurationibus vti, quibus ab initio huius opuſculi vſi ſumus: nec iniuria. Nã præter hoc quod iuxta hanc methodum pauciſſimis multiplicationibus ac diuiſionibus negotium abſoluitur, habent huiuſmodi ſchemata pulchrũ quoddam, quod alibi meis demonſtrationibus quoad potui, immiſcere conſueui. Referũt enim adeo vere in plano vnius meridiani cæleſtiũ circulorum ſuperficies, vt in eiſdem velut in inſtrumento quodam, abſque numerorum exercitio quod inquirendũ proponitur, cognoſcere poſſimus. Eſto igitur circulus a b c d cuius centrum e, colurus qui per principia Cãcri & Capricorni venit, punctum f, polus mundi Arcticus, b, polus Eclipticæ proximus: recta a c, ſectio Eclipticæ: g h, ſectio Aequatoris. Ponamus præterea eam ſtellam cuius declinationem metiri volumus, latitudinẽ borealẽ habere, æqualemque complemento maximæ declinationis Eclipticæ, vt in prima figuratione: cumque circulum intelligamus ipſi Eclipticæ parallelum qui per centrũ



ſtellæ trãſit: eius ſectio eſto f i: circulus ille deinde cõcipiatur æquatori parallelus, quẽ ſtella ipſa motu diurno deſcribit: eius ſectio eſto k l. Igitur recta linea horũ duorum circulorum communis ſectio, ad ſtellamque

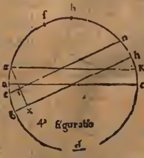
Iamque propoſitam terminata,plano deſcripti
coluri ſuper puncto m,rectarum f i, K l, inter-
ſectione,ad rectos angulos erit,per 19.propoſi-
tionē primi Theodoſij, & vndecimi Euc. Ita-
que recta f m,ſinus verſus erit diſtantiæ propo
ſitæ ſtellæ ab initio Cancri in ipſo cōcepto pa
rallelo Eclipticæ,quam quidem computare de
bemus ſecundum conſequentiam ſignorum, ſi
locū habet in ſemicirculo Eclipticæ deſcendē-
ti,ſed contra ſi in aſcendenti,vt huiuſmodi diſ
tantia ſemicirculo minor euadat. Cōnectatur
autē f e,quæ rectā K l,ſecet ſuper pūcto n. Quo
niā vero rectę lineæ g h,k l,parallelæ ſunt:item
a c,f i.parallelæ per 16.propoſitionē vndecimi
libri Euc. Idcirco angulus f m n,triāguli n f m,
angulo a e g,maximæ declinationis eclipticæ
æqualis erit per primam partem 29.propoſitio
nis primi libri Euclidis bis aſſumptam:angulus
autē f e h,rect⁹ eſt,quia f g,f h,quadrātes, quod
item decima primi Theo.demōſtrat: igitur an
gulus f n m,per ſecundam partē eiuſdē vigeſi-
mæ nonæ propoſitionis primi rectus etiā erit.
Quapropter in ipſo triangulo f n m , ſicut ſin⁹
totus ad ſinū rectum arcus anguli f m n,ita rec-
ta f m,ſinus verſus longitudinis ſtellæ ab initio
Cancri inchoatæ,in concepto parallelo latitu-
dinis,ad rectam f n,per lēma ſextæ appendicis,
Atqui ſicut idem ipſe ſinus totus nempe ſemi-
diameter a e,ad ſinum rectum complementi la
titudinis ſtellæ,ſemidiametrum videlicet con-
cepti paralleli latitudinis,ſic ſinus verſus longi
tudinis eiuſdē ſtellæ ſecundus gradus eclipticæ
computatæ,ad rectam f m.per lēma quintæ ap-
pendicis:idcirco ratio ſinus verſi longitudinis
ſtellæ ſecundum eclipticæ gradus,ad rectā f n,
ex eiſdem rationibus componitur,eis quas ha-
bet ſinus totus ad ſinū rectū arcus anguli f m n,
angulo maximæ declinationis æqualis,& ad ſi
num rectum cōplementi latitudinis ipſius ſtel-
læ.Proterea per 23. propoſitionem ſexti libri
ſeptima quinti adiuuante,ſicut quadratum ſi-
nus totius ad rectangulum contentum ſub ſini
bus rectis maximæ declinationis Eclipticæ &
complementi latitudinis ſtellæ,ita ſinus verſus
longitudinis quā habet,ad rectam f n. Quoniā
autem complementum latitudinis ſtellæ æqua
le ponitur arcui b f,polorum interuallo, & ipſe
b f,arcui a g, maximæ declinationis eclipticæ
æqualis eſt per communem ſententiam : hinc
fit vt nulla relinquatur differentia inter maxi-
mam declinationem & cōplementum latitudi
nis ſtellæ:igitur totus quadrans g f,complemē-
tum differētiæ quodāmodo appellari poteſt ip
ſorum æqualium arcuum:& ſinus totus e f,hu-
iuſmodi complementi ſinus rectus. Hic vero
rectam f n,quartum proportionis terminū rec
ta e n,excedit:deinde ipſa e n,ſinui recto arcus
g k,æqualis eſt per 28.& 34.propoſitionē pri-
mi:at vero g k.& declinationis ſtellæ arcus, æ-
quales ſunt,æqualesq; habent ſinus rectos per
ea quæ in primo lēmate demonſtrauimus.Igi-
tur per communem ſententiam ſubtracta recta
f n,quarto proportionis termino è recta e f, ſi-
nu toto quem ſinum rectum complementi dif-
ferentiæ duorū prædictorū arcuum appellaui-
mus,relinquetur ſinus rectus quæſitæ declina-
tionis. Atqui per commune documentum nu-
merorum proportionalium quartus ipſe pro-
portionis terminus innoteſcit: igitur & ſinus
rectus quæſitæ declinationis notus relinque-
tur.Quare & ipſa declinatio per tabulam ſinus
recti nota. Sed ponatur vt in ſecunda & ter-



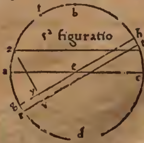


tia figura
tione, la-
titudo ſtel
læ itē ſep-
tentriona
lis, eiuſq;
cōplemē-
tum maxi
mæ decli-
nationi in
æquale: ſe
ctio circu
li per. cē-
trum cor-
poris ſtel-
læ venien
tis q eclip
ticæ æqui
diſtate ſto
z r,ei⁹ au
tem qui
æquatori
æqdiſtat
eſto s o. I-
gitur arc⁹
b z, æqua
lis erit cō
plemento latitudinis ſtellæ:eſt autem b f, æqua
lis maximæ declinationi eclipticæ: idcirco ar-
cus z f,differētia maximæ declinationis eclip-
ticæ & complementi latitudinis ſtellæ. Duca-
tur autem a puncto z,recta linea z p , perpendi
culatis

cularis in g h: quoniā vero f g, aut f h, quadrans exiſtit, erit ipſa recta z p, ſinus rectus complementi arcus z f. Porro rectarum z p, s o, interſectio ſit ſuper puncto q, itaque recta linea p q, æqualis erit ſinui recto arcus ſeptentrionalis g s, ipſe vero arcus g s, æqualis declinationi propoſitæ ſtellæ: recta igitur z q, differētia erit duorū ſinuum rectorum, quorum vnus eſt declinationis ſtellæ, alter vero complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nempe maximæ declinationis eclipticæ, & complemēti latitudinis eiuſdem ſtellæ. Atqui anguli trianguli q z t, æquales ſunt angulis trianguli n ſ m, primæ figurationis: eſt enim angulꝰ ad t, æqualis angulo maximæ declinationis: præterea angulus ad q. rectus. Igitur concludemus quēadmodum in ipſa prima figuratione quatuor terminos ſub eadē ratione proportionales. Quorū primus, quadrantū ſinus totius. Secundus, rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis ſtellæ. Tertius, ſinus verſus longitudinis eiuſdē ſtellæ ab initio Cancri inchoatę. Quaeſitus denique recta z q. Primi autem tres termini noti ſupponuntur, idcirco & quartus innoteſcet per cōmune documentum numerorum proportionaliū. Proinde auferemus ipſam z q, ab recta z p, & relinquetur nota p q. æqualis ſinui recto quæſitæ declinationis. Et arcus igitur declinationis per tabulam ſinus recti notus euadet. Rurſum latitudine ſeptentrionali exiſtente, circuli cuiuſdam per conceptam ſtellam ducti, cui iidem poli cum mundo ſunt, communis ſectio eſto recta g h: eius autem qui per eandem ſtellā tranſit, ſed Eclipticæ æquidiſtat, communis ſectio eſto z K, vt in quarta figuratione. Igitur arcꝰ z f, æqualis erit differentiæ maximę declinationis



Eclipticæ, & complementi latitudinis ſtellæ. Deducatur à puncto z, ſuper rectam g h, perpēdicularis z x: igitur recta ipſa linea z x, quartus terminus proportionalis fiet memoratæ proportionis. Porro ſupponatur ſinum rectum cōplementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, quorum vnus eſt maxima eclipticæ declinatio, alter vero complementum latitudinis ſtellæ, ipſi perpendiculari z x, æqualē eſſe. Dico rectam lineam g h, ſectionem Aequatoris eſſe: propoſitamque ſtellam declinatione carere. Nam ſi non eſt recta g h, æquatoris ſectio, erit igitur alia, vel ſupra, vel infra, verumtamen ei æquidiſtans vt neceſſe eſt per 16. propoſitionē 11. libri. Eſto huiuſmodi linea recta e n, quæ rectam z x in puncto i, ſecet. Igitur quoniam anguli ad x, recti ſunt, anguli quoque ad i, recti erunt, per 29. propoſitionem primi. At vero arcus e f, inter polum mundi & æquatorem quadrans eſt, idcirco arcus e z, complementū erit arcus z f, & recta i z, eius ſinus rectus. Erat autem per hypotheſim recta z x. æqualis ſinui recto complementi arcus z f, æquales igitur inter ſe i z, z x, per communem ſententiam, pars & totum, quod eſt impoſsibile. Non poteſt idcirco æquator colurum ſecare ſupra g, nec etiam infra propter idem incommodum. ſecabit igitur eum ſuper recta ipſa linea g h. Quapropter propoſitam ſtellam declinatione carere neceſſe eſt. Præterea ponamus latitudine ſicut in cæteris ſeptentrionali exiſtente, differentiaq; prædicta z f, circulum ductum per conceptam ſtellam æquatori æquidiſtantem, ſecare vt in quinta figuratione planum coluri ſuper recta linea i r, communi eorum ſectione: ſinūque rectum complementi arcus z f, eſſe lineam z y, quā producemus in rectum donec ſecet rectam lineam r t, in puncto v. Erit igitur quartus terminus proportionis recta linea z v, quæ quidem rectā



z v, ſuperabit differētia y v æquali ſinui recto arcus g r. Eſt autem ipſe arcus g r, æqualis declinationi ſtellæ: æqualesq; arcꝰ æquales ſinus rectos habent, per ea quæ in primo lēmate demōſtrauimus: idcirco ſublata recta z y, ab recta z v, quarto termino, quoties ea minor inuenta fuerit, recta y v, æqualis ſinui recto declinatio-

clinationis ſtellæ nota relinquetur:& declinatio deniq; per tabulā ſinus recti innoteſcet. Neceſſe eſt autē huiuſmodi declinationē Auſtralem eſſe. Nā recta z v, quartus proportionis terminus non poſſet ſuperare rectā z y, ſinū rectū arcus z g, niſi circulus æquidiſtans æquatori p ſtellā ductus colurū ſecaret infra g h. Porro latitudine exiſtēte Auſtrali in eiſdē figurationib' propoſitū aſſequemur. Sed ponemus pūctū b, eſſe polū eclipticæ Auſtralē: f, vero polū mūdi Antarcticum: longitudoq; ſtellæ cōputabitur ab initio Capricorni, ſecundum ſignorum conſequentiam, aut contra: & inuenta declinatio oppoſitam denominationē habebit priori.

Aliter quoque queadmodum propoſuimus ſtellarum declinationes, earū longitudines atq; rectæ aſcenſiones inueniri poſſunt: idq; via parum à prima diuerſa. Nam ſi latitudo ſeptentrionalis fuerit, tres primi proportionis termini minime variabūtur, quartus etiā intactus ſeruabitur, propterea quod vn' ideq; arcus cōplemētū latitudinis ſtellę nūcupabitur, & diſtātia eius à polo eclipticæ ſeptētrionali. Quare quū ita acciderit, vna eadēq; demōſtratio fiet. Sed ſi latitudo auſtralis fuerit minorq; arcu maximæ declinationis, in eiſdē figurationib' propoſitū demōſtrabitur: dūmodo in eis intelligatur circulum æquidiſtantem eclipticę per cōceptā ſtellā venientem, ſecare colurū inter a, & g, pūcta. At vero habeat propoſita ſtella latitudinem auſtralē, æqualēque arcui maximæ declinationis. Ponemus rurſum punctū b, eſſe polū eclipticæ ſeptentrionalē, a c, ſectionē eclipticę at q h, æquatoris ſectionem: a, initiū Cancri: c. finē Sagittarij: ſectio circuli æquidiſtantis eclipticæ per ſtellam venientis eſto q k: recta autē o g, ſectio æquidiſtantis æquatori qui per eam quoq; ducitur: extēdatur præterea hęc ad partem o, & in eam à puncto q perpendicularis deducatur q z, vt in ſexta figuratione. Igitur q z, erit quart' proportionis terminus æqualiſq; ſinui recto arcus q o declinatiōis nēpe auſtralis propoſitæ ſtellæ: quod p 34.



propōnem primi facile oſtēdi poterit, deducta prius perpēdiculari à pūcto o, in q h. Denique ponamus conceptā ſtellā latitudinē auſtralē habere, maiorē arcu maximæ declinationis: ſectio circuli æquidiſtantis eclipticæ per eam venientis eſto r p: ſectio æquidiſtātis æquatori per eam quoque venientis, ſit o g: in quā à pūcto r, perpendicularis deducatur r t: ipſa deinde perpēdicularis deducta extendatur, donec occurrat rectæ q h, ſuper s, puncto. Igitur r t, erit quartus proportionis terminus: arcus vero q r, exceſſus quo ſtellæ latitudo arcū a q, maximæ declinationis ſuperat: recta r s, eius ſinus rect': totaq; ipſa s t, ex his duabus rectis lineis cōſtās æqualis eſt ſinui recto arcus o q, declinationis ſtellæ, vt iterū per 34. propoſitionem primi demōſtrari poterit. Quapropter quarto portionis termino cognito, iūgemus eū ſinui recto differentiæ latitudinis ſtellæ & maximæ declinationis eclipticæ: numerus enim conflatus ſinus rectus erit quæſitæ declinationis: & ipſa igitur declinatio per tabulam ſinus recti innoteſcet.

Cæterum ſi propoſita ſtella latitudine caruerit, multò facilius eius declinationē ſupputabimus. Secunda enim propoſitione demōſtratū habetur, quod ſicut ſinus totus ad ſinū rectū maximæ declinationis eclipticę, ſic rectus ſinus arcus diſtantiæ ſtellæ latitudine carentis à ſectione vernali aut autūnali, ad ſinū rectū ſuæ declinationis. Igitur p cōmune documētū numerorū proportionaliū ex cognita ſtellæ diſtātia, ei' declinationē, & viciſſim ex declinatiōe diſtātiā qua ab alterutra ſectiōe abeſt eliciem'.

Per latitudinem quoque & declinationem ſtellæ, eius longitudinē ab initio Cancri ſecundum ſignorum conſequentiā aut contra facile ſupputabim'. Nā latitudine exiſtēte ſeptētrionali, ſi eius complementū æquale proponatur arcui maximæ declinationis eclipticæ, vt in prima figuratione, auferemus à ſinu toto ſinum rectū declinationis, & relinquetur quart' proportionis terminus notus. Sed ſi inæquale fuerit q; declinatio borealis vt in ſecūda & tertia, auferem' à ſinu recto cōplemēti differētiæ ipſorū arcuū inæqualiū ſinum rectū ipſius declinationis borealis propoſitæ, & relinquetur quartus terminus notus. At vero ſi rurſum inæquale, & declinatio auſtralis proponatur vt in quīta, adijciemus ſinui recto complementi prædictæ differentiæ ſinum rectum propoſitæ declinationis auſtralis: & conflabitur quartus terminus notusq;. Demū ſi inæquale & ſtella declina-

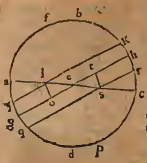
clinatione caruerit vt in quarta, ipſe quartus terminus erit ſinus rectus cōplementi prædictæ differentiæ. Quū igitur quartus termin⁹ quolibet horū modorū notus euaſerit, multiplicabimus eū in primum, & productū diuidemus per ſecundū & prodibit tertius terminus notus, videlicet ſinus verſus longitudinis ſtellæ ab initio Cancri ſecundū ſignorum conſequentiam aut contra, igitur eius arcus per tabulam ſinus innoteſcet. Et conſimili prorſus modo ſi latitudo Auſtralis extiterit, quartus propoſitionis terminus inueſtigabitur: eumq; in primum perducendo & productum per ſecundum diuidendo, prodibit tertius terminus, nempe ſinus verſus lōgitudinis ſtellæ ab initio Capricorni ſupputatæ ſecundum ſignorum ſucceſsionem aut contra; per tabulam igitur ſinuum arcus ipſe longitudinis notus euadet.

Correlarium.

Et quoniā quotidie per ſolis radiū meridianum altitudo poli ſupra horizontē deprehendi poteſt. & per eius cognitionē nocturno tempore ſtellarum declinationes indagari poſſunt, vt quinta propoſitio docuit, earumque latitudines haud quaquam variantur. Hinc manifeſtum eſt quonam modo veræ ſtellarum longitudines quauis nocte inueniri debeant.

RVrſum per declinationē & latitudinē ſtellæ cognitā, rectam eius aſcenſionē in eiſdē figurationibus inueſtigabimus, nominibus tantū permutatis: b, punctū intelligemus polū mūdi Arcticū: f, polum Eclipticæ proximū: a c, ſectionē æquatoris: g h, ſectionē Eclipticæ: rectā f i, primæ figurationis, ſectionem circuli ducti per centrū corporis ſtellæ æquatoriq; æquidiſtantis: ſed K l, ſectionem circuli æquidiſtantis eclipticæ, per centrū quoq; ſtellæ venientis: & cōſimili modo in cæteris figurationibus. Quoties igitur declinatione boreali exiſtente, eius cōplementū æquale proponatur maximæ declinationi eclipticæ vt in prima, auferemus à ſinu toto ſinū rectū latitudinis ſtellæ, nēpe rectā e n, & relinquetur quart⁹ terminus notuſq;. Sed ſi inæquale, & non ſolum declinatio borealis fuerit, verūetiam latitudo vt in ſecunda & tertia, auferemus à ſinu recto complemēti differentiæ maximæ declinationis & complemēti declinationis ſtellæ, ſinū rectū latitudinis, rectā videlicet p q, & relinquetur quartus terminus notus. At vero ſi rurſus inæquale, & latitudo proponatur auſtralis vt in quinta, adijciemus ſinui recto cōplementi prædictæ differentiæ rectam y v, ſinū rectū propoſitæ latitudinis & colligetur quartus proportionis terminus notus. Demū ſi inæquale & propoſita ſtella latitudine caruerit vt in quarta, ipſe ſinus rectus complementi prædictæ differentiæ erit quart⁹ terminus. Quum igitur quartus proportionis terminus quolibet horū modorū notus euaſerit, multiplicabimus eū in quadratū ſinus toti⁹ primū proportionis terminū, productū diuidemus per eū numerū qui fit ex ductu ſinuū rectorū maximæ declinationis eclipticæ & cōplemēti declinationis ſtellæ, qui quidē ſecūd⁹ proportionis terminus ſtatuitur, & prodibit ex ea partitione tertius proportionis terminus not⁹, ſinus verſus videlicet aſcēſionis rectæ ab æquatoris pūcto initio Capricorni cooriente inchoatæ: igitur per tabulā ſinuū, aſcēſionis arc⁹ innoteſcet. Cōputabitur autē huiuſmodi arcus ſecundū motū diurnū ſi ſtella ipſa in eis ſignis quæ à principio cācri in finē Sagittarij deſcendūt, poſita fuerit: ſed cōtra ſi in ſignis aſcēdētibus. Simili proceſſu ſi declinatio ſtellæ auſtralis proponatur aſcēſionē rectā inueſtigabimus: ſed ea ſumet initiū a pūcto æquatoris principio cācri coorientis: cōputabiturq; ſecūdū motū diurnū ſi ſtella ipſa reperta fuerit in ſignis ſemicirculi aſcēdētis: cōtra vero ſi in reliquis ſignis ſemicirculi deſcēdētis. Cæterū ſi propoſita ſtella declinatione caruerit, vt in ſeptima figuratione, aſcēſionē eius rectā inueſtigabim⁹ per latitudinē, quēadmodū per ſecūdā propoſitionē ex ſola declinatione, arcū eclipticę elicim⁹ inter ſtellam latitudine carentem & alterutram ſectionem aut vernalem aut autūnalē, conuerſis tantum nominibus. Erunt enim b, & d, poli æquatoris: f, & p, eclipticæ poli, recta a c, ſectio ęquatoris: reliqua g h, eclipticæ ſectio: y k, aut q r, ſectio æquidiſtātis eclipticæ p cōceptā ſtellā ducti. Erit itaq; l o, aut s t, æqualis ſinui recto latitudinis ſtellæ: e l, aut e s, æqualis ſinui recto arc⁹ rectæ aſcēſionis. Liquet aūt ex ſecūda propoſitione quod ſicut ſin⁹ tot⁹ ad ſinū rectū maximę declinationis, ita e l, ad l o. Quapropter p

commune



commune documẽtũ numerorũ proportionalium ex primo ſecũdo & quarto termino cognitis, terti⁹ innoteſcet: & arc⁹ ipſe aſcẽſionis rectę per tabulã ſinuũ cognit⁹ quoq;. Cõputabitur autem huiuſmodi arcus à proxima æquatoris & eclipticæ ſectione. Hæc præterea ſeptima figuratio accommodari poterit ad rectam aſcenſionem ſtellæ latitudine carentis inueſtigandam, quod per quartã præcedentem figurationem ſub maioribus numeris ſupputare docuimus. Eſto enim a b c d, circulus æquinoctialis: diamerer g h, ſectio Coluri per puncta tropica venientis: recta y K, ſectio circuli cuiuſdam ipſi Coluro æquidiſtantis, qui per ſtellam ducitur: recta a c, ſectio circuli declinationis ipſius conceptæ ſtellæ. Igitur per ea quæ in primo lemmate demonſtrauimus, arcus y g, æqualis erit arcui Eclipticæ inter ſtellam & punctum tropicum: perpendicularis vero l o, æqualis ſinui recto eiuſdẽ arcus: deinde recta e l, æqualis ſinui recto complemẽti declinationis propoſitæ ſtellæ: ſiquidem declinationis circulus colurum & ei æquidiſtantem ſecat: ſunt autem huiuſmodi communes ſectiones rectæ quædam lineæ ad planũ æquatoris perpẽdiculares, ſuper punctis e, l, quarum vna terminatur ad mundi polum, altera ad conceptam ſtellam: porro arcus a g, eſt aſcenſio recta ipſius ſtellæ à puncto æquatoris proximo puncto tropico contermino ſupputata, ad motum mundi aut contra. Quoniam vero in triangulo e l o, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum arcus anguli l e o, ita recta e l, ad rectam l o: per lemma ſextæ appendicis: ipſe autem angulus l e o, arcui a g, ſubtenditur: erit idcirco ſicut ſinus totius ratio ad ſinum rectæ aſcẽſionis ſtellæ, ita ratio ſinus recti complemẽti declinationis eiuſdem ſtellæ ad ſinum rectum arcus eclipticæ quo eadẽ à puncto tropico abeſt. Quapropter multiplicabimus quartũ terminum in primũ additione ſola quinque ziphrarũ: productũ diuidemus per tertiũ, nẽpe ſinũ rectũ cõplementi declinationis: & numerus proueniens ſinus rectus erit arcus a g, aſcenſionis videlicet ſtellæ. Propterea per tabulam ſinuum aſcenſio ipſa cognita fiet.

Reliqua quoque pars huius ſexta propoſitionis quæ longitudines refert ſemper ad caput Cancri, huiuſmodi inquiſitioni rectæ aſcenſionis accommodari poteſt, nominibus etiam commutatis.

SEd horũ omniũ quæ demõſtratione ſtabilita ſunt, nonnulla ſubiungemus exẽpla. Supponamus Spicam virginis locũ habere in decimo octauo minuto primo decimi ſeptimi gradus libræ: duos etiã gradus latitudinis auſtralis: oportteatque eius declinationem inuenire. Sinus rectus graduum 88. quos habet complementum latitudinis, partes continet 99939. qualium ſinus totus habet 100000. Sinus vero rectus maximæ declinationis eclipticæ partes habet 39874: horum duorum numerorũ ductus 3984967686. nempe ſecũdus memoratę proportionis terminus: arc⁹ lõgitudinis ab initio Capricorni ſupputatus cõtra ſignorũ ſucceſsionẽ gradus cõtinet 73. minuta prima 42. eius ſin⁹ verſus 71934 tertius terminus, Igitur multiplicabimus hunc tertiũ terminũ in ſecũdũ, & ſiẽt ex ipſa multiplicatione 28665466552472 4. hũc numerum diuidemus per quadratũ ſinus totius primum terminum, ſola abiectione decẽ vltimarũ figurarũ: & prouenient ex ea partitione 28665. & vnius partis fere dimidium, quartus ſcilicet proportionis terminus. Quoniã vero differẽtia maximæ declinatiõis eclipticæ & cõplemẽti latitudinis predictæ ſtellæ grad⁹ habet 64. & $\frac{1}{2}$ huius differẽtiæ cõplemẽtũ gradus cõtinebit 25. & $\frac{1}{2}$, cuiusquidẽ ſinus rectus 43051. Et quia quart⁹ proportiõis termin⁹ 28665. minor eſt quã 43051. ſinus rectus cõplemẽti prædictæ differẽtiæ, latitudoq; propoſitæ ſtellæ auſtralis exiſtit: eius quoq; declinatio auſtralis erit: auferem⁹ itaq; vnũ numerũ ab altero, & relinquẽtur 14386. quẽ deniq; numerũ ſinũ rectũ eſſe

quæſitæ declinationis neceſſe eſt, iuxta ſecundæ figurationis demonſtrationem. huic reſpondent in tabula ſinuum rectorum, gradus octo & minuta prima 16. quos habebit auſtralis declinatio Spicæ virginis.

Præterea ſupponamus ſtellam luminoſiorē lancis ſeptentrionalis Libræ gradus octo habere, minuta vero prima 30. latitudinis ſeptētrionalis autē gradus ſeptē, minuta 18 declinationis auſtralis: oporteatq; eius verū locū indagare. Igitur cōplemētū latitudinis gradus habet 81. minuta 30. eius ſinus rectus partes ſemidiametri cōtinet 98901. ſinus rectus maximę declinationis eclipticæ 398 4: horū duorū numerorū ductus 394257847 4. ſecū dus proportionis terminus. Differētia maximę declinationis & cōplemēti latitudinis gradus habet 58: huius differētię cōplemētū gradus 32: eius ſinus rectus partiū erit 52991. Et quonia latitudo eſt borealis, declinatio vero auſtralis vt in quinta figuratione adijciemus ipſis 52991. ſinū rectū declinationis propoſitæ ſtellæ partes videlicet 12706 & cōſtabitur quartus proportiōis termin[9] 65697: hunc multiplicabimus in quadratum ſinus totius primum proportionis terminum, & fient 65697000000000. hic deniq; numerus diuidetur per ſecundum terminum, & prodibit ex ea partitione tertius, nempe 16666.0. ſinus verſus longitudinis ſtellæ ab initio Cācri inchoatæ: porro huic numero reſpondet in tabula ſinuū, arcus graduū 131. primorūq; minutorū 48 quibuſdā ſecūdis minutis additis. Igitur propoſita ſtella collocabitur iuxta premiſſas hipotheſes intra minutū quadrageſimū nonū, duodecimi gradus ſigni Scorpij. Eius autē aſcēſionē rectā hoc modo ſupputabimus: cōplemētū declinationis gradus habet 82. minuta prima 42: huius arcus ſinus rect[9] partes 99189. porro hūc numerum multiplicabimus in 3987 4. ſinum rectū maximę declinationis eclipticæ, & fiet 3955062186 nempe ſecundus proportionis terminus. Deinde a gradibus 82. minutis primis 42. cōplemēti declinatiōis propoſitę ſtellæ auferemus gradus 23. minuta prima 30. maximæ declinationis, & relinquentur gradus 59. minuta prima 12. differētiæ. hui[9] præterea differētiæ cōplementū gradus cōtinebit 30. minuta prima 48. quorū ſinus rectus partes habet 51204. cui quidē numero adijciemus 14780. ſinū rectū latitudinis ſtellæ, iuxta demōſtrationē quintæ figurationis, quia declinatio borealis extitit & latitudo auſtralis: & cōſtabitur ex eis numerus partiū 65984. videlicet quartus proportionis terminus: hunc denique multiplicabimus in quadratū ſinus totius primum terminum, & fiet numerus partium 659840000000000. Eum igitur diuidemus per ſecundū terminū, & prodibūt ex huiuſmodi partitione 16683 4. nēpe ſinus verſus aſcenſionis rectæ propoſitæ ſtellæ à puncto conterminο initio Cancri inchoatæ. Eius autem arcum elicimus ex tabula ſinuū gradus æquatoris habere 131. minuta prima 56: quibus ſi addiderimus 90. gradus, aſcenſionem videlicet rectam primi quadrantis eclipticæ, conſtabitur tandē aſcenſio recta ab initio Arietis inchoata graduum 221. primorum minutorum 56. quam ipſa luminoſior ſtella lācis ſeptentrionalis Libræ habet.

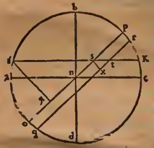
Et per reliquam quoque partem propoſitionis quæ longitudines ſēper refert ad caput Cācri, haud lōgiore ſyllogiſmo declinationes ſupputari poſſunt, hoc videlicet modo. Habeat Canis maior gradus 39. minuta prima 10. latitudinis auſtralis: lōgitudinis vero ab initio Cancri gradus 7. minuta 18: oporteatq; eius declinationem metiri. Igitur cōplementū latitudinis gradus habebit 50. minuta 50: huius arc[9] ſinus rectus partes habet 7553 1: hunc numerū multiplicabimus in 39874. ſinū rectum maximæ declinationis, fietq; 3011723094. nempe ſecundus proportionis terminus. hunc præterea perducemus in 811. ſinum verſum graduū 7. minutorum 18. quos habet diſtantia propoſitæ ſtellæ à capite Cancri, tertiū videlicet proportionis terminū; numerūq; productū 2442507429234. per quadratū ſinus totius primū terminū diuidemus, decē vltimas figuras abijciēdo, & prouenient ex huiuſmodi partitione partes ſemidiametri 244. At quoniā latitudo ipſius ſtellæ ad auſtrū ſubijcitur, maiorq; quā ſit arcus maximæ declinationis eclipticæ gradibus 15. minutis 40. horū graduū & minutorū ſinum rectum 27004 cum 244. quarto termino in vnā ſummam colligemus fientq; 27248: huic numero reſpondent in tabula ſinus recti gradus 15. minuta 49. quos neceſſe eſt habere Canis maioris declinationē iuxta præmiſſas hipotheſes. Nos enim ſtellarum loca quibus in his exemplis vſi ſumus, ex vulgata ephemeride accepim[9], perinde ac vera eſſent: & ſinnn dubitemus fixa ipſa ſydera longius progreſſa eſſe, quām Alfonſi nus Abacus demonſtret: in qua quidem re Albategnij opinionem, ſicuti multis obſeruationibus deprehendimus, quam proxime ad veri-

tatem accedere putamus. Sed de his aliâs:

Propoſitio. VII.

Dierum ac noctium, & Crepuſculorũ magnitudines, in quouis Horizonte obliquo breuiſsimo calculo computare.

DIerum ac noctium & crepuſculorum lõgitudines, multis modis inueſtigari poſſunt: attamen is nobis perplacet, quem in iſtis figurationibus excogitauimus, quia cæteris facilior, veramq; rei ipſius imaginem refert. Igitur ſinũ rectũ altitudinis meridianæ ſolis quã ex declinatione eius & altitudine poli eliciemus, in ſinum totũ multiplicabimus: productũ numerũ diuidemus per ſinũ rectũ cõplemẽti altitudinis poli, & prodibit ex ea diuiſione numerus quidã, quẽ perducemus in ſinũ totũ, productũ vero diuidemus per ſinũ rectum cõplemẽti declinationis puncti eclipticæ dati, & prodibit ex ea partitione ſinus verſus arcus ſemidiurni. Igitur arcus ipſe ſemidiurnus per tabulã ſinuũ innoteſcet: hũc auferemꝰ à duodecim horarũ ſpatio, & relinquetur nota magnitudo ſeminocturni. Porro crepuſculi longitudinem ita ſupputabimus. ſinum rectum graduum decem & octo perducemus in ſinum totum, productum numerum diuidemus per ſinum rectum complementi altitudinis poli eiuſdem horizontis obliqui, & cũ numerũ qui ex huiuſmodi partitione prouenerit adijciemus illi numero qui ex prima partitione prodijt, cõpoſitũ autẽ ex eis perducemus in ſinum totum, productũ denique diuidemus per ſinum rectum complemẽti declinationis propoſiti puncti eclipticæ, & prodibit ex ea partitione ſinus verſus cuiuſdã arcus, qui longitudinem arcus ſemidiurni complectitur ſimul cum crepuſculo: igitur totus huiuſmodi arcus innoteſcet. Quapropter auferemus ab hoc magnitudinẽ arcus ſemidiurni, vt longitudo crepuſculi nota relinquatur. Atque vt hanc operationem per veriſsima euidentiſſimaq; mathematicæ artis principia demõſtremus, 'extræ appendicis figuratio reſumatur, in qua circulus a b c d. circa centrum n, deſcriptus meridianus exiſtit: recta a c, communis ſectio æquinoctialis & ipſius meridiani: i K, communis ſectio paralleli deſcripti à ſole ad diem: o p, ſectio horizontis obliqui: q r, ſectio circuli ei æquidiſtantis ſub quo ſol illuminare incipit ſuperum hemiſphærium apud initium crepuſculi matutini: puncta s, t, interſectiones rectæ i K, cũ o p, q r, & ex puncto i, ſuper recta linea o p, horizontis ſectione ad rectos angulos recta i R, deducatur: præterea ex pũcto s, ſuper q r, recta s x. Deinde triãgulũ rectãgulũ i R s, cõtẽplabimur,



in quo ſicut ſinꝰ rectus anguli i s R, ad ſinum totũ, ita recta i R, ad rectam i s. At vero ãgulus i s R, notus exiſtit, nempe æqualis angulo altitudinis æquatoris: & recta i R, ſinꝰ rectus altitudinis meridianæ, nota quoque, igitur per commune documentum numerorum proportionalium, recta i s, ſinus verſus arcus ſemidiurni, in partibus ſemidiametri maximi circuli ſphæræ nota fiet: & quoniã in eiſdem partibus dimidium diametri i k, videlicet ſinus rectus complementi declinationis puncti dati, nota eſt: ratio igitur ſemidiametri paralleli puncti dati, ad ſinum verſum arcus ſemidiurni innoteſcet. Propterea ſupponemus huiuſmodi ſemidiametrum partes æquales habere 100000. & per commune documentum numerorum proportionalium recta i s, ſinus verſus arcus ſemidiurni, in eiſdem partibus cognita erit: igitur & arcus ipſe ſemidiurnus notus: hũc auferemus à ſemicirculo, & nota relinquetur magnitudo arcus ſeminocturni. Rurſum triangulum s t x, rectum habet angulum s x t, angulũ vero x t s, angulo altitudinis æquatoris æqualem, notumque: præterea latus s x, ſinum rectũ graduum 18. quibus ſol ab horizonte diſtat notum: igitur ſimillimis argumẽtis prioribus, recta s t, innoteſcet: quare tota i t, nota reddetur, quæ certè ſinus verſus exiſtit arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno, & arcu longitudinis crepuſculi. Quamobrem ab eo arcu auferemus arcum ſemidiurnum notum per priores ſyllogiſmos, & relinquetur nota longitudo crepuſculi, quod demonſtraſſe oportuit.

Propoſitio. VIII.

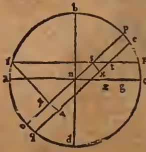
Sicut ſinus rectus complementi declinationis pũcti dati, ad ſinũ rectũ altitudinis meridianæ, ita quadratum ſinus totius ad id quod ſub ſinu recto altitudinis æquatoris & ſinu verſo arcus ſemidiurni continetur rectangulum.

Præterea ſicut ſinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad ſinum rectum altitudinis meridianæ, ſimul cum ſinu recto eius arcus quo ſol ab horizonte diſtat apud initium crepuſculi matutini, ita quadratum ſinus totius ad id quod ſub ſinu recto altitudinis æquatoris, & ſinu verſo arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno & arcu longitudinis crepuſculi rectangulum continetur.

Aliter. Sicut quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinu recto altitudinis æquatoris & ſinu recto complementi declinationis puncti dati, ita ſinus verſus arcus ſemidiurni, ad ſinum rectum altitudinis meridianæ.

Item. Sicut quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinu recto altitudinis æquatoris, & ſinu etiam recto cõplementi declinationis puncti dati, ita ſinus verſus arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno & arcu crepuſculi, ad rectam quandam lineam compoſitam ex duobus ſinibus rectis, quorum vnus eſt altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo ſol ab horizonte diſtat in initio crepuſculi matutini.

REpetatur enim præcedentis propoſitionts ſchema. Et quoniam recta i s, ſinus verſus eſt arcus ſemidiurni in dato parallelo, eſto in recta a c, æquatoris diametro, recta a z, ſinus verſus ei proportionalis. Proinde quemadmodũ ſuperius demõſtrauimus, ſicut i s, ad i R, ita ſin⁹ totus ad ſinum rectũ altitudinis æquatoris:



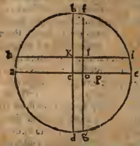
& ſicut dimidiũ diametri i k, ad rectam i s, ita ſemidiameter æquatoris, hoc eſt ipſe ſinus totus ad rectam a z, ſinum verſum arcus ſemidiurni, per lemma appendicis quintæ. Quare ea ratio quam habet dimidiũ diametri i K, ad i R, ex duabus rationibus compoſita erit, quarum vna eadem eſt ei rationi, quam habet ſinus totus ad ſinum rectum altitudinis æquatoris, altera vero eadem ei, quam idem ipſe ſinus totus ad ſinum verſum arcus ſemidiurni habet. Atqui ex eiſdem duabus rationibus conficitur ratio quadrati ſinus totius, ad rectangulum contentum ſub ſinu recto altitudinis æquatoris, & ſinu verſo arcus ſemidiurni, per 23. propoſitionem ſexti libri Euc. igitur ſicut dimidium diametri i K, ſinus videlicet rectus complementi declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam i R, ſinum rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum ſinus totius ad id rectangulum quod ſub ſinu recto altitudinis æquatoris, & ſinu verſo arcus ſemidiurni continetur: quod demonſtraſſe oportuit. Itaque quoties metiri libuerit, iuxta præſens documentum longitudinem arcus ſemidiurni, per tabulam ſubijcientem ſinum totum partium æqualium 100000. adijciemus ſinui recto altitudinis meridianæ concepti puncti, ziphras decem, numerum productum diuidemus per ſinum rectum complementi declinationis eiuſdem puncti. Deinde numerum qui eà partitione prodierit, diuidemus per ſinum rectum altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex hàc ſecunda partitione prouene-

prouenerit,ſinus verſus erit arcus ſemidiurni concepti pũcti,pro data eleuatione polari: per tabulam denique ſinuum,arcus ipſe ſemidiurnus notus habebitur.

Sed vt ſecundum demonſtremus, producatur recta linea i R,vſque ad punctum v,in recta linea q r. Et qnoniam recta linea i t,ſinus verſus eſt arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi in dato parallelo, eſto in diametro æquatoris recta a g, ſinus verſus arcus ei proportionalis in ipſo æquatore. Erit igitur ſicut i t,ad i v,ita ſinus totus ad ſinum rectum arcus anguli altitudinis æquatoris. Præterea ſicut dimidium diametri i k,nempe ſinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam i t,ita a n,ſinus totus,ad rectam a g, ſinum verſum arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi. Quapropter ratio ſinus recti cõplementi declinationis puncti dati,ad rectam i v, quę quidem ex i R,ſinu recto altitudinis meridianæ conſtat,& ex R v,ſinu recto arcus diſtãtiæ ſolis ab horizonte apud initium crepuſculi matutini,ex duabus rationibus componi intelligetur: quarum vna eadem eſt ei quam habet ſinus totus ad ſinum rectũ altitudinis æquatoris: altera vero eadem ei quam ipſe ſinus totus habet ad ſinum verſum arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi. Atqui ex his duabus rationibus conficitur ratio quadrati ſinus totius,ad rectangulum contentum ſub ſinu recto altitudinis æquatoris.& ſinu verſo arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi per 23.propoſitionem ſexti Euc. igitur ſicut ſinus rectus complementi declinationis puncti dati,ad rectam compoſitam ex ſinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus diſtantiæ ſolis ab horizonte apud initium crepuſculi matutini,ita quadratum ſinus totius ad id quod ſub ſinu recto altitudinis æquatoris,& ſinu verſo arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi rectangulum continetur: quod ſecundo demonſtraſſe oportuit. Proinde ad menſurandũ longitudinem crepuſculi,ſinus rectos altitudinis meridianæ & arcus diſtantiæ ſolis ab horizonte,in vnum colligemus: numero ex eis cõpoſito decem ziphras adijciemus,conflatũque numerum per ſinum rectum complementi declinationis puncti dati diuidemus, & numerũ qui ex huiuſmodi partitione prouenerit.per ſinum rectum altitudinis æquatoris diuidemus: numerus enim qui ex hac ſecunda partitione prodierit,ſinus verſus erit arcus compoſiti ex ſemidiurno & arcu crepuſculi. Ipſe vero integer arcus longitudinem temporis complectitur,ab initio crepuſculi matutini ad meridiem vſque,idcirco auferemus ab eo ſpatium temporis ſemidiurni,& relinquetur nota crepuſculi intercapedo.

Reliquorum vero duorum documentorum demonſtrationes in hũc modũ fient. Eſt enim ſicut ſinus totus ad ſinum rectum altitudinis æquatoris,ita recta i s,ad rectam i R, ſinum rectũ altitudinis meridianæ: præterea ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi declinationis puncti dati,ita ſinus verſus arcus ſemidiurni,ad rectam i s. Ratio itaque ſinus verſi arcus ſemidiurni ad ſinum rectum altitudinis meridianæ,ex eiſdem rationibus compoſita intelligetur,quas quidem habet ſinus totus & ad ſinum rectum altitudinis æquatoris, & ad ſinũ rectum complementi declinationis propoſiti puncti. Hæ autem eam conficiunt rationem, quam quadratũ ſinus totius habet, ad id quod ſub ſinibus rectis altitudinis æquatoris & complementi declinationis rectangulum continetur: igitur ſicut ſinus verſus arcus ſemidiurni ad ſinũ rectum altitudinis meridianæ,ita quadratum ſinus totius ad rectangulum contentũ ſub ſinibus rectis altitudinis æquatoris,& complementi declinationis propoſiti puncti,quod demonſtraſſe oportuit. Proinde lodgitudinem arcus ſemidiurni propoſiti pũcti in quouis horizonte,iuxta hanc demonſtrationem,hoc modo inueniemus: ſinui recto altitudinis meridianæ adijciemus ziphras decem: conflatum numerũ diuidemus per eũ qui fit,ex ductu ſinus recti altitudinis æquatoris,in ſinum rectum cõplementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prouenerit, ſinus verſus erit arcus ſemidiurni concepti puncti in dato horizonte.

Præterea quoniam manifeſtum eſt ex ſuperioribus demonſtrationibus, quod ſicut ſinus totus ad ſinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i t,ad rectam i v,conflatam ex ſinibus rectis altitudinis meridianæ puncti dati,& arcus diſtantiæ ſolis ab horizonte apud initium crepuſculi matutini: item ſicut ſinus totus ad dimidium diametri i k,ſinum videlicet rectũ complementi declinationis propoſiti puncti, ita a g,ſinus verſus arcus compoſiti ex ſemidiurno & crepuſculino, ad rectam i t. Igitur ratio quadrati ſinus totius ad rectangulum contẽtum ſub ſinibus rectis altitudinis æquatoris &



zonti rec to, qui initiũ crepuſculi matutini, aut veſpertini finem diſſinit: h, i, ſit ſectio paralleli deſcripti à ſole, extra æquinoctialem conſtituto: huius autem rectæ lineæ & rectarũ b d, f g, interſectiones, ſint puncta k, l, rectarũ vero a c, f g, interſectio dicatur o. Manifeſtum eſt cum ſol puncta æquinoctialia ingreſſus fuerit, motuque diurno æquatorem circulum deſcripſerit, quod vnus idemq; arcus erit diſtantia eius ab horizonte recto in verticali circulo, & ipſi⁹ æquatoris arc⁹ qui crepuſculi lõgitudinẽ diſſinit: eritq; recta c o, æqualis ſinui recto huiuſmodi arcus. Sed eſto iam ſol extra æquatorẽ, eũq; parallelũ deſcribat, cuius diameter h i. Igitur recta K l, æqualis erit ſinui recto arcus b ſ, æqualis quoque ſinui recto arc⁹ longitudinis crepuſculi, in deſcripto parallelo per 34. propoſitionem primi libri. Eſto itaque recta e p, ſinus rectus proportionalis arcus in æquinoctiali circulo: igitur ſicut h K, ſemidiameter concepti paralleli ad ſinũ rectũ arcus crepuſculini in eodẽ ipſo parallelo, ita a e, ſemidiameter æquatoris ad e p, ſinum rectum arcus longitudinis crepuſculi ei proportionalis. Idcirco ſicut h K. ad ſinũ rectũ arc⁹ b f, ita a e, ad e p, per ſeptimã propõnẽ quinti: atqui p ea quæ oſtẽſa ſunt in primo lẽmate b f, & diſtãtia ſolis ab horizõte recto apud initiũ crepuſculi, æquales arcus ſunt, æqualesq; ſinus habẽt: propterea ſicut a e, ſin⁹ tot⁹ ad e p, ſinũ rectũ magnitudinis crepuſculi, ita h K, ſemidiameter cõcepti paralleli, nẽpe ſinus rectus cõplemẽti declinationis ipſi⁹ ſolis, ad ſinũ rectũ ei⁹ arc⁹, quo ipſe ſol abeſt ab horizõte recto, apud initiũ matutini crepuſculi, aut veſpertini finẽ, per eandẽ ſeptimã propoſitionẽ quinti. Quare perducemus in ſinũ totum ſinũ rectũ arcus diſtantiæ ſolis ab horizõte: productũ diuidemus per ſinũ rectum cõplementi declinationis cõcepti puncti: numerus enĩ q ex huiuſmodi partitione prodierit, ſin⁹ rect⁹ erit arc⁹ lõgitudinis crepuſculi: igitur & arc⁹ cui reſpõdet p tabulã ſin⁹ recti inoteſcet.

Propoſitio. XI.

Arcum ſtellæ ſemidiurnũ & eius diſtantiã à meridiano inuenire. Sinus enim rectus altitudinis meridianæ cuiuſuis ſtellæ eandẽ habet rationẽ ad ſinũ rectũ altitudinis eius tẽpore obſeruationis, quã ſinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdẽ ſtellæ ad exceſſum quo ipſe ſuperat ſinũ verſum diſtantiæ à meridiano.

Aliter. Sicut ſinus verſus arcus ſtellæ ſemidiurni ad ſinũ verſũ arcus diſtãtiæ euiſdẽ à meridiano, ita ſinus rectus altitudinis meridianæ ad exceſſũ quo ipſe ſuperat ſinum rectum altitudinis quam ſtella ipſa habet tempore obſeruationis.

CIrculus a b c d, circa centrũ e, deſcriptus eſto meridianus. Diameter a c, ſectio æquatoris: recta h y. ſectio paralleli deſcripti à concepta ſtella: recta f g, ſectio horizontis obliqui, in quo ipſa concepta ſtella ortũ habet atq; occaſũ: recta denique k l, ſectio circuli cuiuſdã horizõti æquidiſtantis, q pe ãdẽ ſtellã tempore obſeruationis deſcribi intelligitur: pũcta autẽ in quibus recta h y; rectas f g. K l, ſecat, ſint m n. Manifeſtũ eſt ex 19. propõne primi libri The. & 11. Eu. rectas lineas cõmunes ſectiones, in quib⁹ planũ cõcepti paralleli horizõtẽ & ei æquidiſtãtẽ ſecat, ſuper pũctis m, n. plano deſcripti meridiani ad rectos ãgulos eſſe. Igitur rectos ãgulos faciẽt p ſecũdã diffinitionẽ ũdecimi cũ recta h y, quã ex



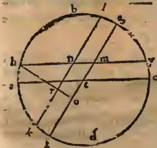
prædicta 19. cōſtat deſcripti paralleli diametrū eſſe. Quapropter ea quę ſuper m, ad pūctū exortiuū terminabitur, & ad occiduum ex altera parte. Itaque per ea quæ in primo lēmate demōſtrauimus, vtraq; eius portio ſinus rect⁹ erit tam arc⁹ ſtellæ ſemidiurni, quā ſeminocturni: alterius vero ſectionis cōis portio pūcto n, & obſeruatæ ſtellæ interiacēs, arc⁹ vtriuſq; diſtātię á meridiano ſin⁹ rectus erit in deſcripto parallelo. Proinde ſupponemus b, polū mūdi eſſe ſemper apparentē: ſietq; recta h m, ſinus verſus arcus ſemidiurni, & m y, reliqua pars diametri, ſinus verſus arc⁹ ſeminocturni cōceptæ ſtellæ: recta vero h n, ſinus verſus arc⁹ diſtantiæ ab h, pūcto meridiei: at n m, differētia ſinuū verſorū arcus ſemidiurni & arcus diſtātiæ eiuſdē ſtellę à pūcto meridiei. Deducatur autē ab ipſo h. pūcto in recta f g, ad rectos āgulos recta linea k o, ſecās h l, in t, pūcto. Igitur ipſa k o, ſinus rect⁹ erit arcus h f, altitudinis meridianæ: recta porro o r, æqualis ſinui recto arcus l k, qui æqualis exiſtit altitudini ſtellæ ſupra horizōtē tēpore obſeruationis. Deinde triangulū contēplabimur h o m, cuius quidē latera h o, h m, recta n r, baſi parallela, in pūctis n, r, ſecat. Quapropter p ſecūdā propoſitionē ſexti & cōpoſitā proportionē, ſicut k o, ſinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad o r, ſinū rectū altitudinis ſtellæ tēpore obſeruationis, ita h m, ſinus verſus arcus ſemidiurni ad n m, differētiā ipſius h m, & h n, ſinus verſi arcus diſtantiæ ſtellæ â pūcto meridiei. Horū quatuor tria nota ſunt, ſinus videlicet rect⁹ altitudinis meridianæ nā eius arcus ex notitia eleuationis æquatoris ſupra horizontē, & declinationis ſtellæ ilico innoteſcit: ſinus etiā rectus altitudinis ſtellæ tempore obſeruationis notus ſupponitur: item ſinus verſus arcus ſemidiurni ſtellæ, eo modo quo in ſeptima aut octaua propoſitione vſi ſumus cognoſcetur: igitur per cōmune documentū numerorū proportionalium, differentia ipſa n m, cognita reddetur. Hāc vero a ſinu verſo arcus ſemidiurni auferemus: & recta h n, ſinus verſus arcus diſtantiæ ſtellæ a meridiei pūcto nota relinquetur: & arcus ipſe per tabula ſinuū denique notus fiet, quod inueſtigandum propoſuimus. Ruſum cō ſimili probatione, aut per quartam ſexti illuceſcet, quod ſicut h m, ſinus verſus arcus ſemidiurni ad h n, ſinum verſum arcus diſtantiæ ſtellæ à meridiano, ita h o, ſinus rectus altitudinis meridianæ ad h r, exceſſum quo ipſa h o, ſuperat rectam o r, ſinum rectum altitudinis ſtellæ tempore obſeruationis. Nihil autē intereſt an o r, in demonſtratione aſſumatur eadē ſinui recto altitudinis ſtellæ, an æqualis: nam per ſeptimā quinti eadem proportio concluditur. Præterea nihil variabitur demonſtratio ſi propoſita ſtella declinatione caruerit: erit enim ſinus verſus arc⁹ ſemidiurni ipſe ſinus totus: exceſſus autem quo ipſe ſuperat ſinū verſum arcus diſtantiæ à meridiano, æqualis erit ſinui recto arcus horarum ab ortu ſtellæ. Igitur ſicut ſinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad ſinum rectū altitudinis ſtellæ tempore obſeruationis: ita ſinus totus ad ſinū rectū arcus horarū ab ortu eiuſdem ſtellæ. In ſphera quoque recta propoſitio vera eſt nam vna eadēque recta linea ſinus rectus erit altitudinis meridianæ, & ſinus verſus arcus ſemidiurni in deſcripto parallelo: reliqua vero quæ differentia exiſtit inter ſinus verſos arcus ſemidiurni, & arcus diſtantiæ ſtellæ à meridiano in eodem parallelo, æqualis eſt ſinui recto altitudinis quā habet tēpore obſeruationis. Quapropter ſicut ſinus rect⁹ altitudinis meridianæ ad ſinum rectum altitudinis ſtellæ tempore obſeruationis: ita ſinus verſus arcus ſemidiurni ad differētiam ipſius & ſinus verſi arcus diſtātiæ à meridiano. Quoniā vero huiuſmodi ſinus verſus arcus ſemidiurni, in deſcripto parallelo ſtellæ ſinus totus eſt, prędicta autē differētia æqualis eſt ſinui recto arcus horarum ab ortu ſtellæ in eodem parallelo: idcirco in ſphæra recta ſemper quemadmodum in ſphæra obliqua, quum propoſita ſtella declinatione caret: nēpe ſicut ſinus rectus altitudinis meridianæ, ad ſinum rectum altitudinis ſtellæ tempore obſeruationis, ita ſinus totus ad ſinum rectum arcus horarum ab ortu eiuſdem ſtellæ.

Propoſitio. XII.

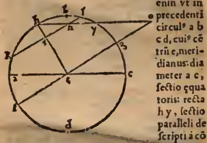
Proportio differentiæ ſinuum rectorum altitudinis meridianæ ſolis aut ſtellæ, & eius quam habet tempore obſeruationis, ad ſinum verſum arcus diſtantiæ à meridiano: eſt ſicut proportio rectanguli contenti ſub ſinibus rectis complementi declinationis eiuſdem ſtellæ & complementi altitudinis poli: ad quadratum ſinus totius.

Repe-

REpetatur præcedens figuratio:& contemplemur triangulum r h n, in quo angulus h r n, rect⁹ eſt per 29, propoſitionẽ primi·angulus autem h n r, æqualis angulo g e c, complementi altitudinis poli per eandem. Igitur per lẽma ſextæ appendicis ſicut h r, ad h n, ita ſinus rectus complemẽti altitudinis poli ad ſinum totum. Atqui ſicut ipſa recta linea h n, ſinus verſus diſtãtiæ ſtellæ à meridiano in deſcripto parallelo, ad ſinum verſum arcus huiuſmodi diſtantiæ proportionalis in æquatore, ita ſemidiameter deſcripti paralleli nempe ſinus rectus cõplemẽti declinationis eiuſ dẽ ſtellę, ad ſemidiametrum æquatoris ſinũ videlicet totum per lẽma quintę. Quapropter per 23 propoſitionem ſexti



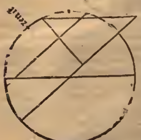
ſicut h r, ad ſinũ verſum arc⁹ æquatoris proportionalis arcui paralleli diſtantiæ ſtellæ à meridiano, ita rectangulũ cõtẽtũ ſub ſinibus rectis cõplementi altitudinis poli & cõplementi declinationis eiuſdẽ ſtellæ, ad quadratum ſinus totius. At vero recta ipſa linea h r, differentia eſt ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & ei⁹ quam tempore obſeruationis eadem ſtella habet: igitur ſicut differentia ſinuum rectorũ duarum prædictarũ altitudinum ad ſinũ verſum diſtantiæ ſtellæ à meridiano, ita rectangulum cõtentũ ſub ſinibus rectis cõplementi altitudinis poli, & cõplemẽti declinationis eiuſdẽ ſtellæ ad quadratũ ſinus totius. Præſens autẽ propoſitio in vniuerſum vera eſt, ſiue propoſita ſtella in dato horizõte ortũ habeat atq; occaſũ, ſiue ſuper eũ integrã reuolutionẽ perficiat. Stella enĩ quæ declinationẽ habet maiorẽ cõplemẽto altitudinis poli ſupra horizontẽ, tote nocta verti cernitur circa polũ, ſi regio & ſtella ipſa ad eandem partẽ vergant, nempe aut ad boream, aut ad auſtrũ. Verũtamẽ duas altitudines meridianas eã ſingulis diebus habere neceſſe eſt: alterã maximã: alteram minimã. Maxima erit, quũ vel ſtella ipſa in polo horizõtis conſtituta fuerit, vel ab eo minimum receſſerit: minima vero quũ maxime. Quapropter ſinus rectus eius altitudinis quam ſtella habet obſeruationis tẽpore, ex ſinu recto maximæ altitudinis meridianæ ſubtrahi debet, vt primus proportionis terminus relinquatur. Porro diſtantia à meridiano ad eã partẽ ſupputanda eſt, in qua meridies eſſe ſolet: velut ex ipſa demõſtratione liquet. Eſto enim vt in præcedenti circul⁹ a b c d, cui⁹ cẽtrũ e, meridianus: diameter a c, ſectio æquatoris: recta h y, ſectio paralleli deſcripti à cõ



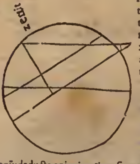
cepta ſtella circa b, polũ mũdi: recta f g, ſectio horizõtis obliqui: punctũ h eius polus: deinde recta k l, ſectio circuli cuiuſdã horizõti æquidiſtãtis, qui obſeruationis tẽpore p ſtellã ducĩ intelligitur: punctũ in quo hæc recta linea rectã h y, ſecat eſto n. Itaq; quoniã y c, arcus declinationis ſtellæ, maior ponitur quã g c, cõplemẽtum altitudinis poli, ipſa propoſita ſtella ſupra horizõtẽ integrũ circulũ deſcribet. Et quoniã ea tranſire ponitur per polũ horizõtis, maximã altitudinẽ circuli quadrantẽ habebit, cũ ad h, peruenerit: minimã vero arcũ g y, cũ ad y, pũctũ: in quo rurſus deſcripti paralleli circũferẽtia meridianũ ſecabit. Hoc enim ex eo cõſtat, qđ recta h y, ipſi⁹ paralleli diameter eſt per 19. propoſitionẽ primi Theo. igitur maior quauis alia recta linea quæ per centrũ nõ tranſit quod per 20. propõnẽ primi Eu. & cõmunẽ ſetẽtiã demõſtrabitur. Sunt autẽ huiuſmodi rectæ lineæ cõmunes ſectiones circulorũ verticaliũ & prædicti paralleli: ipſosq; arcus ſubtẽdũt q inter h, horizõtis polũ & propoſitã ſtellã interiacẽt: igitur per 27. propoſitionẽ tertij Euc. ex Cãpani traditiõe, arcus h y, maior erit quocũq; alio arcu inter horizontis polum & ſtellam interiecto. Quare per cõmunem ſententiam concludemus minimã propoſitæ ſtellæ altitudinẽ eſſe ſub arcu g y. Agatur aũt ſemidiameter e h, quã ſecet K l, in pũcto r: & extẽdantur h y, f g, donec cõcurrẽt ad o. Quoniã itaq; parallelæ ſunt

 ac,

a c,h o,in eas incidēs recta linea e o,alternos āgulos h o e,o e c,æquales faciet,per 29. propoſitionē primi Euc.eſt autem angulus h n r,exterior ipſi angulo h o e,interiori æqualis per ean deuı:igitur per cōmunē ſentētiā angulus h n r, angulo o e c,complemētū altitudinis poli ſubtēdēti æqualis eſt. Atqui anguli quos e h, facit cum f g,recti ſunt per 10.propoſitionem primi Theo.& ſecundā diffinitionē vndecimi Euc. Igitur anguli ad r,recti erūt per ipsā 29. propoſitionē primi:ideoq; recta e r, æqualis erit ſinui recto arcus k f,igitur & æqualis ſinui recto altitudinis ſtellæ tēpore obſeruationis per ea quæ in primo lemmate demonſtrauimus. Itaque h r,differentia relinquetur ſinus totius,altitudinis videlicet maximæ propoſitæ ſtellæ, & eius quam habet tempore obſeruationis: recta autem h n,ſinus verſus erit arcus diſtantiæ ſtellæ à meridiano. Iam igitur in triangulo h n r, quēadmodum in prima figuratione,propoſitā proportionem concludemus.



Proinde ſiue polus horizōtis collocetur inter æquatorē & ſtellæ parallelum,ſiue inter hūc & polū apparentē demonſtratio generalis eſt, vt in ſubiectis figurationibus licebit inſpicere: in quibus per propoſitiones 28.& 29. ſecūdi libri Theo. liquido conſtat,alterā altitudinē meridianā maximam eſſet alteram vero minimā.

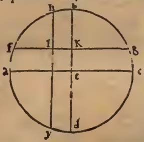


Aduerte q̄d ſi propoſita ſtella declinatiōe careat nihil opus eſt cōpoſitione propoſitionū:deducta enim in prima figuratione à pūcto a,perpendiculari recta linea ſuper f g, perſpicuum erit per lēma ſextæ appēdicis & præmiſſas hipotheſes atq; conſtructiones,differentiam ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam ſtella ipſa habet obſeruationis tempore,eandem habere rationem ad ſinū verſum diſtantiæ à meridiano,quam ſinus rectus complementi altitudinis poli ad ſinum totū.

Propoſitio. XIII.

In horizonte recto,ſicut ſinus rectus altitudinis meridianæ,cōplemēti ve declinatiōis ſolis aut ſtellæ,ad ſinū rectū altitudinis quā habet tēpore obſeruationis.ita ſinus totus ad ſinū rectum arcus complementi diſtantiæ à meridiano.

Qvamuis quod hic proponitur ad finem vndecimæ oſtenſum habeatur, peculiari tamen figuratiōe hoc ipſum demonſtrare inutile non erit. Eſto enim vt ſolet circulus a b c d, circa centrum e,deſcriptus meridianus:recta a c, ſectio æquatoris:b d,ſectio horizōtis recti: f g, ſectio paralleli deſcripti à ſole aut ſtella:h y, ſectio circuli æquidiſtātis ipſi horizonti recto, qui per ſolem aut ſtellam obſeruatā ipſo obſeruationis tēpore trāſit:ſecet autem recta f g,rectas h y,b d,in punctis l. K.



Igitur per ea quæ ſuperius demonſtrauimus,recta f K,ſinus rect⁹ erit cōplementi declinationis, aut altitudinis meridianæ eiuſdē ſtellæ,nempe arcus f b. Quoniam vero recta l K.æqualis eſt ſinui recto arcus b h,idcirco æqualis etiam erit ſinui recto altitudinis aſtri obſeruationis tempore, per cōmunem ſententiā. Atqui eadem ipſa f K, ſemidiameter eſt deſcripti paralleli,ſinuſq; totus:et l K,æqualis ſinui recto arcus diſtantiæ ſtellæ ab

ab exortu, aut ab occaſu, ſeu complementi diſtantiæ à meridiano in eodem hoc ipſo parallelo. Quapropter per ſeptimam propoſitionem quinti, ſicut ſinus rectus altitudinis meridianæ complementi ve declinationis ſolis aut ſtellæ, ad ſinum rectum altitudinis quam habet tempore obſeruationis, ita ſinus totus ad ſinũ rectum complementi diſtãtiæ à meridiano, quod erat demonſtrandum.

Propoſitio. XIIII.

Ex altitudine ſolis aut ſtellæ cognita ſupra horizontem horam diei æqualem elicere: & viciſſim ex hora cognita altitudinem ſolis aut ſtellæ indagare.

INterdiu ex altitudine ſolis, eius diſtantiam à meridiano per præcedentes ſupputabimus. Noctu vero ex altitudine ſtellæ atque declinatione cognitis, ſimiliter diſtantiam eius à meridiano inquiremus: ſed eam ſemper computabim' à meridiano ad ſtellam ordine cõtrario ei quo mundus incedit, ſiue ea ad ortum vergat, ſiue ad occaſum: ita enim regularũ multiplicatione liberabimur. Vt ſi ſtella diſtet ad occaſum gradibus 40. auferemus eos à 360. relinquẽtur gra. 320. quibus obſeruata ſtella diſtare dicetur à meridiano ad eam partem ad quam motu proprio zodiacus ducitur, ſed in contrariam partem primi motus. Deinde aſcenſiones rectas ſolis & ſtellæ per ſextam propoſitionẽ ſupputabimus: ex eiſdemque colligemus, quanto arcu æquatoris ſol diſtet ab obſeruata ſtella, ſecundum ordinem ſignorum. Nam dum aſcenſio recta ſolis maior reperitur aſcenſione recta ſtellæ, earum differentia, quæſita aſcenſionalis diſtantia eſt. ſed ſi minor, aſcenſionum differẽtia de toto circulo dempta, quæſitam diſtantiã notam relinquit. Iam vero has ambas diſtantias in vnam ſummam colligemus, videlicet diſtantiam ſtellæ à meridiano, & diſtantiam ſolis ab ipſa ſtella: compoſitus enim arcus ſi integro circulo minor fuerit, aut quod ab eo relinquitur dempto circulo, ſi maior, diſtantia ſolis erit à meridiano, à meridie ad ſolem ſecundum ſignorum ordinem ſupputata: hora igitur ignorari nõn poterit. Quoties autem aſcenſio recta ſtellæ, aſcenſioni rectæ ſolis æqualis inuenta fuerit, ſol & ſtella æqualiter à meridiano diſtabunt, & ad eaſdem mundi partes aut ad ortum aut ad occaſum. Et quoties ſuarum rectarum aſcenſionum differentia, ſemicirculus fuerit, diſtantia ſtellæ à puncto meridiei, diſtantiæ ſolis ab angulo mediæ noctis ęqualis fiet, & econtrario, ſed ad oppoſitas partes. Hinc elicitur ratio conficiendi horariũ vniuerſale nocturnũ, per diſtantiam alicuius ſtellarum ſemper apparentium à meridiano.

Sed quum ex cognito numero horarũ æqualium, altitudinem ſolis aut ſtellæ propoſitæ inueſtigare libuerit: principio ex notitia arcus ſemidiurni loci ſolis, & arcus dati tẽporis, perpendemus ſit ne datum ipſum tempus diurnũ, an nocturnum. Si diurnum, per 12. propoſitionem altitudinẽ ſolis cognoſcem'. Habet enim eam rationem quadratum ſinus totius, ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis complementi declinationis ſolis, & complementi altitudinis poli, quam ſinus verſus arcus diſtantiæ ſolis à meridiano, ad differentiam ſinuũ rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam ſol ipſe habet obſeruationis tẽpore. Igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium ex primis tribus terminis notis, quartus innoteſcet. Itaque ſubtracto quarto ipſo termino ex ſinu recto altitudinis meridianæ, quã quotidie ex altitudine poli & ſolis declinatione ſcimus, ſinus rectus altitudinis ſolis quæ dato tempori reſpondet, notus relinquetur: igitur eius arcus per tabulam ſinuum cognitus erit. At vero ſi datum tempus nocturnum eſſe inueniatur, numerum horarum in gradus conuertemus: & ex eorum numero diſtantiam ſolis à meridiano, ſecundum ordinem ſignorum ſumptã eliciemus: prætera diſtantiam aſcenſionalem ſolis ab ſtella nobis propoſita, modo ſupra declarato, ex rectis aſcenſionibus: minoremq; diſtantiam à maiori ſubtrahemus: reſiduus enim arcus diſtantia erit ſtellæ à meridiano: ea que ſupputabitur à meridie ad ſignorum ſucceſſionem, ſi diſtantia ſolis à meridiano maior reperiatur: contra vero ſi minor. Iam igitur ex notitia arcus ſemidiurni ſtellæ & eius diſtantia à meridiano, facile cognoſcem', ſit ne ſtella ipſa ſub horizonte an ſupra. Quod ſi ſupra horizontem reperiatur, atq; in angulo mediæ noctis conſtituta, minimam altitudinem habere pronunciabimus, vt in 12. propoſitione oſtẽſũ

 eſt

eſt:eamq; relinqui neceſſe eſt, complemento declinationis ſtellæ ex altitudine poli ſublato: verum hoc eis tantum quæ ſemper apparent accidere poteſt. Porro ſi propoſita ſtella nihil à meridiano diſtare inueniatur, eius altitudinē meridianam maximamq;, per conuerſionem quartæ aut quintæ propoſitionis inquiremus. Alibi autem dum modo ſupra terram, ex diſtantia inuenta, per 12. propoſitionem eius altitudinem cognoſcemus. Harum omnium ſupputationum rationes neminem puto eſſe aſtrologiæ adeo ignarum, qui ex ſe abſque præceptore intelligere non poſſit.

Iam in exemplo hæc omnia faciliora videbuntur. Habeat ſol gra. 20. mi. 12. declinationis borealis: eleueturq; ſupra horizontē Olyſſipponenſium gra. 36. & oporteat iuxta doctrinam præſentis propoſitionis antemeridianum tempus aut pomeridianum ſupputare. Quoniam eleuatio poli arctici in eo horizonte gradus habet 38. mi. 40. idcirco altitudo æquatoris gra. habebit 51. minu. 20. his addemus gra. 20. minu. 12. declinationis ſolis: & conflabitur arcus graduum 71. minu. 32. altitudinis meridianæ: huius ſinus rectus partes continet 94850. ab hoc autē numero auferemus 58778. ſinum rectum gra. 36. altitudinis ſolis, & relinquentur 36072. eorum differentia: hic vero numerus vt ex 12. propoſitione liquet primus terminus proportionis erit: eum igitur multiplicabimus in quadratum ſinus totius & fient 360720000000000. Præterea 93849. ſinū rectum complementi declinationis ſolis multiplicabimus in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli, fientque 7327636071. nempe tertius terminus: per hunc deniq; diuidemus productum ex primo in quartū, & prodibunt 49227. ſinus verſus arcus diſtantiæ ſolis à meridiano, nempe ſecūdus terminus: huic autem in tabula reſpondent gra. 59. minu. 29. Igitur gra. 15. pro hora computatis, ſolem à meridiano diſtare promulgabimus ipſo temporis momento, horis tribus, minutis fere 58. vnius horæ.

Præterea ponamus ſolem occupare initium Tauri: & diſtare à meridiano horis quatuor æqualibus: oporteatq; eius altitudinem inuenire. Declinatio ſolis per ſecundam propoſitionem ſupputata gradus habet 11. mi. 30. Igitur complementum eius gra. 78. mi. 30. cuius quidem complementi ſinus rectus 97992. hūc porro numerum multiplicabimus in 78079. ſinum rectum cōplementi altitudinis poli, fientque 7651217468. tertius proportionis terminus: hunc deinde multiplicabimus in 50000. ſinum verſum propoſitæ diſtantiæ ſolis à meridiano ſecundum proportionis terminum: & fient 382560873400000. hunc denique numerum diuidemus per quadratū ſinus totius quartum terminum, decem vltimas figuras abijciēdo: & prodibunt ex ea partitione 38256. primus videlicet terminus memoratæ proportionis. Quoniam vero huiuſmodi numerus differentia eſt ſinuum rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam ſol ipſe habet quum dato tēpore à meridiano diſtat: auferemus ab 88968 ſinu recto gra. 62. mi. 50. altitudinis meridianæ, 38256 partes quas prædicta differentia cōtinet: relinquenturque 50712. ſinus rectus altitudinis ſolis: huic autem numero reſpondent in tabula gra. 30. minuta 28. Igitur quum ſol principium Tauri occupauerit, receſſeritque à meridiano Olyſſiponenſium horis quatuor æqualibus, eleuatus cernetur ſupra horizontē ipſis gra. 30. mi. 28.

Rurſus ponamus eo temporis momēto, quo ſol tenet gra. 15. mi. 13. Geminorum, Lucidam coronæ ſeptentrionalis ad occidentem vergere, eleuarique ſupra horizontem gra. 41. eiuſq; declinationem borealem eſſe, graduſq; habere 28. mi. 51. præterea aſcenſionem rectam habere à ſectione vernali inchoatam graduum 227. mi. 44. oporteat autem ex his quota hora ſit elicere. Igitur altitudo meridiana obſeruatæ ſtellæ gradus habebit 80. mi. 11. eius ſinus rectus 98535. ab hoc auferemus 65605. ſinum rectum gra. 41. & relinquentur 32930. hanc autē differentiam, primum proportionis terminū, in quadratum ſinus totius quartum terminum, multiplicabimus, fientque 329300000000000. Præterea 87588. ſinum rectum gra. 61. minu 9 quos habet complementum declinationis obſeruatæ ſtellæ, multiplicabimus in 78079. ſinū rectum complementi altitudinis poli, fient 6838783452. tertius videlicet terminus memoratæ proportionis: per hunc denique diuidemus eum numerū qui ex multiplicatione primi in quartum prodierat: venientq; ex ea partitione 48152. ſinus verſus diſtantiæ eiuſdem ſtellæ à meridiano verſus occidentem: quibus reſpondent in tabula gra. 58. mi. 46. Hanc itaque diſtantiam auferemus à toto circulo, & relinquentur gra. 301. mi. 14. quibus item diſtabit ſol à meridiano: ſed ſupputatio fiet in con-

trariam partem: habet autem aſcenſio recta ſoli gra. 73. mi. 57. ſtellæ vero gra. 227. minu. 44 diſtantia igitur aſcenſionalis ſolis ab ipſa ſtella gradus habebit eodem ordine ſumptos 206. minu. 13. Porro ex his duabus diſtantijs conflabitur numerus graduum 507. minu. 27. à quo ſubinde auferemus gradus 360. totius circuli ſummam, & relinquentur tandem gra. 147. mi. 27. quibus tunc temporis ſol diſtabit à meridiano horis videlicet 9. minut. 49. ſecun. 48. ante meridiem.

Præterea inquiramus eodem ipſo tempore de quacunque ſtella, cuius declinatio & aſcenſio recta nota ſit ex præcedentibus, ſit ne ſub terra, an ſupra, & quantam habeat eleuationē ſupra horizontem: verbi gratia de ea ſtella quę latine vocatur vociferans, arabice Alramech, cuius quidem declinatio borealis ſupponatur gra. 21. minu. 45. aſcenſio recta gra. 207. minu. 17. Quoniam quidem aſcenſio recta ſolis gradus habet 73. minu. 17. erit idcirco diſtantia aſcenſionalis gra. 226, minu. 40. ab his ſubtrahemus diſtantiam ſolis à meridiano gra. 147. mi. 27. & relinquentur gra. 79. minu. 13. quibus cōcepta ſtella diſtabit à meridie verſus occaſum. Atqui vt magnitudo arcus ſemidiurni ipſius ſtellæ innoteſcat, multiplicabimus 92880. ſinū rectum cōplemēti ſuæ declinationis in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli: & fient 7251977520. per hunc igitur diuidemus 9567200000000300. qui fiunt ex ductu quadrati ſinus totius in 95672. ſinum rectum graduū 73. minu. 5. quos habet altitudo propoſitæ ſtellæ meridiana, & venient ex partitione 131925. ſinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdem ſtellæ, quod octaua propoſitio demonſtrat. Porro ipſi numero partium reſpondent in tabula gra. 108. minu. 37. pro magnitudine arcus ſemidiurni: ipſa igitur concepta ſtella eleuata cernetur ſupra horizontem. Hoc etiam abſque computatione arcus ſemidiurni ex ſola declinatione elici poteſt. Nam quum ea borealis eſſe ſupponatur, neceſſe eſt per ea quæ ſuperius demonſtrauimus huiuſmodi ſtellæ arcum ſemidiurnū quadrantem ſuperare: habet autem eius diſtantia à meridiano gra. 79. minu. 13. igitur eleuata conſpicietur ſupra horizontem. Veruntamen quoties diſtantia ſtellæ á meridiano quadrante maior fuerit, neceſſe erit arcum eius ſemidiurnum computare, vt perpendere poſsimus ſit ne ſub horizonte an ſupra. Iam igitur vt in aſſumpto exemplo ex cognita diſtantia ſtellæ à meridiano, eius altitudinem deprehendamus, iuxta præſentis propoſitionis inſtitutū 81291. ſinū verſum gra. 79. minu. 13. quibus ſtella diſtat à meridiano, multiplicabim' 17251977520. productum ex multiplicatione ſinus recti cōplementi altitudinis poli in ſinum rectum cōplementi declinationis ipſius ſtellæ: & fient 5895205045783320. huoc denique numerum diuidemus per quadratum ſinus totius, prodibuntque ex ea partitione 58952. nempe differentia ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam ſtella habet obſeruationis tempore. Igitur auferemus 58952 à 95672. ſinu recto altitudinis meridianæ eiuſdem ſtellæ, & relinquentur 36720. ſinus rectus graduum 21. mi. 33. eleuationis ſupra horizontem.

Propoſitio. XV.

Longitudinē Crepuſculi indagare.

IN initio crepuſculi matutini aut fine veſpertini, obſeruetur cum Aſtrolabio cuius conſtructionem in tertia propoſitione docuimus, altitudo cuiuſuis ſtellæ quæ per ſextam, declinationem & aſcenſionem rectam cognitā habeat: & per præcedentem ſupputetur arcus horarum æqualium ante meridiem aut poſt. ſupputetur etiam per ſeptimam aut octauam longitudo arcus ſemidiurni loci ſolis: differentia enim vtriuſque arcus, erit crepuſculi intercapedo magnitudove. Exemplum: Olyſsippone labente anno ſalutis 1541. prima die menſis Octobris veſperi, ſereno cœlo, ex ſumma vrbis arce, quum nihil ſplendoris iam eſſet in parte occidua, obſeruaui ſtellam cordis Scorpij tendentem in occaſum, eamque quinque gradibus ſupra horizontem eleuatam deprehendi. Et quoniam eius locus eſt finis quarti gradus Sagittarij, quod Albategnij ſententiæ & noſtris etiam alijs obſeruationibus conuenit, erit [illegible]circo eius declinatio gra. 24. mi. 56. aſcen[illegible]cta gra. 241. mi. 10 proinde 8715. ſinum rectum gra. 5. auferemus à 44463 ſinu recto gra. 26. minu. 24. altitudinis meridianæ eiuſdem ſtellæ, & relinquetur differentia ſinuum rectorum 35748. hanc itaq; differentiam multiplicabimus in quadratum ſinus totius: productum diuidemus per eum numerum qui fit ex ductu 90679. ſinus nēpe rec-

ti

ti complementi declinationis prædictæ ſtellæ, in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli, & venient ex partitione 50492. ſinus verſus gra. 60. mi. 19. diſtantiæ ipſius ſtellæ à meridiano. Et quoniam ſol occupabat eo tempore finem gradus 18. libræ, cuius aſcenſio recta gra. 196. mi. 35. differentia igitur ipſarum rectarum aſcenſionum gra. 44. mi. 35. fuit itaque diſtantia ſolis à meridie ſecūdum motum diurnum gra. 104. mi. 54. ab ijs detrahemus arcum ſemidiurnum ſolis, gra. 84. mi. 18. & relinquentur gra. 20. mi. 36. pro crepuſculi magnitudine, nempe hora vna, mi. 22. ſe. 24. Verumtamen ſi exactæ rationis examini ſtare velimus hæc ſumma maiuſcula eſt quam crepuſculi longitudo. Nam crepuſculum veſpertinum non incipit, priuſquā centrum ſolis minutis 14. ſub horizō te occultetur: oportebit igitur per octauā propoſitionem tempus à meridie ſupputare ad cētrum ſolis ipſis 14. mi. ſub horizonte conditū: hoc deinde ſubtrahemus ab inuenta diſtantia, relinqueturq; vera crepuſculi longitudo.

Propoſitio. XVI.

Ex data longitudine crepuſculi diſtantiā ſolis ab horizonte elicere.

SVperius in octaua propoſitione demonſtratum eſt, quod ſicut quadratum ſin⁹ totius, ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis cōplementi altitudinis poli, & complementi declinationis loci ſolis, ita ſinus verſus arcus compoſiti ex arcu ſemidiurno & arcu crepuſculi, ad quandam rectam lineam cōpoſitam ex duobus ſinibus rectis, quorum vnus eſt altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo ſol ab horizonte diſtat in initio crepuſculi matutini, aut ſiue veſpertini. Igitur computabimus per ſeptimam aut octauam, magnitudinem arcus ſemidiurni loci ſolis: ei addemus arcum longitudinis crepuſculi: compoſiti arcus ſinū verſum multiplicabimus in eū numerum qui fit ex ductū ſinus recti complementi altitudinis poli in ſinum rectum complementi declinationis loci ſolis: productum diuidemus per quadratum ſinus totius: & exibit ex partitione numerus quidam partiū diametri, à quo auferemus ſinum rectū altitudinis meridianæ ſolis: & relinquetur ſin⁹ rectus arcus circuli verticalis, quo centrū ſolis ab horizonte abeſt, in principio crepuſculi matutini aut fine veſpertini: ipſe igitur arcus per tabulam innoteſcet. Exemplū: in eadem die declinatio ſolis eſt gra. 7. mi. 5. eius cōplementum gra. 82. mi. 55. cuius complementi ſinum rectum 99236. multiplicabimus in 78079. ſinū rectū cōplementi altitudinis poli, & numerū qui ex ipſa multiplicatione prodierit multiplicabimus in 125713. ſinum verſum arcus compoſiti ex ſemidiurno & crepuſculino, qui inuentus fuit gra. 104. mi. 54. productum vero diuidemus per quadratum ſinus totius, abijciendo decem vltimas figuras, & venient 97405. ab ijs auferemus 69779. ſinum rectum graduum 44 mi. 15. quos continet altitudo ſolis meridiana, & relinquentur 27626. pro ſinu recto arcus occultationis ſolis ad finem crepuſculi. His autem in tabula reſpondent gradus circunferentiæ circuli 16. minuta duo: igitur nota magnitudo arcus occultationis ſolis ad finem crepuſculi, quod inueſtigandum propoſuimus.

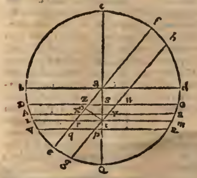
Propoſitio. XVII.

Rationem augmenti & decrementi crepuſculorum aperire.

LOnge diuerſam rationem inuenimus crepuſcula ſeruare in augmento & diminutione à dierum & noctium progreſſu. Dies enim augentur ſemper ab initio Capricorni vſque ad Cancrum: & in ipſo Arietis initio noctibus æquātur. Crepuſcula vero ab initio Capricorni minui incipiunt, & in dies minora fiunt, ſenſibili ſemper differentia, vſque ad id eclipticæ punctū, in quo ſicut ſinus rectus altitudinis poli ad ſinum totum, ita ſinus rectus arcus occultationis ſolis ad duplū ſinus recti declinationis eiuſdem puncti. Priuſquam tamen in ipſa diminutione perueniatur ad æquatorem, offendemus punctum eclipticæ cuius arcus crepuſculinus æquabitur crepuſculo æquatoris. Igitur decreſcunt deinceps crepuſcula, quamuis inſenſibili fere quantitate, vſque ad punctum quoddā eclipticæ ante initium Arietis, in quo crepuſculū

fit

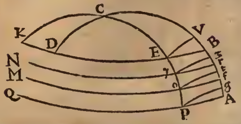
ſit omniũ breuiſsimum quod eſſe poteſt. Inde vero creſcunt ſemper vſque ad Cancri initiũ. Porro omnia hæc ordinatim demõſtrabimus. Præterea ipſum eclipticæ punctum inueſtigabimus in hyemali quadrante, in quo crepuſculum ſit crepuſculo æquatoris æquale: & illud quoque vltra hoc ante Arietis initium inquiremus, In quo ſol breuiſsimum crepuſculum efficit. Principio igitur deſcribemus me-



ridianum b c d Q. ſuper a centro, in quo e f, ſectio horizontis obliqui: g h, ſectio circuli ei æquidiſtantis: e g, aut f h, arcus occultationis ſolis in principio crepuſculi matutini, aut fine veſpertini: c Q. ſectio horizontis recti habitantium ſub b: ipſa b d, ſectio æquatoris. Concipiamus deinde circulum quendam æquatori æquidiſtantẽ, venientẽ per cõmunem ſectionem horizontis recti & æquidiſtantis horizonti: eius & meridiani communis ſectio eſto recta linea l t m: diuidatur a t, in duas partes æquales in puncto s, & agatur recta linea D G, per s, parallela ipſi b d: manifeſtũ quidem eſt per ea quæ in prima parte demõſtrauimus, rectam a s, æqualem eſſe ſinui recto arcus declinationis ab æquatore, eius paralleli qui diametrum habet D G, nempe ſinui recto arcus b D, aut d G: excitetur autẽ à pũcto t, perpendicularis t o, in e f: & agãtur alij duo paralleli, quorũ vnꝰ ſecet meridianũ ſup recta v R, infra l m, alter vero ſup recta A B, inter D G, & l m: ſecet præterea e f, ipſorum parallelorum diametros ſuper punctis x, r, q: & eaſdẽ ſecet g h, ſuper punctis n, y, t, p. Igitur per ea quæ ſuper quarta appendice demonſtrauimus, plures gradus circũferentiæ paralleli abſcindũt perpẽdiculares ſuper p q, quã quæ ſuper r t: & quæ ſuper r t. plures quã quæ ſuper x y: & quæ demũ ſuper his plures gradꝰ intercludunt quàm quæ ſuper z n. Eſt enim duplex ratio ſenſibilis diminutionis ab initio Capricorni vſq; ad eum parallelum qui diametrũ habet D G: quod ipſi circuli auſtraliores, minores ſint, & quod in eiſdem ipſæ rectæ lineæ ſuper quarũ terminis perpẽdiculares cõmunes ſectiones erectæ ſunt, magis diſtant à centris: hoc namque fuit duplex medium demonſtrationis appendicis quartæ. Atqui per lẽma ſextæ appendicis, ſicut ſinus rectus anguli æqu[illegible] altitudinis poli, ad ſinum totum, ita [illegible] ſinui recto arcus e g, occultationis ſolis, ad rectam lineam a t, duplam ipſius a s, æqualis nempe ſinui recto declinationis puncti D, aut G: igitur ex tribꝰ terminis cognitis, cognoſcetur a t: & dimidia eius pars a s, innoteſcet: quapropter ex tabula ſinꝰ recti arcꝰ b D, declinationis concepti puncti eclipticæ deprehẽdetur. Exẽpli gratia in horizonte Olyſsipponẽſi, ſinus rectus altitudinis poli partes habet 62478. per hunc igitur numerũ diuidemus id quod ſit ex multiplicatione ſinus totius in 27626. ſinũ rectũ arcus occultationis ſolis. & prodibũt ex partitione 44217. huius numeri pars dimidia partes habet 22108 $\frac{1}{2}$, ſinus rectus gra. 12. mi. 46. declinationis puncti D, aut G: ex declinatione autem cognita, cognoſcetur per ſecundam punctum eclipticæ cui ea reſpondet, nempe grad. 3. minu. 40. Scorpij: & gra. 26. minu. 20. Aquarij. Igitur decreſcũt crepuſcula ſenſibili ſemper differentia. a bruma vſque ad quintam diem Februarij noſtra ætate: at decreſcente die augeri incipiunt augmento ſenſibili à 17, die Octobris. Et ex hac quoque figuratione latitudo ortus concepti puncti eclipticæ facile deprehendi poteſt. Manifeſtum eſt enim ex eis quę in prima parte demonſtrauimus, quod ſectio cõmunis horizõtis & paralleli, cuius diameter D G, perpẽdicularis eſt ſuper ipſam diametrũ D G, in plano eiuſdẽ paralleli, efficiturque ſinus rectus arcus ſemidiurni & ſeminocturni, & quoniã ea perpẽdicularis eſt ſuper plano meridiani, erit etiã ſinus rectus cõplementi latitudinis ortus in horizontis plano, nẽpe eius arcus horizontis qui comprehenditur inter pũctũ e, & interſectionem circunferentiæ horizontis cum concepto parallelo. Quapropter recta linea e z, ſinus verſus erit complementi latitudinis ortus, & reliqua a z, æqualis ſinui recto latitudinis ortus concepti puncti eclipticæ, ipſum parallelũ deſcribẽtis cuius diameter D G. Igitur magnitudinem rectę a z, in hunc modũ

inueſtigabimus: quoniam angulus z a s, æqualis eſt angulo altitudinis poli, erit reliquus angulus a z s, æqualis angulo altitudinis æquatoris. Atqui per lemma ſextæ appendicis ſicut ſinus rectus anguli a z s, ad ſinum totum, ita a s, ſinus rectus declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam a z, ſinum rectum latitudinis ortus eiuſdem puncti: harum vero quatuor quantitatum tres primæ dantur notæ: igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium, quarta innoteſcet: per tabulam itaque ſinus recti, ipſe arcus latitudinis ortus cognitus euadet.

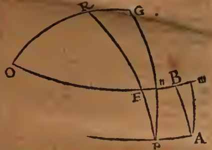
HIs itaque oſtenſis deinceps demonſtrabimus, quòd non fiat cõtinua crepuſculorũ diminutio ad æquatorẽ vſq;. Quin potius priuſquã ſol ingrediatur Arietis initiũ, in quodã eclipticæ pũcto hyemalis quadrãtis, qđ ſtatim indicabimus, crepuſculũ fiat æquale ei quod ſol efficit in æquinoctiali circulo cõſtitutus: in pũctis autẽ eclipticæ intermedijs, his ſemper minora. Quare neceſſe eſt vt finis decremẽti crepuſculorũ ſit in vno ipſorũ punctorũ intermediorum, in quo crepuſculũ fiet omniũ breuiſſimũ. Inde vero creſcẽtibus ſemper crepuſculis, ſoleq; perueniente ad Arietis initiũ, crepuſculũ habebitur priori æquale, perpetuaq; ſerie augebuntur vſq; ad Cancri initiũ. Eſto enim circulus æquinoctialis B D K: obliquus horizon A B C D, & ipſum B, æquinoctialis ortus: eſto præterea B E, arcus longitudinis crepuſculi qđ ſol facit, quum Arietis initiũ occupat: veniat autem per E, punctũ, horizon P E C K, priori horizõti ſimilis, hoc eſt æqualis altitudinis poli, eumq; ſecans ſuper C, à parte Aquilonis. Et quoniam anguli C B E, C E D, altitudinum



æquatoris interſe æquales ſunt, erũt igitur duo arcus B C, C E, iuncti ſemicirculo æquales per decimam propoſitionem primi libri Menelai. Atqui maior eſt angulus B E C, obtuſus exiſtens angulo E B C, acuto: & maior idcirco arcus B C, arcu E C, per ſeptimam: igitur B C, quadrante maior eſt, & E C, quadrante minor. Aſſumatur itaque arcus o C, æqualis ipſi B C, vt duo arcus E C, o C, iuncti ſemicirculum conficiant: & agatur parallelus f o M: itẽ per puncta y, P, quorum alterum vergit ad æquatorem, alterum ad hyemalem tropicum, paralleli ducantur r y N, A P Q: & ab ipſis punctis E, y, o, P, in Horizontem A B C D, ad rectos angulos deducantur arcus P g, o t, y z E V: hoc enim facile fiet, ſi inuento altero polo horizontis A B C D, per 31. propoſitionem primi libri Theod. ab eo circuli maximi ducantur per puncta E, y, o, P: ij enim horizontem A B C D, ad rectos angulos ſecabunt per 19. propoſitionem. Igitur vt ſinus rectus arcus P C, ad ſinum rectum arcus E C, ita ſinus rectus arcus P g, ad ſinum rectum arcus E V, per 12. propoſitionem primi libri Gebri: quod etiam per ſuperiores demonſtrationes oſtendi poterit. Nam per eam demonſtrandi artem, qua modo vſi ſumus ad oſtendendum ſinus rectos declinationis concepti puncti eclipticæ & ſuæ latitudinis ortus, eandem habere rationem quam ſinus rectus altitudinis æquatoris & ſinus totꝰ, vel quẽadmodum ratiocinati fuimus circa inquiſitionem declinationum punctorũ eclipticæ, & longitudinis crepuſculi æquinoctialis, manifeſte liquet quod in triãgulo rectangulo ſphærico, ſinꝰ recti laterũ & ſubtẽſorũ angulorũ eodem ordine ſunt proportionales: & p 23. propoſitionẽ quinti Euc. id etiã de õni alio triãgulo cõcludemꝰ: quapropter p 11. propoſitionẽ quinti, ſicut ſinꝰ rectꝰ arcus P C, ad ſinũ rectũ arcus P g, ita ſinus rectus arcus E C, ad ſinũ rectũ arcus E V: igitur per permutatã ſicut ſinus rectus arcus P C, ad ſinum rectũ arcus E C, ita ſinus rectus A g, ad ſinum rectũ arcus E V. Nec quempiam perturbari velim, quod ſolum circa latera minora quadrantibus occupati fuimus, quando eadem recta linea arcũ minorem quadrante & quod ei deeſt ad ſemicirculũ ſubtendit. Sed vtcũq; theorema illud demõſtretur, proceſſꝰ noſter minime propterea variabitur. Itaq; ſicut ſinꝰ rectꝰ arcꝰ P C;

P C, ad ſinum rectum arcus E C, ita ſinus rectus arcus P g, ad ſinū rectū arcus E V: at vero minor eſt ſinus rectus arcus P C, ſinu recto arcus E C, quia minor eſt ſinus rectus arcus P C, quam ſinus rectus arcus o C, ipſi porro arcus o C, E C, eundem habent ſinum rectum: minor igitur & ſinus rectus arcus P g, ſinu recto arcus E V. Eſt autem ipſe arcus E V, occultationis arcus in principio crepuſculi matutini, quum ſol æquatorem poſsidet: minor igitur P g, quã occultationis arcus quū ſol parallelum A P Q, deſcribens matutinū crepuſculū inchoat, Quapropter priuſquã ſol motu primi cœli perueniret ad punctū P, crepuſculū illius diei inchoauerat. Sunt autem omnes ipſi arcus parallelorum inter binos horizontes æqualiū altitudinum poli comprehenſi arcus B E, crepuſculo æquatoris proportionales: longius igitur crepuſculum paralleli A P Q, vergentis ad tropicum hyemale, quàm crepuſculum æquinoctiale. Verū enimuero crepuſculū paralleli ſo M, & crepuſculū æquinoctiale æqualia eſſe demōſtrabimus: nã vt ſinus rectus arcus o C, ad ſinū rectum arcus E C, ita ſinus rectus arcus o r, ad ſinum rectū arcus E V, atqui eadē recta linea ſinus rectus eſt arcuum o C, E C, igitur æquales ſunt inter ſe ſinus recti duorū arcuū o t, E V: idcirco æquales ipſi arcus o t, E V: propterea arc⁹ o r, occultatio ſolis erit in principio crepuſculi matutini quū ſol parallelum ſo M, deſcribit: eſt itaq; o ſ, crepuſculi longitudo: at vero arc⁹ ſo, B E. proportionales ſūt: igitur crepuſculū quod ſol facit, quū parallelū deſcribit ſo M. & crepuſculū æquinoctiale æqualia ſunt quod demonſtraſſe oportuit. Cæterū crepuſculū paralleli r y N, & quodlibet alia crepuſcula eorū parallelorum, qui inter ſo M & æquinoctialem circulū poſiti ſunt, ipſo crepuſculo æquinoctialis minora eſſe neceſſe eſt: manifeſtum eſt enim per eadem principia, quod ſicut ſinus rectus arcus y C, ad ſinum rectū arcus E C, ita ſinus rectus arcus y z, ad ſinū rectū arcus E V: atqui maior eſt ſin⁹ rectus arcus y C, ſinu recto arcus E C, quod y C, cōſtitutus ſit inter E C, & o C, arcus ſemicirculum conficientes: maior igitur ſinus rectus arcus y z, ſinu recto arcus E V. Quapropter maior erit arcus y z, quam E V: eſt autem E V, arcus occultationis ſolis in principio crepuſculi matutini, ergo y z, maior ipſo arcu occultationis: itaque nondum crepuſculum matutinum inchoabitur, quum ſol motu primi cœli peruenerit ad y: at vero proportionales ſunt arcus y r, & E B, menſura crepuſculi æquinoctialis: igitur breuius crepuſculum efficitur quum ſol parallelum deſcribit r y N, quàm quum æquatorum poſsidet, aut parallelum ſo M, quod item demonſtrandū propoſuimus. Et hac etiam demonſtrãdi arte probabitur, quod ſole exiſtente in ſignis borealibus, punctis borealioribus longiora crepuſcula debeantur, quod in prima parte per alia media oſtenſum eſt.

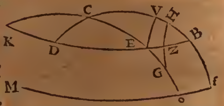
Sed priuſquam reliqua proſequamur, id quod aſſumpſimus demonſtremus: nēpe arcus circulorum æquidiſtantium inter ſimiles horizontes comprehēſos, proportionales eſſe. Veniant enim meridiani per A, & P, ſecantes æquatorem ſuper m, & n: igitur anguli ad m, n, recti per



19 propoſitionem primi Theo. ipſi vero arcus A m, P n, declinationis æquales ſunt per communem ſententiam, & anguli ad B E, æquales, at reliquorum arcuum, A B, P E, coniuncti ſemicircunferentia minores, præterea m B, n E, coniuncti etiam ſemicircunferentia minores. igitur A B, P E, latitudines ortuum eiuſdem puncti eclipticæ in ſimilibus horizontibus æquales. item m B, n E, differentiæ aſcenſionales ſeu differentiæ quadrantis & ſemidiurni alter alteri æquales per 16. propoſitionem primi libri Menelai. his itaque adiecto cōmuni arcu B n, duo arcus m n, B E. æquales fient per communem ſententiam, atqui proportionalis eſt arcus A P, arcui m n, per ea quæ in primo lemmate demonſtrauim⁹, ſeu per 14. propoſitionem ſecundi libri Theo. igitur proportionalis eſt ipſe arcus A P, arcui B E. & ſimiliter de reliquis demonſtratio fiet.

Quòd ſi ſtudioſe lector penes te non ſint Menelai ſphęrica, poteris hoc ex præmiſsis demonſtrationibus alio modo colligere. Nam in triangulo rectangulo P n E, ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum anguli E, ita ſinus rectus arcus P E, ad ſinum rectum arcus P n. Similiter in triangulo A m B, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli B, ita ſinus rectus arcus A B, ad ſinum rectũ arcus A m: eadem autem eſt ratio ſinus totius ad ſinum rectum anguli E, & ad ſinum etiam rectum anguli B, per ſeptimam propoſitionẽ quinti Euclid. igitur ſicut ſinus rectus arcus P E, ad ſinum rectum arcus P n, ita ſinus rectus arcus A B, ad ſinum rectum arcus A m, per 11. propoſitionem quinti Euc. porro æquales ſunt ipſi arcus P n. A m: igitur per ſeptimam & nonam eiuſdem quinti libri concludemus ſinus rectos arcuum P E, A B, æquales eſſe, & ipſos quoque arcus, quia vterque quadrante minor, æquales eſſe neceſſe eſt. Deinde extendemus arcus P n, P E, in menſuram quadrantum vſque ad G, R, & ſuper P, tanquam polo, circulus maximus deſcribatur G R O, & producatur arcus n E, donec concurrat cum deſcripto circulo ſuper O. Circuli igitur P n G, polus eſt in circulo n E O, per 17. propoſitionem primi libri Theo. & quoniam angulus ad G, rectus eſt per 19. erit etiam in circulo G R O, polus eiuſdem circuli P n G, per eandem 17: O, igitur polus, & n O. G O, quadrantes per 24. Igitur per ea quæ ſuperius demõſtrauimus, in triangulo ſphærico E R O, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum arcus anguli O, ita ſinus rectus arcus E O, ad ſinum rectum arcus E R. At vero n G, arcus anguli O, complementum exiſtit arcus P n, & ipſe E O, complementum arcus n E, arcus denique E R, complementum arcus P E: quapropter ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus P n, ita ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinum rectum complementi arcus P E. Itidem demonſtrabitur in quocunq; alio triangulo rectangulo cuius latera quadrantibus ſint minora. Iam igitur ita concludemus id quod aſſũpſimus: ſicut ſinus totus ad ſinũ rectũ complemẽti arcus A m, ita ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinum rectum complemẽti arcus P E, per ſeptimam propoſitionem quinti: & ſicut ſinus totus ad ſinum rectum cõplementi arcus A m, ita ſinus rectus complementi arcus m B, ad ſinum rectum complementi arcus A B: igitur per 11. propoſitionem quinti ſicut ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinũ rectum complemẽti arcus P E, ita ſinus rectus cõplementi arcus m B, ad ſinum rectum complementi arcus A B: idcirco per permutatam proportionem ſicut ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinum rectum complementi arcus m B, ita ſinus rectus complementi arcus P E, ad ſinũ rectum arcus A B: æqualia autem ſunt ipſorum arcuum P E, A B, cõplementa: igitur & complementa arcuũ n E, m B, interſe æqualia, & arcus n E, arcui m B, æqualis, quod per theoremata Menelai cõciſius demõſtratur.

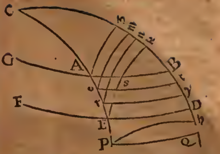
Sed redeamus ad inſtitutũ & inquiramus pũctũ illud eclipticæ, in quo quũ ſol extiterit, crepuſculũ efficiet crepuſculo æquinoctiali æquale. Erat autẽ in deſcripta figuratione arc⁹ B E, longitudo crepuſculi æquinoctialis, quod etiam debetur pũcto eclipticæ perallelũ ſo M, deſcribenti: E V, arcus occultationis ſolis in principio crepuſculi. Et quoniam arcus E C, quadrante minor eſt: arcus vero o C, reliqua



pars ſemicirculi: deſcribemus ſuper puncto C, tanquam polo arcum circuli maximi C Z H, ſecantem æquatorem in puncto Z, ipſos autẽ horizontes ſuper G, H. Igitur anguli ad G, H, recti ſunt per 19. primi libri Theod. & arcus C G, C H, quadrantes per 24. Atqui in duobus triangulis B Z H, G Z E, anguli ad Z, cõtra poſiti æquales ſunt, quod ſola communis ſentẽtia probare ſufficit: anguli ad E. B, æquales etiam, quia æqualium altitudinum æquatoris in ſimilibus horizontibus: & reliqui ad G, H, recti. Quapropter per 17. propoſitionem primi libri Menelai æqua ſunt latera quæ æqualibus angulis ſubtenduntur: æquales igitur arcus C Z, Z H. Hoc idem concludemus, ſi (vt paulo ante) rẽ ipſam proportionibus perſequamur: nam ab arcubus B C, C E, ſemicirculo æqualibus,

bus,& à duob⁹ H C, C G, itẽ ſemicirculo æquã libus detractis communibus H C, C E, duo arcus B H, G E, æquales relinquentur: ſunt autẽ ipſi anguli ad Z, æquales: igitur proportionum viam progredientes arcus B Z, Z E, æquales demonſtrabimus: rurſus G Z, Z H, æquales. At vero in triangulo B E V, ſicut decima propoſitio demõſtrauit, vt ſinus rectus anguli B, altitudinis æquatoris ad ſinum totum, ita ſinus rectus arcus E V, occultationis ſolis ad ſinum rectum arcus B E: idcirco per commune documentum numerorum proportionalium, ex tribus terminis cognitis quartus cognoſcetur, nempe ſinus rectus arcus B E: ipſe igitur arcus B E, longitudinis crepuſculi æquinoctialis notus, & dimidia eius pars B Z, cognita quoque. Porro in triangulo B Z H. ſicut ſinus totus ad ſinum rectũ anguli B, altitudinis æquatoris, ita ſinus rectus arcus B Z, ad ſinum rectum arcus Z H: quapropter ex tribus cognitis quartus Z H, innoteſcet. & totus ipſe arcus G H, cognitus. Quoniã vero ſicut ſinus rectus arcus G H, ad ſinum rectum arcus E V, ita ſinus rectus arcus G C, ad ſinum rectũ arcus E C: igitur ex tribus cognitis, quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus E C, & ipſe arcus E C, cognitus quoque: eum itaque detrahemus à ſemicirculo, & relinquetur arcus o C, notus: ideoque differentia o E, cognita, quæ quidem latitudini ortus quæſiti puncti eclipticæ æqualis exiſtit. Iam igitur ex latitudine ortus cognita in dato horizõte, cognoſcetur declinatio puncti parallelum f o M, deſcribentis, & per ſecundam propoſitionem ipſum eclipticæ punctum cui ea reſpondet.

NVnc tranſeamus ad inueſtigandum quantitatẽ breuiſsimi crepuſculi quod in dato horizonte eſſe poteſt, & punctum eclipticæ in quo illud fiat. Eſto igitur æquinoctialis circul⁹ B A G, obliquus horizon Q B C: efficiat autem ſol breuiſsimum crepuſculum, quum parallelum deſcribit D F, & ſit eius menſura arcus æquatoris A B: veniat autẽ per A, horizon P A C, priori ſimilis: & ipſius crepuſculi breuiſsimi arcus in parallelo D F, eſto E D. Aio primum arcum E C, eſſe quadrantem. Deſcribantur alij quiuis paralleli vt o t, r y, P Q: & deducantur in horizonte Q B C, perpendiculares arc⁹ A z, o m, r n, E K, P h. Igitur arcus E k, eſt oc-



cultatio ſolis in principio breuiſsimi crepuſculi: ſunt autem omnes ipſi arcus parallelorum inter deſcriptos horizontes intercepti proportionales, & breuiſsimum crepuſculum eſt E D: igitur quum ſol deſcribit parallelum r y, priuſquam motu primi cæli perueniat ad r, punctũ matutinum crepuſculum inchoat: arcus itaq; r n, circuli verticalis quo adhuc occulitur ſub horizonte Q B C, minor eſt quam E K, ſolis occultatio crepuſculina. Atqui ſicut ſinus rectus arcus E K, ad ſinum rectum arcus r n, ità ſinus rectus arcus E C, ad ſinum rectũ arcus r C: maior autem primus terminus ſecundo, & maior igitur tertius quarto. Similiter demonſtrabitur quod ipſe ſinus rectus arcus E C, maior ſit ſinu recto arcus o C, & cuiuſcunque alterius arcus quem vel in C, vel in oppoſitam partem, paralleli ſolis diſtingunt. Quapropter ſi rectus ſinus arcus E C, maior exiſtit ſinibus rectis eorũ arcuum quos proxima puncta collateralia finiunt, eum quadrantẽ eſſe neceſſe eſt. Iã igitur breuiſsimi crepuſculi quantitatẽ facile cognoſcemus: ſecet enim arcus E k, arcum æquatoris A B, in pũcto s. manifeſtũ eſt ex eis quæ paulo ante demonſtrauimus, arcus A s, B s, æquales eſſe: rurſus E s, k s, inter ſe æquales. Quoniã vero in triangulo rectangulo s B K. ſicut ſinus rectus anguli B, altitudinis æquatoris ad ſinum totum, ita ſinus rectus arcus k s, dimidiæ occultationis crepuſculinæ ad ſinum rectum arcus B s, dimidiæ longitudinis breuiſsimi crepuſculi. idcirco ex tribus terminis notis quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus B s: per tabulam igitur ſinus recti arcus B s, cognitus erit: & totus A B, cognitus quoque, propterea ipſa breuiſsimi crepuſculi longitudo nota. Rurſum in ipſo triangulo rectangulo s B k, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus B K, ita ſinus rectus complementi arcus k s, ad

 ſinum

ſinum rectum complementi arcus B S: primus autẽ terminus tertius atq; quartus cogniti ſũt: igitur ſecũdus innoteſcet per cõmune documẽtum numerorũ proportionalium: quapropter ſubtrahemus à quadrante complementũ arcus B K, cognitum, & relinquetur ipſe arcus B K, aut ei æqualis A E: porro æquales oſtenſi ſunt B D, A E, igitur B D, latitudo ortus pũcti eclipticæ in quo breuiſsimum crepuſculum fit cognita erit. Ex latitudine autem ortus cognita in dato horizonte, concepti puncti eclipticæ declinatio deprehendetur, & per ſecundam propoſitionem ipſum eclipticæ punctum cui ea debetur. Poſtquã igitur quæ propoſuimus geometricis demonſtrationibus inueſtigauimus: reliquũ eſt vt ea omnia numeris perſequamur. In primis itaq; ſolem æquatorem poſsidere ponamus, & ſuppuremus in dato horizonte longitudinem crepuſculi, exempli gratia, vbi polus arcticus eleuatur gra. 38. mi. 40. præterea pũctum illud eclipticæ inquiramus in quo iterũ æquale crepuſculũ fit. Igitur multiplicabimus 27626. ſinum rectum occultationis ſolis in ſinum totũ, productũ diuidemus per 78079. ſinũ rectũ altitudinis æquatoris, & prouenient 35382. ſinus rectus arcus lõgitudinis crepuſculi: quibus reſpõdent in tabula gra. 20. mi. 43. ſe 20. huius dimidium gradus habet 10. mi. 21. ſe. 40. ſinus rectus, partes 17985. hũc numerũ multiplicabimus in 78079. productũ diuidemus in ſinũ totũ: & venient 14042. ſinus rectus gra. 8. mi. 4. ſe. 20. igitur duplus arcus gra. 16. mi. 8. ſe. 40. eius ſinus rectus 27806. per hũc diuidemus eũ numerũ qui fit ex multiplicatione ſinus totius in 27626. ſinũ rectũ arcus occultationis: & venient 99353. quibus reſpõdent gra. 83. mi. 29 ſere: hos auferemus à ſemicirculo & relinquentur gra. 96. mi. 31. & ab his rurſus auferem⁹ gra. 83. mi. 29. & relinquetur gra. 13. mi. 2. latitudinis ortus: eius ſinũ rectũ 22551. multiplicabim⁹ in 78079. productũ diuidemus per ſinũ totũ, & venient ex partitione 17607. & dimidiũ: ſinus rectus gra. 10. mi. 8. ſe. 30. declinationis. Demũ multiplicabimus in ſinũ totũ 17607. & dimidiũ: productũ diuidemus per 39874. ſinũ rectũ maximæ declinationis eclipticæ: & venient 44158. ſinus rectus gra. 26, mi. 12. ſigni Libræ: aut gra. 3. mi. 48. ſigni Piſciũ. Igitur decima die mẽſis Octobris & duodecima Februarij in ãno cõmuni, crepuſcula fiũt æqualia noſtra ætate iis quæ rurſus ſol efficit quũ primã Arietis partẽ aut libræ ingreſſus fuerit. hoc autẽ in horizõte Olyſsipponenſi. Præterea vt longitudinem breuiſsimi crepuſculi, & punctum eclipticæ in quo fiat cõmoſtremus, multiplicabimus ſinum totũ in 13946. ſinum rectum graduum 8. mi. 1. dimidij arcus occultationis: productumque diuidemus per 78079. ſinum rectum altitudinis æquatoris: & veniẽt ex partititione 17861, ſin⁹ rectus gra. 10. mi. 17. ſe. 20. quos habet dimidia longitudo breuiſsimi crepuſculi. Igitur breuiſſimum crepuſculum gra. 20. mi. 34. ſe. 40. Sed vt punctum eclipticæ inueniamus in quo ipſum fiat, multiplicabimus 98391. ſinum rectũ complementi dimidiæ longitudinis crepuſculi in ſinum totum: productum diuidemus per 99022. ſinum rectum complementi dimidij arcus occultationis, & venient ex partitione 99363. ſinus rectus gra. 83. minu. 32. quos habere neceſſe eſt complementum latitudinis ortus quæſiti puncti eclipticæ: his igitur detractis à quadrante relinquetur arcus latitudinis ortus graduum 6. min. 28. eius autem ſinum rectum 11262. multiplicabimus in 78079. productum diuidemus per ſinum totum: & veniẽt 8793. ſinus rectus grad. 5. mi. 2. ſe. 40. declinationis auſtralis. Proinde multiplicabimus 8793. in ſinũ totum: productum diuidemus per 39874. ſinũ rectum maximæ declinationis: & venient ex partitione 22052. ſinus rectus graduum 12. mi. 44. ſigni Libræ, aut gra. 17. minu. 16. ſigni Piſcium. Igitur breuiſsima crepuſcula noſtra ætate 26. die Septẽbris & 25. Februarij in ipſo horizonte Olyſsipponenſi. Aduertendum eſt autem impoſsibile non eſſe, vt in aliqua regione fiant duo crepuſcula breuiſsima in duobus diebus continuis: vt ſi exẽpli gratia in aliqua die anni arcus F C, eſſet gra. 90. mi. 15. & in proxima die fuiſſet F C, grad. 89. minu. 45. ſed ipſos duos dies in quibus breuiſsima crepuſcula fieri poſſe affirmamus, continuos non eſſe, prorſus impoſsibile eſt: ſequeretur enim vt in die intermedia crepuſculum fieret breuius breuiſsimo. Nec vero neceſſe eſt arcum F C, quadrantem eſſe, etiam ſi vnum tantum breuiſsimũ crepuſculum habeatur E D, in hyemali quadrante, rurſus in autũnali. Sed aut quadrans erit ipſe arcus F C, aut quadrante maior aut minor minima tamen differentia. Ita enim eius ſinus rectus maior erit ſinu recto cuiuſcunque alterius arcus circuli P A C, qui ad C, punctũ terminatur. Quamuis igitur eum ſemper quadrantem ſubijciamus, nulla propterea diuerſitas ab exacta ratione fiet.

☙ *Tabula arcuum crepuſculorum ad initia ſignorum pro varia poli arctici ſublimitate.*

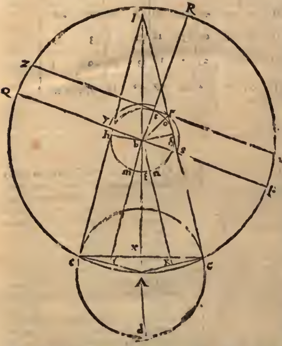
Polares eleuationes.	Capri.		Sagit. Aqua.		Scorp. Piſces.		Libra. Ari.		Virgo. Taur.		Leo. Gemi.		Cácer.	
	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.
3 0	20	5	19	35	18	46	18	36	19	33	21	16	22	15
3 3	20	48	20	15	19	22	19	14	20	19	22	20	23	31
3 6	21	37	20	42	20	5	19	58	21	15	23	38	25	5
3 9	22	39	21	58	20	54	20	49	22	21	25	15	27	6
4 2	23	51	23	4	21	52	21	49	23	41	27	19	29	47
4 5	25	16	24	21	23	00	23	00	25	18	30	5	33	39
4 8	27	1	25	55	24	21	24	23	27	16	33	56	40	3
5 1	29	8	27	48	25	54	26	2	29	49	40	13	*nox tota.*	

Propoſitio. XVIII.

☙ *Summam vaporum eleuationē metiri.*

PRriuſquam ad id quod præſens problema proponit, explorandum accedam⁹, nonnulla ordinatim demōſtrabimus, quæ neceſſario præmittere oportebit. Primum, ſi luminoſum ſphæricum aliud ſphæricum corpus illuminat, neceſſe eſt extremos radios luminoſos vtranque ſphæram contingere. Quod ſi procidētes radij vtrunque corpus contingunt, eos extremos eſſe longiſsimos que neceſſe eſt. Illuminet enim ſphæra cuius centrum A, eam ſphæram cuius centrum b: & cōuexa recta A b, agatur per eam planum vtranque ſphæram ſecans: manifeſtum eſt ex prima primi Theo. communes ſectiones plani & ſphærarum circulos eſſe maximosque. Igitur ſint huiuſmodi circuli c d e, f g h. Quoniam vero lumen per rectas lineas quoquo verſum ſe diffundit, ſit recta c g aut e h, extremus radius in ſuperficie coni aut cylindri luminoſi ſecundum quem fit illuminatio, à baſi ad faſtigium protenſa. Dico quod ipſa c g, aut e h, eos ambos circulos ſphærarū contingit. Nam ſi recta c g, circulum f g h, non contingit, ſecat igitur eum. Quare ſi à puncto c, ducatur recta quædam linea ipſum circulum f g h, contingens per 17. propoſitionem tertij Euclid. vel cadet inter rectam c g, & eam que c, punctum cum b, circuli centro cōnectit, vel extra ipſam c g. Si primum, duæ igitur ipſæ rectæ lineæ nempe c g, & ea quæ circulum tangit, ſuperficiem claudent, quod eſt impoſsibile. Si detur ſecundum, quum per ipſam contingentem rectam lineam, & per alias quoque inter eam & c g, cadētes lumen diffundatur, non erit igitur c g, extremus radius: neque item longiſsimus. Nam quælibet aliarum remotior eſt, lōgiorq; per octauā propoſitionē tertij. Quapropter neceſſe eſt vt recta ipſa c g, extremus radius circulū contingat in pūcto g. Simi-

Similiter demōnſtrabitur quod contingat circulum c d e, in puncto c: ex oppoſito enim eadem incōmoda inferuntur. Igitur extremus radius qui prodit à corpore luminoſo ſphærico in corpus ſphæricum quod ab eo illuminatur, vtrunque corpus contingit. Rurſus ponatur rectam c g, ipſos circulos tāgere ſuper pūctis c g. Dico quod radius c g, extremus erit longiſsimusque. Si non, prodeat igitur vel ad g, ab alio puncto: vel ab c, ad aliud: vel quouis alio modo, igitur duæ rectæ lineæ ſuperficiem claudēt quod eſt impoſsibile. Quare ſi recta linea vtrāque ſphæram tangat, extremus radius erit, longiſsimusque, quod demonſtraſſe oportuit.



SEcundū. Luminoſum ſphæricū ſphærici minoris pluſquam dimidium illuminat, ſub eodemque cono comprehenduntur verticem habente in minorem ſphærā. Illuminet enim ſphæra maior cuius centrum A, minorem ſphæram cuius centrum b: & connexa a b: agatur per eam planum vtranque ſphæram ſecans: ſint itaque cōmunes ſectiones ipſi circuli c d e, f g h: extremi autem radij illuminatam partem comprehendentes ſint c g, e h: portio illuminata ſit arcus g f h. Aio hanc ſemicirculo maiorem eſſe. Eſto enim punctum f, in communi ſectione rectę A b, & arcus g f h: & coniungantur A c, A e, b g, b h: præterea abſcindātur a rectis A c, A e, maioribus, e i, c k, ipſis b h, b g, minoribus æquales per tertiam primi. & coniungantur b i, b k: ſecent autem hæ arcum g f h, in punctis m n. Quoniam vero recta e h, ipſos circulos contingit per primum demonſtratum, idcirco anguli A e h, b h e, recti erūt per 18. tertij: igitur A e, b h, parallelæ per 28. primi: atqui æquales factæ ſunt e i, b h: propterea anguli A e h, i b h, æquales erūt per 34. propoſitionem primi: rectus igitur angulus i b h: quapropter arcus h m, quadrans. Similiter demōſtrabitur arcū g n, quadrantem eſſe. Tot⁹ igitur arcus g f h, ſemicirculo maior, & reliquus arcus g h, ſemicirculo minor: recta autē b f, partē circuli illuminatā in duo æqualia ſecat. Nam in duobus triāgulis A i b, A k b, duo anguli ad i, & K, puncta recti ſunt, rectæ vero A i, A K, æquales: idcirco per 47. propoſitionem primi & cōmunē ſententiā: reliqua latera ęqualia erūt. igitur per octauā anguli A b i, A b K, æquales erunt: arcus igitur f n, f m, æquales per 26. tertij: quare per cōmunem ſententiam arc⁹ f g arcui f h, æqualis. At vero rectas lineas A b, c g, e h, in rectum productas ad vnū punctum concurrere breuiſsime demonſtrabitur. Anguli enim ad i, k, recti ſunt: igitur anguli ad A, acuti: idcirco per quintum poſtulatum primi libri duæ rectæ A b, e h, in rectum productæ concurrent ad partem b h: concurrant igitur in puncto l: ſimiliter demonſtrabitur rectas A b, c g, concurrere ad eandē partē. Cæterum quod huiuſmodi concurſus in ipſo pūcto l, fiat, ex eo liquet quod duo anguli l b h, l b g, æquales ſunt, quia duobus qui ad A, ſiunt æquales

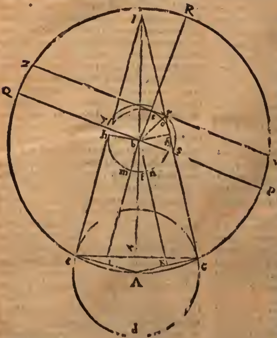
æquales per 28. & 29. primi anguli vero quos ad g h, puncta rectæ b g, b h, faciunt, æquales nempe recti. Igitur producta recta c g, duo triangula æqualia fiēt ſuper ipſis baſibus b g, b h, æqualibus per 26. propoſitionem primi. Neceſſe igitur eſt concurſum fieri in ipſo l, puncto: alibi enim ſi fieret, eſſet pars æqualis toti quod eſt impoſsibile. Iam igitur quod in vno plano de arcubus circulorū demōſtrauimus, deq; rectis lineis in effigiē metæ ad vnū punctum cōcurrentibus, ad ſolida trāsferemus. Etenim recta e e, cōnectatur quæ rectam A l, ſecet in pūcto x: & bina triangula intelligantur A e x, A c x, quæ neceſſe eſt æqualia eſſe, per quartam primi: igitur per eandem bina triangula e l x, c l x. æqualia erūt, æqualeſq; habebūt angulos qui ad x: idcirco ipſi qui ad x, anguli recti ſunt per decimam diffinitionem primi. Intelligamus autē rectam A l, produci vſq; ad d, vt circulū ipſum maiorem in ſemicirculos diuidat. Præterea cōcipiam⁹ manēte recta linea d l, cōmuni axe, rectangulū triangulū e l x, ſimul & ſemicirculos qui ad e h, pertinent circūduci, donec in idē rurſus vnde ferri incœperāt reuertātur: ſemicirculi ſphæras gignent, triāgulū vero conū vtráq; ſphærá cōprehēdētē, cuius quidem baſis, circulus quidā qui dimetientem habet e c.

Correlarium. Ex hoc manifeſtum eſt quod ſicut partis maioris ſphæræ minorem ſphærā illuminantis ad partem ipſius minoris obumbratam, ita partis non illuminantis ad partem illuminatam. Sunt enim anguli g b h, c A e, æquales: igitur arcus e c, g h, ſimiles: & reliqui quoque arcus proportionales.

Aliter vt Ariſtarchus Samius in libro de magnitudinibus & diſtantijs ſolis & lunæ. Si ſphæra à maiore quam ipſa ſit ſphæra, lumen aſſumat, maius dimidio lumine perſunditur: ambęque ſphæræ ab eodem cono comprehendūtur. Sphæra enim cuius centrum b, à maiore quam ipſa ſit ſphæra lumine perſundatur, cui⁹ cētrū A: aio lumine perſuſam partē ſphæræ cuius centrū b, maiorē eſſe hemiſphærio: ambaſq; ſphæras ab eodē cono comprehendi. Coniūgantur enim A b, & per ipſam A b, agatur planum vtranque ſphæram ſecās: ſintque cōmunes ſectiones, circuli c d e, f g h, maximiq; per primū librum Theodoſij: & protracta A b, in rectum recta linea inueniatur b l, per 32. propoſitionē ſexti libri Euc. ad quam recta ipſa A b eā habeat rationē quam differentia ſemidiametrorū prędictorū circulorū ad f b, minoris circuli ſemidiametrū: igitur per cōpoſitā rationē 18 propoſitione quinti libri oſtēſam, ſicut ſemidiameter maioris circuli ad ſemidiametrū minoris, ita A l, ad b l. Deinde à pūcto l, recta linea deducatur l h, quæ circulū f g h. ſuper h, puncto contingat per 17. propoſitionē tertij: & extēſa ipſa l h, in rectū, cōnexaq; b h, ducatur per A, pūctū ipſi b h, parallelus recta linea A e, per 31. propōnem primi. Quapropter bina triangula A l e, b l h, æquiāgula erūt per 29. eiuſdē primi & latera igitur habebunt proportionalia per quartā ſexti: idcirco vt A l, ad b l, ſic A e, ad b h ſunt autē æquales f b, b h. nēpe eiuſdē circuli ſemidiametri: igitur per ſeptimam quinti vt A l, ad b l, ita A e ad f b: atqui vt A l, ad b l, ita ſemidiameter circuli maioris ad f b, oſtenſū eſt: propterea recta ipſa linea A e, ſemidiameter erit circuli e d e, per nonā eiuſdē quinti libri. At vero angulus l h b, rectus eſt per 18. propoſitionē tertij, rectus igitur ei æqualis l e A, quare per correlariū 16. propoſitionis tertij, recta e l, circulū c d e, tangit in pūcto e: deducatur autē ab e, pūcto recta e x, perpēdicularis in A l: & producatur A l, vſq; ad d: itaq; ſi manente d l, triāgulū rectangulū e x l, pariter & ſemicirculi qui ad e h, pertinent in idē rurſus reuoluātur, vnde ferri incœperūt, ſemicirculi gignent ſphæras ipſas quorū centra A, b: triangulū vero conum eas cōtingentē: quandoquidē in omni permutatione recta e l, ſemicirculos contingit. Proinde ſphæræ pars lumine perfuſa hemiſphærio maior eſt. nam quū angulus ad h, rectus ſit, neceſſe eſt angulū l b h, acutū eſſe. Similiter deducta à pūcto l, contingente vtrūq; circulū recta linea l g e: & cōiugatis b g, A c, angulus l b g, acutus iudicabitur: duo itaq; anguli h b f, g b f, obtuſi, & arcus g f h, ſemicirculo maior: pars igitur ſphæræ minoris ſub ipſo arcu cōprehēſa hemiſphærio maior: qđ demōſtraſſe oportuit.

TErtium præmittendum. Ex cognita diſtātia cētrorum prædictarum ſphærarū, & ratione ſemidiametrorum, arcū maximi circuli minoris ſphæræ, ſub quo pars eius illuminata comprehenditur, numeris indicare. Vtamur enim ipſa eadem figuratione: ratio autem A e, ad b h, cognita ſupponatur: & A b, centrorum diſtātia, in eiſdē partib⁹ ſemidiametrorū, nota;

propoſitumque ſit arcum g f h, ſub quō minōris ſphæræ pars radijs illuſtrata comprehenditur, pate facere. Igitur quoniam ratio rectæ A e, ad b h, nota ſupponitur, recta A i, earum differentia, in partibus eiſdem diametrorum maioris & minoris ſphæræ nota erit: at vero & in ipſis quoque partibus diſtantia A b, nota datur: igitur ratio A b, ad A i, etiam nota fiet. angulus autem ad i, rectus exiſtit: igitur



in triangulo rectangulo A i b, ſicut recta A b, ad rectam A i, ita ſinus totus ad ſinum rectum anguli A b i, per lemma ſextæ appendicis: horum quatuor terminorum proportionaliū tres primi ſunt noti: idcirco reliquus notus: multiplicabimus enim differentiam ſemidiametrorum in ſinum totum: productumque numerū diuidemus per diſtantiā centrorū: proueniet q; ex huiuſmodi partitione numerus partium quas habet ſinus rectus arcus f m, angulū A b i, ſubtendentis: & ipſe igitur arcus f m. per tabulam ſinus recti innoteſcet. Quare quum oſtenſum ſit arcum h m, quadrantem eſſe, totus arc⁹ f h, ex eis cōflatus cognitus erit. Atqui demōſtrauim⁹ ſuperius arc⁹ f g, f h, æquales eſſe: igitur tot⁹ arc⁹ g f h, ſecūdū quē minor ſphæra a maiore illuminatur cognita reddetur, quod erat demōſtrandū. Hinc colligi poteſt quāta terræ portio ſole illuſtretur, ſuppoſita ex quinto libro magnæ cōpoſitionis Ptolemæi, diſtātia cētrorū partiū 1210. qualiū ſemidiameter terræ eſt pars vna, et ſolis ſemidiameter quinq; et dimidiū.

Iamvero his præmiſsis fūdamentis, quāto interuallo à terra diſtent ſummi vapores, qui aerem condenſant, ipſantque facile demonſtrabimus. Repetatur hæc ipſa figuratio qua paulo ante vſi ſumus. Sphæra cui⁹ centrū A, eſto corpus ſolare: ſphæra cui⁹ cētrū b, eſto terræ globus. Intelligatur autē circulus quidā maxim⁹ A P R Q. ſuper b, centro mūdi deſcriptus interuallo A b, per horizōtis polū duct⁹ & ſolis centrū apud initiū crepuſculi matutini: communis ſectio plani hui⁹ cōcepti circuli cū ſole eſto circul⁹ c d e: cū terra vero circul⁹ f g h: ab arcu e c, radij ſolares procidāt e l, c l, terrā contingētes ſuper pūctis g, h, igitur ſub arcu g f h. pars terreni globi radijs ſolaribus illuſtrata cōprehēditur: ſed ſub reliquo arcu g h pars vmbra obcecata. Eſto præterea punctum R, horizontis polus: & connectatur b R. circulum f g h, ſecans ſuper puncto r, in quo centrū viſus collocatur: recta deinde P Q, per centrum mūdi veniens, eſto communis ſectio horizontis & deſcripti circuli A P R Q: recta vero z r v, eiuſdem circuli communis ſectio & alterius cuiuſdam circuli quē ſenſibilem horizontē appellamus, qui ob terreni globi paruitatem à cōcepto horizōte quod ſola ratione percipitur inſenſibili differētia diſtat ei parallelus. At vero quāuis horū horizontum diſtantia reſpectu eius interualli quo ſol à terra abeſt, perexigua ſit, nihilominus ſuorū diametrorū magna quidē differētia.

Nam

Nam qui ratione percipitur, mundum totũ in
duo ſecat,& ad ſtellarũ fixarum ſphęram perti
net.ſed qui ſenſu vſurpatur,ex Procli ſenten-
tia duum millium ſtadiorum dimetientem ha-
bet. at vt Macrobius putat trecentorum tan-
tum & ſexaginta, centum enim & octoginta
ſtadia(inquit) nõ excedit acies cõtra vidẽtis,
ſed viſus cũ ad hoc ſpatiũ venerit,acceſſu defi-
ciẽtis in rotũditatẽ recurrẽdo curuatur. Alber-
tus magnus eũ mille ſtadiorum ſtatuit,ſed ſen-
ſibilem appellat,alia ratione. Veiũtamen ſiue
diameter ſenſibilis horizontis,tantam longitu
dinem habeat,quantam ſuppoſuit Proclus, ſi-
ue minorem vt Macrobius,nihil propterea de-
mõſtratio noſtra variabitur.Nã orientẽ ſolẽ &
occidentem intuemur,atq; ſtellas. Quonã ve-
ro modo authores intelligendi ſint, quum vi-
dendi terminos ad prædictas diſtantias præfi-
niunt,aut maiores, aut minores,ad aliam doc-
trinam determinare pertinet. Reuertamur ad
inſtitutũ, duæ rectæ P Q ,z v, æquidiſtantes
ſunt per 16. propoſitionem 11. Eucli. angulus,
vero R b P, rectus exiſtit, quia R P, quadrãs
igitur angulus b t v, rectus etiam, quod item
per primum librum Theo.concludi poſſet.rec
ta idcirco z v, circulum tangit in puncto t.per
correllarium 16. propoſitionis tertij.Quoniam
vero ab aêre puro tenuiq; non fit luminis refle
xio:concipiamus animo ſphæram vaporum, à
terra mariq; aſcẽdentiũ, qui aerem vſq; eo ſpiſ
ſant,condenſantq;,vt ſolis lumen reflexionem
efficere poſſit:nam quod vltra hanc ſphæram
verſus cœlũ eſt,quanquã nocturno tẽpore illu-
mineiur à ſole,ob reflexionis defectum viſibi-
le non eſt.Eſto autẽ v r s,arcus circuli maximi
huiuſmodi ſphæræ ſuper b,centro deſcripti:eũ
ſecet recta z v, ſuper r, puncto.Igitur quamuis
ante crepuſculum matutinum,ab omni punc-
to arcus r s,lumen ſolis reflectebatur,nullus ta-
men radius peruenire potuit ad t,centrum vi-
ſus,quia ſub recta linea t v,nulla recta linea ſu-
mi poteſt,quæ circulũ non ſecet, quẽadmodũ
in 16.propoſitione tertij Euclidis demõſtratur:
erat idcirco terræ globoſitas impedimẽto, quo
minus videretur quod ſub ipſa recta linea t v,
collocabatur.At etiã quicquid intra turbina-
tã terræ vmbrã g l h,continetur aſpici non po-
teſt.Primũ igitur punctũ quod illuminatũ ap-
paret,in principio crepuſculi matutini,quũ il-
luceſcit,eſt r.Nã neq; in eo aêre tenuiſsimo,li-
quidiſsimoq; exiſtit,qui lumen ſolis nobis mi
nime reddit:neq; intra terrę vmbrã:neq; ſub ſẽ

ſibilis horizõtis planitię.Itaq; cõnectatur b r,
recta linea quæ circulũ terræ ſecet in o, pũcto:
fiet idcirco ipſa o r,ſũma vaporũ altitudo qui à
terra in ſublime attollũtur, cui⁹ lõgitudinẽ in
hũc modũ perſcrutabimur.Angulus P b t,rec-
t⁹ exiſtit,angulus vero A b P,depreſsionis ſolis
ſub horizõte,not⁹ per precedẽtẽ propõnẽ:tot⁹
igitur angulus A b t,not⁹: ab hoc ſubtrahemus
angulũ A b g,notũ etiã,nẽpe dimidiũ terræ ar-
cũ ſolle illuſtratũ ſubtendẽtẽ,& relinquetur an
gulus g b t,notus.Porro angulus quẽ b g,cũ rec
ta g l,circulũ contingẽte ad pũctũ g,facit, rect⁹,
eſt per 18.propõnẽ tertij:angulus etiã ad t, rec-
tus:igitur bina triãgula b r g,b r t, æqualia ha-
bent latera per 47.propõnẽ primi & cõmunẽ
ſententiam:æquiãgula idcirco ſunt ipſa triãgu
la per octauã primi & angulus t b r,dimidium
anguli t b g: at innotuit iam ipſe angulus t b g,
innoteſcet igitur & t b r : quare reliquus angu-
lus t r b,trianguli b r t,cognitus erit: eſt autem
ſicut ſinus rectus anguli t r b, ad ſinum totum,
ita recta b t,ad rectam b r,per lemma ſextæ ap-
pendicis:& harũ quatuor quantitatũ duæ pri-
mæ notæ ſunt : tertia vero,recta nempe linea,
b t,quot ſtadia habeat cognoſcitur, ſuppoſito
numero ſtadiorum totius orbis f g h,ex Ptole-
mæo aut Eratoſthene,ſuppoſita etiam propor
tione eiuſdem circuli ad diametrum ex Archi
mede.Quare per commune documentũ nume
rorum proportionaliũ,numerus ſtadiorũ rectæ
b r,cognitus erit : ab eo autem auferemus nu-
merũ ſtadiorum ſemidiametri: & relinquetur
nota recta o r,diſtantia videlicet qua editiſsi-
mi vapores à terra abſunt, quod inueſtigandũ
propoſuimus.Sed vt facilius hoc idẽ computa
ri poſſit,intueri oportet,quod ſi ſol non prius il
luminare inciperet ſuperum hemiſphæriũ,quã
æqualem arcum haberet ſub horizonte differẽ
tiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati,cre
puſculum matutinũ non fieret: lamberet enim
eius ſupremus radius horizontem exortiuum.
Atqui matutinũ crepuſculum fit: igitur priuſ-
quam ſub æquali arcu occultetur ipſi differen
tiæ quadrantis & dimidij arcus illuminari, ſu-
perum hemiſphæriũ illuminare incipit. Eſt
itaque ſemper arcus occultationis ſolis ſub ho-
rizõte,apud initiũ crepuſculi matutini aut veſ
pertini finẽ,maior differẽtia quadrãtis & dimi
dij arcus illuminati.Ipſa igitur differẽtia ab ar
cu occultationis ſubtracta,arcum relinquet æ-
qualẽ ei q inter pũctũ in quo radius ſolis globũ
terrenũ tãgit,& cẽtrũ ſẽſibilis horizõtis interia

 cet,

cet in quod viſus omnes cõfluunt,quẽ admo-dum in ipſa figuratione animaduertere licet: nam duo anguli n b g,P b t,recti ſunt: à quibus detracto communi angulo P b g, duo anguli n b P,g b t,æquales relinquuntur:porro idẽ ipſe angulus n b P,relinquitur, ſubtracto angulo A b n,differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati,ab angulo A b P, occultationis ſolis,in principio crepuſculi matutini: idẽ enim iuditiũ habetur de angulis & de arcubus,quippe quod arcus angulorum ſint menſura. Quoties igitur ſummam vaporum altitudinem metiri libuerit,multiplicabimus in ſinum totum differentiam ſemidiametrorum ſolis & terræ adijciendo quinque ziphras: productum diuidemus per diſtantiam centrorũ, & proueniet ſinus rectus differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati:eius arcum ſubtrahemus ab arcu depreſsionis ſolis, & relinquetur arcus inter centrum ſenſibilis horizõtis & punctum illud in quo radius ſolis terrenum orbem tangit: deinde dimidij huius arcus complementum ſumemus: & per ipſius complementi ſinum rectum diuidemus eum numerum, qui ex ductu ſinus totius in numerum ſtadiorum ſemidiametri terræ fit: equidem proueniet ex partitione diſtantia ſummorum vaporum à centro terræ:ſublata igitur ſemidiametri menſura,ſuprema ipſa altitudo in quam vapores attollun tur nota relinquetur.

Ptolemæi & Marini ſententia de menſura terræ

ADuertendum eſt autem circa menſuram ſemidiametri terræ, quod ex ſententia Ptolemæi & Marini vni gradui cæleſti in terreſtri ſupficie quĩgeñta ſtadia reſpondent: quare vniuerſus terræ circuitus ſecundum maximum eius circulum, centũ octoginta mille ſtadia cõprehẽdet. Sed Plinius & Strabo ſeptingenta ſtadia numerant in quo libet gradu:ita vt tota circunferentia ſtadiorum ſit ducentorum quinquaginta duorũ millium: tantamq; Eratoſthenem deprehendiſſe aiunt. Cleomedes tamen obſeruationem & computationem Eratoſthenis memorat,ex qua tantum ducenta quinquaginta millia ſtadia eliciuntur: eius obſeruationis & demonſtrationis ſumma hæc eſt. Supponatur Sienem & Alexandriam ſub eodem eſſe meridiano: interuallumque inter ambas ciuitates quinque millium ſtadiorum. Præterea Sienem ſub tropico æſtiuo collocatam eſſe. Itẽ radios ſolis apud terram parallelos eſſe,quod á multis demonſtratum habetur:coincidunt enim, ſed ob eorum immenſam longitudinem æquidiſtantes apparent:vnde fit vt arbores etiam vmbras iaciant quantum ad ſenſum paribus interuallis diſtinctas: in quo Plinius erravit. Nam quod vmbræ parallelę ſint,amplitudo ſolis cauſa non eſt,ſed immenſa eius diſtantia. Quippe ſi perexiguus ſol eſſet,ad eandem tamen intercapedinem poſitus,modo eius radij ad terram peruenire poſſent,nihilominus vmbras arborum iaceret,paribus interuallis diſiunctas. Hoc obiter monuiſſe ſat ſit:nũc ad Eratoſthenis obſeruationem redeamus. Gnomone in Alexandria recto exiſtente ad horizontis planum:ſole principium Cancri tenente,meridiano tempore acutus angulus qui à radio ſolis ad verticem Gnomonis fit, quinquageſsimæ circuli parti ſubtenſus inuenitur: hic autem æqualis cenſetur alterno angulo qui ſuper centro terræ ex duabus rectis lineis coincidentibus fit, quarum altera in rectum ducta per Sienẽ tranſit,& ad ſolem vſque pertingit:altera per Alexandriam,cum Gnomone vnam rectam lineã conſtituit ad cœlum extenſa. Quapropter arcus terreſtris circuitus inter Sienem & Alexãdriam,ſimilis habebitur ei qui in cœlo inter ipſorum locorum vertices comprehenditur,eundem angulum ad terræ centrum ſuſcipienti: quinquageſsimam igitur partem maximi circuli terræ, inter Sienem & Alexandriam eſſe neceſſe eſt:totus idcirco ambitus ducentorum quinquaginta millium ſtadiorum. Magnũ certe diſcrimen inter Ptolemæi & Eratoſthenis ſententias,niſi ſtadiorum menſura(vt puto)inæqualis fuerit. Arabes quoque ſuas habent de hac re opiniones quas aſſeuerant. Vtcunq; ſit, ſequemur nunc Eratoſthenis authoritatem, & ſuppoſita ex Archimede proportione circunferentiæ circuli ad diametrum, numerum ſtadiorum ſemidiametri terræ inueniemus 39773 ferè.

Plinius. Strabo.

Eratoſthenis obſeruatio ex Cleomede.

Plinij error.

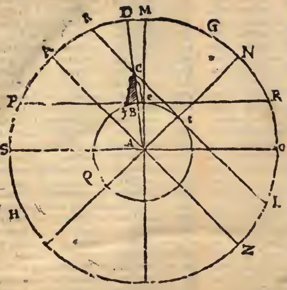
PRæterea animaduertendũ quod de diſtantia cẽtri terræ à cẽtro ſolis variant authores. Ptolemæus enim eam poſuit partiũ 1210. qualium ſemidiameter terræ eſt vna,& ſemidiameter ſolis

Albategnius. lis quinq; & dimidium, Albategnius cõtendit maximam eſſe, partium 1146. mediam 1108. minimã vero 1070. ſed ſiue vna ſiue altera vtamur, ad cognoſcendum partem terræ ſole illuſtratam, nihil propterea nota dignum variabitur. Nam neque principium crepuſculi matutini aut veſpertini finis, oculis poteſt adeo exacte examinari, quin aliquot ſecunda minuta tẽporis omittantur. Verum neque ob id in ſupremorum vaporum altitudinis ſupputatione ſenſibilis diuerſitas fiet. Poſſet autem quotidie ex argumento ſolis cognito, prædicta diſtantia deprehendi, ſed præſtat longitudine media ſemper vti. Multiplicabimus igitur quatuor & dimidiũ differentiã ſemidiametrorũ in 100000. ſinum totum, fientque 450000. hunc numerũ diuidemus per 1108. mediam longitudinem, & venient 406. quibus in tabula ſinus recti reſpõdent arcus minuta prima 14. fere, videlicet differentia quadrantis & dimidij arcus illuminati: ipſa deinde 14. minu. auferemus à grad. 16. mi. 2. occultationis ſolis, & remanebunt grad. 15. mi. 48. horum dimidium gra. 7. mi. 54. præterea huius dimidij complementum grad. 82. minu. 6. ſinus rectus 99050. multiplicentur autem ſtadia 39773. ſemidiametri terræ in ſinum totum, fient 3977300000. diuidatur is numerus per 99050, veniẽt ex partitione 40154. ſtadia; ab his detrahemus 39773. & relinquetur ſumma vaporum altitudo ſtadiorum 381: at ſi altiſſimi vapores in 400. ſtadia aſſurgerent, arcus occultationis in grad. 16. minu. 24. excreſceret. *Locus Plinij emendatus.* Non ſunt igitur hæc incomperta & inextricabilia vt Plinius putat libro ſecundo cap. 23. in quo loco ita legendum cenſeo. Poſsidonius non minus cccc. ſtadiorum à terra altitudinem eſſe, in quam nubila ac venti nubeſque perueniant: inde purum liquidumque & imperturbatæ lucis aërem: non xl. vt habent vulgata exemplaria: ſed neque is tantum locus ob mathematicarum artium ignorationem deprauatus legitur.

Propoſitio. XIX.

Ex data montis altitudine, arcum circuli verticalis inuenire, quo prius ſolem proſpiciunt qui in montis cacumine habitant, quã qui ad eius radices: præterea tẽporis interuallũ inter ipſos ſolis exortus deprehẽdere.

CEntrum terræ eſto A, eius ſemidiameter A B, punctum C, ſummum montis iugum, recta linea B C, altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus, quæ nota ſupponatur: extenſa A B C, recta linea vſque ad D, in ſolis ſphæra, ducatur circulus maximus per D, & ſolis centrum, quum ſol ipſe exoriens ab ijs cernitur qui C, montis faſtigium incolunt. Eſto huiuſmodi circulus D G H: ſecetque is ſphæram terræ ſecundum maximum eius circulum B e Q, id enim à Theodoſio libro primo oſtẽſum eſt: ſecet præterea idem circulus ipſum montem ſecundum figuram f C e; at e, f, ſint duo loca circum eiuſdem montis radices habitantium: e, ad ortum ſpectans, f, ad occaſum. Propoſitum nobis eſt inuenire, quanto arcu deſcripti circuli verticalis, exoriens ſol cernatur prius ab incolentibus C, quam ab incolentibus e, tẽporis etiam interuallum inter ipſos ſolis exortus deprehendere. Excitetur enim ab e, recta linea P e R, vtrinque ad circunferentiam circuli verticalis extenſa, terræ circulum tangens in ipſo e, puncto: præterea deducatur ab C, recta linea C t L, eundem tangens ſuper t, ſimiliter vtrinque extenſa ad K L, in eiuſdem circuli verticalis circunferentia: & agantur ſemidiametri A e M, A t N, ſuper quas à centro perpendiculares excitentur S A O, V A Z, diametri. Igitur recta S A O, diameter erit horizontis habitantium in loco e; punctum M, vertex ſeu horizontis polus, per primum librum Theod. recta autem P e R, in plano ſenſibilis horizontis apparentis vè ſita, ex qua ſyderum ortus atque occaſus cernuntur. Similiter V A Z, diameter horizontis incolentium locum t, ſed K t L, linea apparentis horizontis, ex qua ſyderum ortus cernitur atq; occaſus, N, punctum vertex, arcus vero O R, L Z, quia tota terra velut punctum atque centrum exiſtit reſpectu cœli, inſenſibilis quantitatis ſunt. Itaque quum ſol exoriens, ex O, puncto illuſtrauerit locum e, æſtimabitur in R, quemadmodum & exoriens in Z, locum t, radijs illuſtrans æſtimabitur in L. Atqui ex eadem recta linea K t L, pariterque ſol exoriẽs cernitur ab incolentibus t, & ab incolentibus C, prius autem cernitur ab eis qui in t, habitant, quam ab eis qui in e. igitur prius cerni neceſſe eſt ab eis qui in ſummo mõtis cacumine



habitant, quam ab eis qui circum radices: erit autem harū apparitionum differentia ipſe arcus O Z. quē in hunc modū cognoſcemus. Enimuero recta linea B C. montis altitudo, ſecundū menſuram ſemidiametri terræ nota ſupponitur: igitur tota A C, nota: at in triāgulo A t C, angulus ad t, rectus exiſtit, per 18. propoſitionē tertij libri Eucl. igitur per lemma ſextæ appendicis, vt A C, ad A t, ita ſinus totus ad ſinum arcus anguli A C t: per commune itaque documentum numerorum proportionalium, ex tribus proportionis terminis notis, quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus anguli A C t. idcirco per tabulam ſinus recti eius arcus notus habebitur: cum autem auferemus à quadrante & arcus anguli reliqui C A t, cognitus relinquetur: arcus igitur D N, innoteſcet: porro hic inſenſibili differentia excedit arcū M N, quippe quod e. prope B, ſit, aut in ipſo B, vt ſuppoſuimus: idcirco arcus M N, notus. At uero à duobus quadrantibus M O, N Z, dempto communi arcu N O, æquales relinquuntur M N, O Z: propterea & ipſe arcus O Z, cognit⁹ erit, quod inueſtigandum propoſuimus. Rurſus ex cognito arcu O Z, montis altitudinem facile deprehendemus. Aequales enim cenſentur duo arcus O Z, D N, vt demonſtrauimus: ſubtenſus

Igitur angulus C A t, notus: reliquus autem acutus notus relinquitur per communem ſententiam & 32. propoſitionem primi Eucl. Iam igitur in memorata proportione ex tribus terminis cognitis, nempe ſinu toto, ſemidiametro A t, & ſinu recto arcus anguli A C t, innoteſcet latus A C, à quo auferemus ſemidiametrum A B, & relinquetur cognita montis altitudo B C. Verba quidē complura ſunt, ſed opus dicto citius abſoluitur. Multiplicetur enim menſura ſemidiametri terræ in ſinum totum: productum ſi diuidatur per diſtantiam ſummi verticis montis à cētro terræ, quæ conflata eſt ex diametro & altitudine, prodibit ſinus rectus complementi arcus ſub horizonte eorum qui circū radices habitāt: ſed ſi per ipſū ſinū rectū cōplementi arcus occultationis diuidatur, prodibit diſtantia ſummi verticis a centro terræ. Exempli gratia: ſupponatur ex ſententia quorūdam arabum vniuerſum terræ circuitum milliaria italica continere 24000. eſto autem alicuius montis altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus milliaria octo: oporteatque arcum circuli verticalis inuenire, quo prius ſol cernitur ab incolentibus montis faſtigium, quam ab eis qui in ipſius montis radicibus habitant verſus ortum. Multiplicentur 3818. milliaria quæ ſemidiameter terræ continet in ſinum totū, fietque 38180000. diuidatur hic numer⁹ per 3826 milliaria quæ ſunt à centro terræ vſque ad montis cacumen, & prodibūt ex partitione 99791. ſinus rectus graduum 86. primorum minu. 16. ſe. 20. circiter: erit igitur complementū gra. 3. minuta prima 43. ſe. 40 nēpe quarta fere pars graduum 15. quibus gradibus & minutis occultatur ſol ſub horizonte habitantium apud radices montis, quū iam cernitur ab eis qui ſummum cacumen inhabitant: porro ipſi arcui reſpondent in circonferentia terræ 250. fere italica milliaria, per quæ ſine vllo impedimento viſus eorum pertinget qui in montis cacumine habitant. Quoniā vero gradus quindecim non

ſunt

ſunt in alio circulo interualli horarij menſura,
præterquam in æquatore & ei æquidiſtanti-
bus:non ſunt propterea ipſi gra.3.mi.43.ſe.40
vnius horæ quarta pars. Quapropter recte qui-
dem Allacen quum in huiuſmodi ſpecie inter
vtrunque ſolis exortum quartam horæ partē
præfiniret, lectorem admonuit, ita ſupponen-
dum eſſe ijs qui in geometricis demonſtratio-
nibus parum verſati fuiſſent. Cæterum ex cog
nita loci latitudine ad radices montis poſiti, ſo
lisque declinatione ad diem, per octauam pro-
poſitionem, nonam, aut decimam, illico inno-
teſcet, quanto temporis ſpatio ab inuento oc-
cultationis arcu ſol emergat. Huius quoq; pro
poſitionis conuerſionem eadem niei hodo de-
monſtrabimus: nam ex cognita loci latitudine
ad radices montis poſiti, ſolis declinatione ad
diem, & temporis interuallo ante exortum, ſci
tur arcus occultationis, nempe O Z, æqualis ar
cui D N: inſenſibilem enim ſupponimus diffe
rentiam inter D, & M: igitur angulus C A t,
cognitus, quo dempto ab angulo recto, reliu-
quetur angulus A C t, cognitus: idcirco in me
morata proportione cognoſcetur latus A C: au
feremus igiiur ab eo ſemidiametrum A B, &
relinquetur cognita ſummi verticis altitudo
ad perpendiculum. Exempli gratia, habeant
imæ radices montis alicuius borealiſsimi, lati-
tudinem ab æquinoctiali circulo vt ſolet cō-
numeratam, gra.80. eius autem ſummum cacu
men radijs ſolaribus illuſtretur, ad tertiam vſq;
noctis partem, mane & veſperi, quum ſol ipſe
initium Arietis aut Libræ occupat, oporteat-
que per hæc, ſupremam montis altitudinem ad
perpendiculum cognoſcere. Quoniā vero per
nonam propoſitionem ſicut ſinus totus ad ſi-
num rectum altitudinis æquatoris, ita ſinus rec
tus arcus temporis ante exortum, ad ſinum rec
tum arcus occultationis ſolis eidem tempori
reſpondentis: multiplicabimus idcirco 17364.
ſinum rectum graduum 10. quos continet alti-
tudo æquatoris in 86602. ſinum rectum grad.
60. qui ſunt in quatuor horis æqualibus, tertia
noctis parte, fientque 1503757128. hunc nume
rum diuidemus per ſinum totum, & prodibūt
35037. & vnius partis pluſquam dimidium: qui
bus reſpondet arcus graduum 8. minu.39. fere:
tantus itaque erit arcus O Z, aut D N: totidem
etiam gradus & mi. habebit arcus B t: & ad tan
tam diſtantiam videbitur ſummum mōtis iu-
gum à loco t, ſi videndi acies potens fuerit: ni-
hil enim obſtaculo erit, quo minus & à ſummo
montis vertice cernatur t, & ab ipſo t, idē mon
tis faſtigium. Proinde auferemus à 90. gradus
8. minu.39. magnitudinem videlicet C A t, &
relinquentur grad.81. minu.21. pro magnitudi
ne anguli A C t: præterea multiplicabimus
39773. terræ ſemidiametrum ex Eratoſthenis
ſententia, in ſinum totum, productum diuide
mus per 98862. ſinum rectum anguli A C t, &
prodibunt ſtadia 40230. diſtantia ſummi ver-
ticis à centro terrę: ſubtrahemus ab ijs ſemidia
metrum, & relinquentur 457. ſtadia, quæ ne-
ceſſe eſt habere prædicti montis altitudinem,
ab imis radicibus ad perpendiculum, iuxta prę
miſſas hipotheſes. Nam ſi ſol extra ęquatorem
conſtitueretur, aliud euenire neceſſe eſſet: quip
pe quod non poſsit idem mons per ſingulas no
ctes, ad vnam atque eandem præfinitam tem-
poris menſuram illuminari. Ex his conſtare ar
bitror, fabuloſum eſſe illud quod in ptimo li-
bro meteororum de monte Caucaſo Ariſtote-
les ſcribit. Is enim longe breuiori interuallo ab
æquatore diſtat, nempe qui vtrique pelago im
mineat & Pontico & Caſpio, muniens Iſthmū
qui ea dirimit, vt ex Prolemæo & Strabone fa
cile intelligi poteſt, quod etiam ex ſolo Ariſto
tele coniectari licet: nam ad exortum inquit
æſtiualem vergit, & ab ijs cernitur qui Mæo-
tici lacus oſtium nauigant, & ab eo loco quem
Bathea hoc eſt profunda ponti vocant. Fieri
autem non poſſet vt Caucaſi ſummæ partes ad
tertiam vſquę partem noctis radijs ſolaribus il-
luſtrarentur, niſi in immenſam & prorſus in-
credibilem celſitudinem aſſurgerēt: quod nu-
meris periculum facienti ſtatim liquere pote-
rit. Minus etiam credibile id quod Pomponi9
Mela mōtanis Arabiæ tribuit: qua in altū abit
(inquit) adeo ædita vt ex ſūmo vertice à quar
ta vigilia ortum ſolis oſtendat: loci latitudine,
vt ex ſupputatione conſtare poteſt, non con-
ſentiente. Idem de Caſio monte refert Plinius,
ſed falſum etiam atque pugnans: quum eius al-
titudinem per directum ſubijciat quatuor tan
tum millium paſs. Cleomedes æditiſsimū mō-
tem affirmat in altitudinem aſſurgere quinde-
cim tantum ſtadiorum ad perpendiculum. Al
lacen octo M.paſs. Plinius non credit Dicæ-
archo dicenti, altiſsimum montem ratione per
pendiculi inueniſſe M.ccl.paſs. quoniam quoſ
dam alpium vertices nouerit, longo tractu nec
breuiore L. millibus paſsuum aſſurgere. Hi au
tem ad tertiam fere noctis partem ſole illuſtra
buntur, ſi in tantam latitudinem ab æquatore
in

in polum arcticum poſiti ſint, quantam in exē plo ſumpſimus: nam 457. ſtadia, 57. millia paſſuum conficiunt. Hic finem impoſuimus libello de crepuſculis. Reliqua opuſcula noſtra breui (vt ſperamus) in lucem edemus. De aſtrolabio opus demonſtratiuū. De triangulis ſphæricis. De planiſphærio geometrico. De proportione in quintum Euclidis. De globo deliniando ad nauigandi artem, & nōnulla alia quæ hodie molimur.

¶ Authores qui à nobis in hoc libello citantur.

Euclides.	*Ariſtoteles.*
Theodoſius.	*Strabo.*
Menelaus.	*Pomponius mela.*
Archimedes.	*Plinius.*
Ariſtarchus Samius.	*Macrobius.*
Ptolemeus.	*Proclus.*
Albategnius.	*Cleomedes.*
Geber.	*Albertus Magnus.*
Allacen.	*Ioānes de Sacrobuſto.*
Vnello.	*Ioannes Stofler.*

FINIS.

ALLACEN ARABIS VETVSTISSIMI

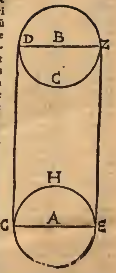
Liber de crepuſculis, Gerardo Cremonenſi interprete.

OStēdere volo in hoc tractatu quid ſit crepuſculū, & quæ cauſa neceſſario faciens eius apparitionē. Inde vero progrediar ad cognoſcēdum vltimum quod eleuatur à ſuperficie terræ, de vaporibus ſubtilibus aſcendētibus ex ea. Dico ergo quod crepuſculum matutinum & crepuſculum veſpertinum ſunt ſimilis figuræ. Vnum namque eorum ex acceſsione luminis ſolis, & alterum ex ipſius receſsione contingit. Vtrorumque vero colores diuerſi ſunt, propter diuerſitatem horizontum in quibus ſol eſt apparens. Quoniam ſol quando eſt in horizonte orientali non multum eleuatus, eſt illic color eius alius à colore ipſius in viſibus, quando eſt ſecundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et ſimiliter radij eius qui videntur in crepuſculo, & quod videtur in æthere de luminibus eius. Et ipſe coloratus eſt ſequens illud, ſecundum quod eſt ſol in vtriſque partibus eius. Nam quod ex illo eſt in oriente, color eſt albedo & claritas: & quod eſt in occidente eſt ad rubedinem aliquātulum vergens. Quæ res vero ſit illud illuminans, & qualiter ſit apparens illic, & quæ cauſa neceſſario faciat ipſum, ad illud præmittemus propoſitiones exponentes illud cuius voluminis declarationem. Ex illo quidem eſt, quia ſphæra orbis tota ſemper eſt ſplendida & luminoſa ex luminari maiori quod eſt ſol, niſi quantum obtegit tenebra contingens ex terra, in figura piramidis quod eſt nox. Et ego non ſignifico in hoc libro per illud quod accidit de huiuſmodi receptione luminis ex ſphæris ſtellarum, niſi quod cum ſphæra propter claritatem aeris, & ſubtilitatem ætheris, & tenuitatem eius nō ſuſpenditur aliquid de lumine ſolis, ſicut videmus ipſum ſuſpendi cum corporibus altis, que ſunt ſtellæ: quia illuminantur & deferunt nobis illud quod recipiunt ex lumine: & conſequuntur ipſum viſus noſtri in eis: & quamuis diſſentiant in ſtellis, in luna tamen non diſſentiunt. Viſus autem non conſequuntur quod in eis eſt de luminibus, niſi quod ipſæ proculdubio ſunt ſpiſsioris & vehementioris corporeitatis quam æther in quo ſunt. Et hoc patet per ſignificationes, quod quædam earum tegunt nobis quasdam, quia eclipſant eas: aer vero non tegit nobis aliquid ex eis quæ ſunt poſt ipſum. Et propterea videmus quod tota nox eſt ſecundum habitudinem vnam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid, quāuis ſciamus ſecundum ſcientiam noſtrā, quod quam plurimum eius eſt luminoſum non tectum ſoli. Et videmus quod illud quod ex eo ſo

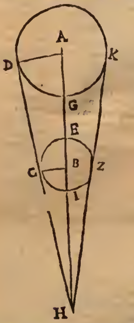
Et apparet,& nihil aliud tegit, eſt in viſione ſicut illud quod terra tegit, quod piramis tenebræ continet. Et non facit neceſſario æqualitatem vtriuſque ad viſus noſtros, niſi illud quod diximus de ſubtilitate aeris & quod non perducit illuminationẽ eius,& perducit nobis tenebroſitatẽ ipſi⁹. Tũc autẽ nõ ceſſat habitudo vmbræ apparere nobis ſecũdũ ſimilitudinẽ ipſius, quouſq; incipiat ab oriẽte ſplẽdor diluculi & lumen ſparſum, cuius principiũ eſt in primis cum ſuperficie horizontis. Et illius principij non eſt nobis cauſa niſi ſol, cum ſit cauſa illuminationum. Et non eſt nobis illud principiũ ſol ipſe, nec radius eius tantũ, quoniã iã præmiſimus quod radij eius pertranſeunt vſq; ad ætherem totum, quem videmus aut ad plurimũ eius:& non diuerſa eſt eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Verum tamen radij eius ſuſpenduntur tũc cum aliquo corpore ſpiſsiore aere, ducit ergo nobis cum ſpiſsitudine ſua radiũ quem induit. Et dico quod illud quo ſuſpenſus eſt radius in illa hora non eſt terra, neq; extremitates plagarum eius diſtinctæ à nobis, quoniam quum videns eſt ſuper æqualitatem terræ, non peruenit eius viſus niſi quaſi ad 23. milliaria ab omni parte. Et quoniam accidit ei vt ſit ſuper altiorem montium qui eſſe poteſt,& ille non pertranſit octo milliaria, ſecũdũ quod dixerunt ſapientes, intẽdentes hoc, viſus non pertranſit tũc niſi 250. milliaria fere. Et hoc manifeſtũ eſt ex eo quod neceſſariũ facit forma terræ. ſed altitudo loci viſus à ſuperficie eius, hoc eſt ſpatium quod diximus, abſcindit orbem in quarta horæ. Oportet ergo vt oriatur ſol paululũ poſt crepuſculũ matutinũ per quartã horæ ad minus: illud vero quod eſt inter apparitionem crepuſculi & apparitionẽ ſolis eſt plus hora multo. Hoc autem quod diximus non eſt niſi propinquitas propter eum qui non eſt exercitatus in geometricis. In veritate vero viſus non peruenit ad punctum terræ quod iam illuminatum eſt à ſole, niſi cũ ipſe peruenerit & cõprehenderit cornu ipſius ſolis: quoniam duæ lineæ contingẽtes punctũ circuli à duabus partibus diuerſis coniunctæ ſunt linea vna ſecundũ rectitudinẽ. Quando ergo illuminatum apparet nobis, tũc non eſt illud terra ipſa, propter id quod dixim⁹: nec eſt aer implens totam ſphæram, quoniam vt præmiſim⁹, ſuper totum aerem aut plurimum eius, ſemper eſt cadens radius ſolis nocte & die, & non apparet illud in ipſo propter ipſius ſubtilitatem. Et ſuper terram non eſt corpus ſpiſsius aere, niſi vapores aſcendentes, quibus non deeſt ſemper quin illuminentur à ſole. Tunc vero quando piramis vmbræ ab eo remouetur, quod de vaporum ſphæra terrã cõtinente viſus noſtri conſequũtur,& recipit eos corpus ſolis, & cadunt ſuper eos radij eius, ſuſpẽditur cum eo radius: & defert ipſum nobis,& conſequũtur ipſum viſus noſtri:& videtur à nobis eius lumen, ſicut videmus ipſum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum aſcendentiũ,& ſicut colores qui in roribus videntur in forma portionis circuli & aliorum modorum. Quando ergo volumus ſcire quãta ſit vltima eleuatio illorũ vaporũ à ſuperficie terræ, tunc ad eam cognitionem præmittuntur quatuor res, quarũ nulla excuſatur,& preter ipſas nulla alia re indigemus: ita vt fieri nõ poſsit per minus, nec ſit neceſſariũ plus. Illa autẽ quatuor ſunt corpus terræ: corpus ſolis, lõgitudo cẽtri ſolis à cẽtro terræ in omni ſitu,& quãta ſit depreſsio ſolis ab horizonte donec appareat crepuſculũ matutinũ. Corpus autẽ terræ eſt ſicut inſtrumẽtũ omniũ aliorũ:& quantitas circuli magni continentis eam ſecũdũ quod dixerunt ſapientes,& ſignificauerũt illud per propoſitiones certas, eſt viginti quatuor mille milliaria. Et dixerunt quod per quantitatem qua ſemidiameter terræ eſt pars vna, eſt medietas diametri ſolis quinq; partes & medietas partis:& per eam eſt longitudo centri ſolis à centro terræ in longitudine media, non in omni ſitu mille & centum & circiter decem partes: & quod depreſsio ſolis ab horizonte cũ oritur crepuſculum eſt 18. gradus,& iam inuenitur ſuper 19.& ſuper hoc fabricabo computationem noſtrã: quoniã cum narrator rei eſt cum additione in ea, dignior eſt vt recipiatur ſermo eius, quã non cõtradicit ei alius. Quãdoquidẽ narrator cũ additione ſcit quod non ſcit alius,& conſequitur quod non cõſequitur alius. Nã qui narrat de aliquo quod viderit illud antequã viderit ipſũ alius, dignior eſt vt conſequatur quod intẽdit, quando non exiſtimatur de eo ſuſpitio. Præmittam igitur ad illud quod inter manus meas eſt, propoſitiones quaſdam multi iuuaminis.

Dico ergo quod omnium duarum ſphærarum æqualiũ, inter quas non eſt aliud corpus quod vnam earum alteri abſcondat, illud qđ ex vnaquaq; earũ verſa facie reſpicit alterã eſt medietas eius æqualiter. Et ſignifico

ſico per verſā faciē vnius reſpectu alterius, quod ſi vna earū eſt luminoſa, & altera recipiēs lumen, illuminatur & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum eſt vt ſint duæ ſphæræ A, et B, æquales: & pono vt aliqua ſuperficies plana trāſeat per cētrū vtriuſq; : ſecabit ergo duas ſphæras ſuper duos circulos æquales & in ſupficie vna: ſint ergo illi duo circuli A G H, B D C: & cōtinuabo A, cū B: & protrahā duas lineas A G, B D, perpēdiculares ſuper lineam A B: ergo ipſæ ſunt æquidiſtantes: & cōtinuabo G, cū D. Et quoniā duæ lineæ A G, B D, ſunt æquales & æquidiſtātes, duæ lineæ A B, G D, ſimiliter erūt æquales & æquidiſtantes: ergo duo anguli G, & D, ſunt recti: ergo linea G D, eſt cōtingēs duos circulos. Et quādo nos protrahemus G A, & B D, ſecundū rectitudinē, ad duas circūferentias duorū circulorū, vſq; ad duo pucta E, & Z, deinde cōtinuauerimus E, cū Z, erit recta linea E Z cōtingens duos circulos: & erit vnaquæq; duarū portionū G H E, D C Z, quarū vna eſt verſa facie ad alterā medietas circuli: quoniā vnamquāq; earū ſecat diametrus circuli. Et ſimiliter cōtingit in omnibus ſuperficiebus planis quæ tranſeūt per duo cētra duarū ſphærarū. Iā igitur declaratū eſt, quod lineæ egrediētes ex vna duarū ſphærarū ad alterā contingūt vtraſq; ſimul, & cōprehendūt ex vnaquaq; earū medietatem: & illud eſt quod declarare voluimus.

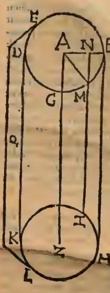


Quod ſi vna duarum ſphærarum eſt maior altera, tūc illud quod ex minore verſa facie reſpicit maiorē eſt plus medietate minoris: & quod ex maiore verſa facie reſpicit minorē eſt minus medietate maioris. Cuius exemplū eſt vt ſint duæ ſphæræ A, & B: & ſphæra A, ſit maior: protraham ergo ſuperficiem planam tranſeuntem per centrum vtriuſque: ſecabit ergo vtranq; earum in duo media ſuper duos circulos A G D, B E Z: & continuabo A, cum B: & protraham ipſam ſecundum rectitudinem in partem H: & ponam proportionem medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri circuli B E Z, ſicut proportio A H, ad B H: eius vero acceptio eſt propinqua ex tractatu ſexto & quinto Euclidis: & protrahā à puncto H, lineam contingentem circulum A G D, quæ ſit linea H C D. Dico ergo quod ipſa contingit etiam circulum B E Z. Quod patet quia continuabo A, cum D, per lineam



A D: ergo eſt ꝑpendicularis ſuper lineā H D: & protrahā à puncto B, perpēdicularē ſuper lineā H C D: quæ ſit linea B C. Et quoniam duæ lineæ B C, A D, ſūt perpendiculares ſuper lineā H D ſunt æquidiſtantes: & quia linea B C, eſt æquidiſtans ipſi A D, quæ eſt baſis trianguli: erit ergò ꝓportio A D, ad B C, ſicut ꝓportio A H, ad H B. Et iam poſuimus proportionē A H, ad H B, ſicut proportionē medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri B E Z, ergo linea B C, eſt medietas diametri circuli B E Z, ergo pūctū C, eſt ſup circūferētiā circuli B E Z, & duos D, C, poſuim⁹ rectos. ergo linea H C D, cōtīgit minorē circulū. Nos vero iā ꝓtraxim⁹ eā cōtīgētē maiorē, ergo ipſa eſt cótingēs vtroſ-

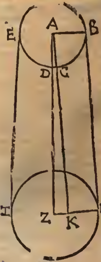
vtroſq; ſimul. Et protraham ſimiliter ex puncto H, lineam contingentem duos circulos ſimiliter in parte Z, quæ ſit linea H Z K: eſt ergo qđ ex circulo A, maiore verſa facie reſpicit circulum B, minorem portio D G K: & eſt minor medietate circuli, quoniam angulus H A D, eſt minor recto, quoniam ipſe eſt in triangulo vno: & eſt triangulus D A H, cum angulo, A D H, recto: ergo eſt portio D G, minor quarta circuli, & ſimiliter portio G K, æqualis ei: ergo portio D G K, eſt minor medietate circuli. Et quoniam linea B C, eſt æquidiſtans lineæ A D, eſt angulus C B H, æqualis angulo D A H: ergo erit portio C L, ſimilis portioni D G: & tota portio C L Z, ſimilis portioni D G k: ergo vnaqueque earum eſt minor medietate circuli: remanet ergo portio C E Z, maior medietate circuli: & illud eſt quod ex circulo minore verſa faciē reſpicit circulum maiorē: ergo duæ portiones C E Z, & D G K, ſunt ex duobus circulis qui verſa facie ſe reſpiciunt. Et ſignifico quidē per hoc, quod aliquid portionis vnius non cooperitur ex circulo altero, & portio C E Z, eſt maior medietate circuli, & portio D G K, minor: & illud eſt qđ voluimus declarare.



Et dico quod quando ſunt duo circuli æquales, & protrahūtur duæ lineæ quarū vnaqueq; eſt cōtingēs duos circulos ſimul ſecundū formam quā præmiſimus, tūc in vnaquaq; duarum portionum quarum vna verſa facie reſpicit alteram, non eſt locus qui velet aliquid ex circulo vno circulo alteri: & quod in reliquis duabus portionibus duorum circulorum quæ non ſunt facie ad faciē ſe reſpicientes, non eſt locus qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum eſt, quod ſint duo circuli A B G D E, & Z H T K L: & protrahantur duæ lineæ B H, & D K, contingentes duos circulos ſimul: ergo duæ portiones B G D, & H T K, ſunt quæ ſe facie ad faciem reſpiciunt: earū portiones B E D, & H L K, ſunt ſe non facie ad faciem reſpicientes. Dico ergo quod non eſt in portione B G D, punctum quod aliquid ex circulo Z H, velet circulo A B: & quod non eſt in portione B E D, punctum quod appareat penitus circulo Z H, & quod tota ipſa portio eſt velata circulo Z H: & neque eſt in portione H L K, punctum quod appareat circulo A B. Cuius demonſtratio eſt, qđ ego continuabo A, cum Z, per lineam A G Z: & ſignabo ſuper arcum B G D, punctum qualiter velim, quod ſit pūctum M: ſi ergo fuerit pūctum M, à puncto G, ad partem B, tunc protrahā ex puncto M, lineam æquidiſtātem lineæ B H: & ſi fuerit punctum M, à puncto G, ad partem D, tunc protraham ex puncto M, lineam æquidiſtantē lineæ D k: ſit ergo M T. Dico igitur quod linea M T, tota eſt extra circulum B M G D E, de qua non cadit aliquid in eo. Cuius demōſtratio eſt, quod ego cōtinuabo A, cū B, & protrahā lineā M T, ſecundum rectitudinem donec concurrat cum linea B A, ſuper punctum N: ergo duorum angulorum ad N, vnuſquiſq; eſt rectus: & continuabo M, cū A: angulus igitur N, trianguli A N M, eſt rectus, & iam protractum eſt latus N M, ſecundum rectitudinem vſque ad T, & prouenit angulus A M T, extra triangulum, qui eſt maior recto, ſcilicet angulo N. Et quādo protrahitur ab extremitate diametri circuli, quæ cū ipſa contineat plus angulo recto, tunc illa linea non ſecat circulū, nec cadit de ea intra ipſum aliquid: ergo de linea M T, nō cadit in circulo A M, aliquid, ergo punctum M, facie ad faciem eſt reſpiciens circulum Z, & non velat aliquid ei: quoniā quando non velat ei aliquid ex corpore ipſiuſmet ſphæræ A M, tūc nulla alia res tegit illud, quoniā nos poſuimus vt īter duas ſphæras nō ſit corpus aliud ab eis, quod tegat vnā earū alteri. Et ſimiliter oſtendetur hoc in omni puncto ſuper arcum H T K. Et dico iterum quod non eſt in arcu B E D, punctum quod appareat circulo Z: nec eſt poſsibile vt cōtinuetur cū aliquo de circulo

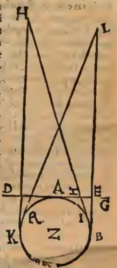
Z, per lineam, niſi & linea illa ſecet circulum A B, & cadat intra ipsũ. Quod ſi poſsibile eſt tunc protrahemus à puncto E, lineam perueniẽtem ad aliquid de circunferentia circuli H T K L, & non ſecet aliquid de circulo A E D: & ſi fuerit poſsibile, ſit linea E Q L, & protraham lineam D K, in vtraſque partes duarum extremitatum eius: neceſſe eſt ergo vt occurrat lineæ E Q L in duobus locis: quoniam linea D K, quam tam poſuimus contingentẽ duos circulos non eſt poſsibile vt ſecet vnum duorum circulorũ, nec cadat inter vtroſque: & quoniam non cadit inter ipſos, tunc ſecabit lineã E L, in duobus locis: ergo iam fuit duæ lineæ rectæ continentes ſuperficiem: illud autem eſt contrarium & impoſsibile.

QVod autem oportet nos facere, ſecundũ illud quod præmiſimus, vt inueniamus quantã ſit quantitas arcus terræ illuminati à ſole, quã iam poſuimus maiorem eſſe medietate terræ. Ponam ergo duos circulos ſolis & terræ, ſuper quos ſecat vtroſque vna ſuperficies plana, quales ſunt A B G D E, Z H T. Circulus ergo A, ſit terræ, & circulus Z, ſolis: & protraham duas lineas contingentes vnũquenque eorum, ſicut diximus, quæ ſint duæ lineæ B H, & E T, Igitur portio B G D E, ex terra, eſt illuminata ſole, ſicut iã oſtendimus: & illud eſt plꝰ medietate circuli. Quãdo ergo volumus ſcire quantitatem eius tunc nos cõtinuabimus A, cum B, & cum Z, & Z. cũ H: ergo B A, & H Z, ſunt æquidiſtantes, quoniã vtræque ſunt perpendiculares ſuper lineam B H, contingentem duos circulos. Et ſecabo ex linea H Z, quod ſit æquale lineæ B A, & ſit linea H K: & continuabo A, cum K: ergo A K, eſt perpendicularis ſuper H Z, quoniam eſt æquidiſtans ipſi B H, cum continuet totum quod eſt inter extremitates duarum linearum B A, & H K, æqualium & æquidiſtantium: ergo angulus k, eſt rectus. Et propterea qđ linea H Z, eſt quinque partes & medietas partis, per quantitatem qua linea B A, eſt pars vna, remanet linea k Z, quatuor partium & medietatis vnius partis ex illa quantitate: & per eandem inuenitur linea A Z: 1110. in medijs longitudinibus; ergo per quantitatem qua linea A Z, ſubtenſa angulo recto eſt 60. grad. eſt linea K Z, 14. mi. & tres quintæ vnius minuti: ergo angulus K A Z, eſt 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti, per quantitatem qua angulus rectus eſt 90. gra. & illud eſt quãtitas arcus G D: ſed arcus B G, eſt 90. grad. quoniam angulus B A G, eſt rectus: ergo arcus B D, eſt 90. gra. & 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti: & arcus D E, eſt æqualis arcui B D, ergo totus arcus B G D E, illuminatus eſt 180. partes, & 27. minuta & quatuor quintæ & tertia quintæ vnius minuti cum propinquitate: & illud eſt quod voluimus declarare.



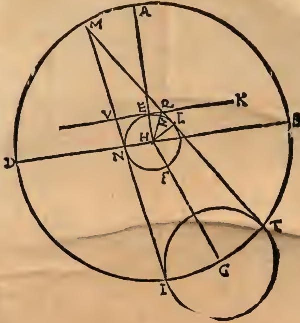
INcipiamus ergo nunc ex eo quod intendimus de cauſa apparitionis crepuſculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipſius in horizonte orientali. Ponam ergo circulum ſignatum ſuper ſphæram terræ. & ſuper quam abſcindit terram ſuperficies plana tranſiens per zenit capitum & per Z, centrum terræ & ſolis circulum A B, & locum viſus A: & faciã tranſire ſuper punctum A, lineam contingentem circulum: & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, ſuper quam ſint G D. Manifeſtum eſt igitur quod ſuper totum quod cadit ſub linea G A D, ad partem B, non eſt cadens viſus, quoniam terra velat illud nobis: quia extenſio viſus non eſt niſi ſuper lineam rectam. Et Euclides quidem iam declarauit, quod non egreditur à puncto contactus linea inter lineam contingentem & inter circulum: viſus ergo non cadit ſub linea G A D: ſed cadit ſuper illud quod eleuatur ab ea. Et ponã formam piramidis tenebræ euenientis ex vmbra terræ, parum ante crepuſculum quando eſt depreſsio ſolis plus 19. gradibus per minutum vnum, verbi gratia aut circiter, ſuper quã ſint

BE



B E L R: totū enim quod cadit in hac piramide deſignata cuius caput eſt L, & baſis ipſius terra eſt tectum ſoli; non apparens ei, neque illuminatū ab eo, & eſt in veritate tenebroſū: & quod cadit exterius ab ea eſt apparens ſoli, & ſuper ipſum ſunt cadentes radij eius & lumen ei9. Verumtamen quod ex corporib9 eſt ſubtile valde non perducit ad viſus noſtros illud quod ex radio induit, propterea qđ æquantur in viſibus noſtris illud quod ex aëre ſubtile eſt intra piramidem, & quod eſt extra ipſum: & videtur æther totus in forma luminis & tenebræ. Et nos quidem ſcimus quod illud quod continet nos ex aëre, & quod eſt propinquum nobis eſt tenebroſum non apparens ſoli, & quod procedit in inceſſu in altum, aut dextrorſum: aut ſiniſtrorſum, & anterius & poſterius eſt luminoſum apparens ſoli: & ſunt ambo cum illo apud nos æqualiter in tota comprehenſione viſus. & non apparet aliquid viſibus noſtris ante ſolis ortum, & poſt ſolis occaſum, niſi ſit eleuatum à ſuperficie horizontis, & niſi ſit extra piramidem vmbrę, & niſi ſit ſpiſſius aëre ſubtili. Manifeſtum eſt igitur quod non apparet aliquid viſibus noſtris in habitudine ſplendoris & illuminationis niſi per aggregationē trium conditionum in eo. Vna quarum eſt vt non ſit ſub linea G A D: quoniam ſi eſt ſub ea, prohibet ſphæra terræ inter ipſum & viſum, quia nō comprehendit ipſum viſus luminoſum neque tenebroſum. Et alia eſt vt non ſit in piramide vmbræ: nam ſi eſt in ea, eſt tenebroſum, propterea quod priuatum facie ſolis, & illuminatione ſua ab ea. Et alia eſt vt ſit ſpiſſi9 aëre ſubtili implente ſphæram: quoniam iam ſciuimus quod aër altior extra piramidem eſt cadens ſuper lineam G A D: & cum illo non apparet nobis in eo aliquid luminis propter tenuitatē & ſubtilitatem ſuam: & propterea quod videmus in hoc loco, & eſt parum ante crepuſculū illud quod comprehendimus de ſphæra, tectū non illuminatum: & non diuerſificatur pars eius à parte. Et ſcimus quod non eſt in eo punctum neque locus vnus in quo agregentur iſtę conditiones tres. Sed pūctum E, eſt vbi occurrit vltimo ſtatui piramidis linea G A D, & iā poſuimus in eo duas conditiones: quoniam nō eſt ſub linea G A D, nec eſt intrans piramidē: ergo eſt cadens ſuper ipſum radius ſolis. Non ergo facit neceſſariam tenebroſitatem eius in oculis noſtris tunc, niſi priuatio eius à conditione tertia, quæ eſt ſpiſſitudo. Iam ergo certificatur quod aër vbi eſt punctum E, in hoc loco eſt ſubtilis, & non perueniunt ad ipſum vapores ſpiſſi aſcendentes de terra, qui ſunt ſpiſſiores aëre. Deinde poſtquam eleuatur ſol parum, & fit depreſſio eius ab horizonte 19. gradus tantum, & fit forma piramidis & figura ei9 ſicut illa ſuper quā ſunt I T H K, & apparet in horizonte res luminoſa, & non fuerit ante illic res luminoſā, ſcimus quod ille eſt primus locorum & hoſpitiorum in quo agregentur cōditiones tres prædictæ: quoniam ante illud parum per illud cui non eſt quantitas, non fuit illic aliquid de lumine: & primus locorū in quo agregatur vt non ſit ſub linea G A D, nec ſit intrans piramidem tenebræ, eſt punctum T. Ergo punctum T, eſt primus locorum in quo inuenta eſt conditio tertia, & eſt illic ſpiſſitudo aeris: ergo punctum T, eſt vltimus ſtatus vaporum, & ſumma aſcenſio eorum: & non abreuiantur ab eo, neque pertranſeūt ipſum. Quoniam ſi abreuiarentur ab eo, eſſet punctum T, in aere ſubtili, & non appareret nobis in eo aliquid de lumine, ſicut non apparet in eo qui eſt poſt ipſum ad partem E: & ſi pertranſiuent ipſum, illuminaretur nobis pūctum E, ante hoc: quoniam non ponimus in eo quod eſt inter T, & E, in his duobus locis rem ſenſibilem. Ergo punctum T, eſt vltimus ſtatus ad quem perueniunt vapores aſcendentes in altum, & occurſus lineæ G A D, contingentis ſphæram terræ cum linea H I. Quando ergo volumus ſcire lōgitudinem eius à facie terræ, tunc nos deſcribemus altitudinis circulum tranſeuntem per centrum ſolis, quando eius depreſſio ab Horizonte eſt 19. gradus, & illud eſt apud ortū crepuſculi, ſuper quem ſint A B G D: ſecabit ergo ſphæram terræ ſuper circulum E Z N, & linea A E H, ſit pertranſiens per zenith capitū & per centrum terræ, perpēdicularis ad lineā

B H D: ergo linea B H D, ſecat terram in duo media, apparens & occultum. Apparens ergo eſt illud quod eſt ſupra ipſam ad partem A, & occultum quod eſt ad partem G: & non dicimus hoc niſi dilatando & apropinquando. Veritas vero eſt quod apparens non eſt niſi illud quod eſt ſuper lineam V E Q k, protractam contingentem ſphæram ſuper punctum viſus. Verumtamen non eſt apud hunc orbem terræ magna quantitas. Et ponam arcum B G, 19. graduum, qui ſunt depreſsio ſolis apud ortum crepuſculi: ſuper punctum ergo G, eſt centrum ſolis: faciam igitur illic ſuper ipſum punctum circulum, cum longitudine quincupli & medietatis eius quod eſt æquale lineæ E H, qui ſit circulus T I: & ſuper ipſum ſcilicet punctum G, ſecat ſolem, orbis A B G D, & continuabo lineam H G: deinde protraham duas lineas contingentes duos circulos ſolis & terræ continentes illuminatum terræ à ſole, quæ ſunt duæ lineæ quæ ſunt T L M, & I N M contingentes terram ſuper duo puncta L, & N, & ſunt termini piramidis vmbræ: ergo linea T L M, occurrit lineæ E K, ſuper punctum Q. ergo punctum Q, ſecundum quod oſtendimus in figura quæ eſt ante hanc, eſt locus luminoſus apud ortum crepuſculi: & eſt vltimus ſtatus aſcenſionis vaporum. Cum ergo volumus cognoſcere longitudinem eius à ſuperficie terræ, tunc continuabimus H, cum Q, per lineam H Z Q. & continuabo H, cum L: ergo portio L F N, eſt illuminata, quod facie ad faciem reſpicit ſolem. Iam ergo oſtendimus quod ea eſt 180. gradus & 27. minuta & 52. ſecunda, & arcus F L, eſt medietas eius, & eſt gradus 90. & 13, minuta & 56, ſecunda: & illud eſt quantitas anguli L H F, & iam fuit angulus B H F, 19. gradus quoniam eſt depreſsio ſolis, ergo remanet angulus L H B, 71. gradus, 13. minuta, & 56. ſecunda. ſed angulus E H B, eſt 90. quia rectus exiſtit, ergo remanet angulus E H L, 18. grad. 46. minut. 4. ſecun. & quia linea Q H. diuidit eum in duo media, & illud eſt manifeſtum: angulus igitur Q H E, eſt 9. graduum, 23. mi. 2. ſecun. ergo angulus H Q E, eſt complementum recti, & illud eſt 80. graduum, 36. minut. 58. ſecun. corda ergo eius, quæ eſt linea E H, eſt 59. graduum 11. minu. 48. ſecundorum, per quantitatem qua eſt linea Q H. 60. graduum, verum tamen per quantitatem qua eſt linea H E 60. grad. erit Q Z H. 60. grad. & 48. minu. & quinque ſextæ minuti. ſed linea H Z, ex illis eſt 60. grad. ergo remanet Z Q. 48. mi. & 50. ſecun. & eſt illud ex milliaribus quibus circunferentia terræ continet 24000. milliaria 51. & 47. minu. & 34. ſecun. & 6. partes ex 11. partibus ſecundi. Et illud eſt vltimum ad quod eleuantur & perueniunt vapores aſcendentes ex terra, & illud eſt quod volumus. Hic eſt finis eius quod intendit in hac epiſtola. quædam enim ſequuntur in Arabico, quæ ego prætermiſi, quia in illis nulla eſt vtilitas: non enim continentur in eis niſi quædam in quibus laudat deum modo ſarracenorum, & reprehendit quoſdam qui quærebant, quinam fructus eſſet in hoc quod ipſe dixit in hac epiſtola. Dicit enim illos eſſe redarguendos qui non cõprehẽdũt inſenſibilia per ſenſibilia. & quia in eis quæ dicit nulla eſt vtilitas, ideo ea prætermiſi.


A
M
E
K
V
L
B
H
D
N
T
G
I

